



**TO**

**ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN  
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**EIEM<sub>4</sub>**

**Fomentando la Investigación en Educación Matemática  
desde la Región Caribe Colombiana.**

 **25 y 26**  
**OCTUBRE** de 2018

**Ciudadela Universitaria, Universidad del Atlántico**  
**Km7 Antigua Vía Puerto Colombia**

**MEMORIAS**



Año 2018

ISSN 2539-3219 (on line)

**DIRECTORA**

SONIA VALBUENA DUARTE

**EDITORES**

SONIA VALBUENA DUARTE  
LEONARDO VARGAS DELGADO  
JESÚS DAVID BERRIO VALBUENA

**COMPILADORES**

TEREMY TOVAR ORTEGA  
YOLIMA ROCHA FONTALVO

**COLABORADORES**

JOSÉ SOLORZANO  
JOSÉ AVILA-TOSCANO  
YESIKA ROJAS  
RAFAEL SANCHEZ  
ISMAEL COHEN



**UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO**

**RECTOR**

CARLOS PRASCA MUÑOZ

**VICERECTORA ADMINISTRATIVO Y FINANCIERO**

MARIA STEVENSON DEL VECCHIO

**VICERECTORA DE DOCENCIA**

DIANA MARGARITA PÉREZ CAMACHO

**VICERECTOR DE INVESTIGACIONES, EXTENSIÓN Y PROYECCIÓN SOCIAL**

LUIS CARLOS GUTIERREZ MORENO

**VICERECTOR DE BIENESTAR UNIVERSITARIO**

REMBERTO JESÚS DE LA HOZ REYES

**DECANA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

JANETH TOVAR GUERRA

El material de esta publicación no puede ser reproducido sin la autorización de los autores y editores. La responsabilidad de este texto corresponde a los autores.

©UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO PUERTO COLOMBIA, 2018

## TABLA DE CONTENIDO

<b>CONFERENCIAS PRINCIPALES.....</b>	<b>11</b>
PAPEL DE LAS SITUACIONES ADIDÁCTICAS EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO. UNA MIRADA CRÍTICA DESDE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO.....	10
Juan d. Godino.....	10
CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA.....	14
Vicenç Font y Adriana Breda.....	14
DETERMINACIÓN DE UN MARCO EPISTÉMICO Y DIDÁCTICO DE REFERENCIA PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO EN UNA CARRERA NO MATEMÁTICA.....	18
Marcel David Pochulu .....	18
LOS CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES.....	22
Vicenç Font, María José Seckel y Adriana Breda .....	22
INVESTIGACIONES ESTADÍSTICAS EN EL AULA .....	25
Lucía Zapata Cardona .....	25
COMUNICACIONES BREVES .....	38
ABP Y TSD COMO ESTRATEGIA DIDACTICA PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS.....	39
Emilce Astudillo Galindez y Jhon Fredy Sabí Rojas.....	39
ALGUNOS OBSTÁCULOS EN MODELACIÓN MATEMÁTICA.....	44
Luis Fernando Plaza Gálvez .....	44
ANÁLISIS BIBLIOMÉTRICO DE TRABAJOS DE GRADO REALIZADOS EN EL PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS DE LA UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO (2008-2017) .....	50
Virgilio Andres Meriño Mendoza, Evelin Johana Mondul Carpintero, Jose Avila y Leonardo Vargas .....	50
ANÁLISIS DE LA EDUCACIÓN ECONÓMICA Y FINANCIERA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA: UNA MIRADA A LA FORMACIÓN DE DOCENTES DE MATEMÁTICAS.....	56
Ana Lucía Muñoz Romero, Juan Camilo Barros Villanueva y Sonia Valbuena .....	56
ANÁLISIS MULTIDIMENSIONAL DE FACTORES ASOCIADOS EN NIVELES DE DESEMPEÑO EN MATEMÁTICAS: PRUEBA GRADO SEXTO TERCE COLOMBIA - ÉNFASIS ESCUELAS RURALES*..	64
Yenifer Tovia Gutiérrez, Melba Vertel Morrinson y María Clareth Méndez Ramos .....	64
ANÁLISIS MULTIVARIADO DE LA SITUACIÓN REGIONAL DE LA EDUCACIÓN MEDIA EN COLOMBIA (2015-2016): GÉNERO, ESCUELA Y LOGRO ESCOLAR.* .....	70

Andrés Beltrán Hernández, Sandra Rojas Sevilla y Melba Vertel Morinson .....	70
ANÁLISIS MULTIVARIADO DE LOS FACTORES SOCIO-ECONÓMICOS ASOCIADOS AL RENDIMIENTO EN LAS PRUEBAS SABER PRO 2016: EL CASO DE LOS ESTUDIANTES DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS EN COLOMBIA.....	77
María Clareth Méndez Ramos, Yenifer Tovio Gutiérrez y Melba Vertel Morinson.....	77
ANSIEDAD ESTADÍSTICA EN ESTUDIANTES DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS: PAPEL DE LAS ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS Y LA ANSIEDAD ANTE LOS EXÁMENES.....	83
Dayana del Carmen Mercado Salcedo, Kelly Patricia Oquendo González, Jose Avila y Leonardo Vargas .....	83
ARGUMENTACIÓN EN EL ÁLGEBRA TEMPRANA .....	89
Yovana Paternina Córdoba, Sonia Valbuena Duarte y Jonathan Cervantes Barraza .....	89
CARACTERIZACIÓN DE RECURSOS PEDAGÓGICOS DIGITALES PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN UN AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAJE.....	95
Jessica Milena Perdomo Acero, Edison Alberto Cárdenas Medina y Gilbert Andres Cruz Rojas .	95
CONCEPCIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS VERSUS LAS PRÁCTICAS DE AULA EN EL GRADO QUINTO .....	101
Diana Katherine Ospina García, Wilmer Cárdenas y Dawson Didier Cortés Joven .....	101
EL PROGRAMA CRONOTOPÍA Y ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA EN LA EDUCACIÓN MEDIA COLOMBIANA	
Armando Aroca Araújo.....	95
CONDICIONANTES DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN ESCUELAS RURALES: UN ANÁLISIS MULTIFACTORIAL PARA QUINTO GRADO. ....	106
Andrea Carolina Hernández Márquez, Jesús Cepeda Coronado y Melba Vertel Morinson.....	106
CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO SOBRE LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS: ESTUDIO DE CASO EN ESTUDIANTES DE LA LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS. ....	111
Julio César Méndez Cardona .....	111
DIFICULTADES DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS RELACIONADOS A LA DISCALCULIA EN LOS ESTUDIANTES DE 5° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL NUÑEZ SEDE SINAI	
Jaime Andrés Camaño Meza y Rosanis Ricardo Peña.....	110
DISEÑO DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA DESDE LA PERSPECTIVA DE LA ORQUESTACIÓN INSTRUMENTAL; EL CASO DE LAS TIPOLOGÍAS DE ÁNGULOS EN GRADO CUARTO DE EDUCACIÓN BÁSICA.....	119
Diana Ximena Ortiz y Manuel Alejandro Jaramillo .....	119

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN RECURSO EDUCATIVO DIGITAL QUE HACE USO DE LA APLICACIÓN SWEET HOME 3D PARA DAR CUENTA DE LA NOCIÓN DE ÁREA Y VOLUMEN EN GRADO SEXTO DE EDUCACIÓN BÁSICA. ....	123
Diana Ximena Ortiz, Laura Catalina Moreno Ospina, Julián Andrés Meléndez Cruz y Daniel Alejandro Leguizamo Moreno.....	123
EL COMPONENTE GEOMÉTRICO MÉTRICO DESDE LOS RESULTADOS DE LAS OLIMPIADAS REGIONALES DE MATEMÁTICAS ESCOLARES: UNA MIRADA A LA NOCIÓN DE PERÍMETRO EN EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA.....	126
Jean Carlos Pérez Melendres, Keyra Islem Assia Salcedo y Juan Alberto Barboza Rodríguez... 126	
ESTUDIO DE ALGUNOS ELEMENTOS MATEMÁTICOS QUE SUBYACEN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN DESDE UNA PERSPECTIVA VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO DE PRIMARIA .....	129
Juan Esteban Calderón Talaga y Oscar Julian Obando Peña .....	129
ESTUDIO DE LOS REFERENTES DE CALIDAD EN MATEMÁTICAS SEGÚN EL MEN EN EL MÉTODO SINGAPUR APLICADO EN LA BÁSICA PRIMARIA .....	135
karen Margarita Sotelo Narvárez y Sonia Valbuena Duarte.....	135
FORMACIÓN EN INVESTIGACIÓN Y PRÁCTICA PEDAGÓGICA DE DOCENTES DE MATEMÁTICAS: UNA MIRADA DESDE LOS FORMADORES DE FORMADORES, MAESTROS EN FORMACIÓN INICIAL Y EGRESADOS. ....	142
Robinson Junior Conde Carmona, Ivan Andrés Padilla Escorcía y Sonia Valbuena Duarte.....	142
GEOGEBRA COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA POTENCIAR EL PENSAMIENTO ESPACIAL EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO AGROPECUARIO LA ARENA DE SINCELEJO – SUCRE .....	149
Luis Gabriel Payares Coronado y Carlos Guillermo Hernández Contreras .....	149
INFLUENCIA DEL CONTEXTO REAL, SIMULADO Y EVOCADO EN LOS MODELOS DE RESOLUCION DE PROBLEMAS DE POLYA, MAYER Y SCHOENFELD UTILIZADOS POR LOS ESTUDIANTES DE 5° DE BASICA PRIMARIA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS APLICADO EN EL PENSAMIENTO NUMERICO.....	152
Andres David Mercado Galvan y José Gregorio Morales Pérez.....	152
INSTRUCCIÓN ASISTIDA POR PLATAFORMA DE APRENDIZAJE EN LÍNEA Y GEOGEBRA PARA PROMOVER LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SUPERIOR .....	157
Carina Andrea Hernández Pacheco y Estela de Lourdes Juárez Ruiz.....	157
LA CALCULADORA DE CUATRO REGLAS: ALGUNAS REFLEXIONES DIDÁCTICAS SOBRE SU USO PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.....	164
Oscar Andres Murillo, Divisay Gamboa Sinisterra y David Benitez.....	165
LA DISCALCULIA Y LAS DIFICULTADES DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO.....	171

Luis Felipe Raad Arias, Greizy Karr Saez Galvis y Germán Alberto Tovío David.....	171
LA EVALUACIÓN EN LA MODELACIÓN MATEMÁTICA. UNA REVISIÓN CRÍTICA DE LITERATURA Jonathan Sánchez-Cardona, Paula Andrea Rendón-Mesa y Jhony Alexander Villa-Ochoa ..	<b>¡Error!</b>
<b>Marcador no definido.</b>	
LA FORMACIÓN DEL DOCENTE DE MATEMÁTICAS COMO SUJETO POLÍTICO DESDE EL CAMPO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA .....	173
Jennifer Cadenas Cardona y Dr. Evelio Bedoya Moreno.....	174
LA GESTIÓN DEL DOCENTE DE MATEMÁTICAS CUANDO USA LAS HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES, COMO RECURSO PEDAGÓGICO EN EL AULA PARA EL APRENDIZAJE DE SUS ESTUDIANTES DE GRADO SEGUNDO SOBRE EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL. ....	179
Alisson Dayan Rodríguez Carlosama, Alison Vanessa Martínez Sarria y Ronald Andrés Grueso	179
LAS SUPERFICIES EN EL CÁLCULO MULTIVARIADO PARA INGENIERÍA: ESTADO DEL ARTE ....	185
Pablo Andrés Acosta Solarte .....	185
MOTIVACIÓN QUE PRESENTAN ESTUDIANTES SOBRE PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN CON DERIVADAS.....	189
Oscar Daniel Toral Rodríguez y Celenne Mazón Saenz.....	189
NO SE ES DEMASIADO JOVEN PARA EL ÁLGEBRA .....	196
Natalie Belalcazar Vélez, Kevin Alexander Jaramillo Giraldo, y David Benitez Mojica .....	196
ESTRATEGIAS BASADAS EN LA VISUALIZACIÓN DE CONCEPTOS Y OBJETOS MATEMÁTICOS PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN MEDIA.....	<b>235</b>
Alex Humberto Rolong Molinares .....	235
OBSTÁCULOS DIDÁCTICOS DEL DOCENTE DE MATEMÁTICA EN EL PROCESO ENSEÑANZA- APRENDIZAJE DE LA EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA EN EL MUNICIPIO DE VALLEDUPAR.....	240
Teovaldo García Romero, Wilcar Damián Cifuentes Álvarez, Jhonys Bolaño Ospino, Ever De la Hoz molinares y Marlon de Jesús Rondón Meza. .....	240
REPRESENTACIONES CRONOTOPOGRÁFICAS EN LA COMUNICACIÓN ENTRE PROFESOR Y ESTUDIANTES EN CLASE DE GEOMETRÍA ANALÍTICA EN LA EDUCACIÓN MEDIA.....	246
María Alejandra Mejía Pérez y Dr ©. Armando aroca.....	246
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA RECREATIVA USANDO TECNOLOGÍAS DIGITALES.....	250
Juddy Amparo Valderrama Moreno y Daniel Moreno Caicedo.....	250

UN ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE PROPORCIONALIDAD DESDE LA PERSPECTIVA DE LA GEOMETRÍA Y EL ARTE PICTÓRICO, PARA FOMENTAR EL APRENDIZAJE EN EL GRADO QUINTO DE EDUCACIÓN BÁSICA.....256  
Lina Paola Sarria Sánchez y Adriana García Moreno..... 256

UN ACERCAMIENTO AL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL DESDE LA PERSPECTIVA DEL ISOMORFISMO DE MEDIDA: UNA EXPERIENCIA EN EL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS.....261

Jarol Valencia Gonzalez, Daniel Stiven Gil Grueso y Jhon Jair Angulo Valencia..... 261

UNA EXPERIENCIA SIGNIFICATIVA SOBRE LA FORMA COMO MIDEN Y ESTIMAN EL PESO LOS LANCHEROS DE LA BOCANA EN EL DISTRITO DE BUENAVENTURA.....290

Gisel Yuranny Cuero Banguera, Ana Marien Manyoma Torres y Carmen Eliza Riascos Murillo... 290

UNA MIRADA A LA CONFIGURACIÓN Y DESARROLLO DE FORMAS DE PENSAMIENTO FUNCIONAL EN LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA.....296

Julie Pauline Sánchez Campos, Yury Daniela Quenorán Lucano y Johnny Alfredo Vanegas Díaz.....296

UNA PROPUESTA DE AULA CONFIGURADA EN GEOGEBRA QUE CONTRIBUYE AL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL Y EN GENERAL AL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA CAUCA DE SANTANDER DE QUILICHAO.....302

David Eduardo Chamizo Chepe y Diego Armando Díaz Carvajal.....302

ANÁLISIS MULTIVARIADO SOBRE LAS MATEMÁTICAS Y EL GÉNERO: CONSTRUCCIÓN SOCIAL A PARTIR DE ESCUELAS RURALES EN LOS MONTES DE MARÍA, SUCRE..... 362  
Francia Corena Benitez y Melba Vertel Morinson..... 362

UNA PROPUESTA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS CONVERSIONES DE UNIDADES DE MASA Y EN GENERAL EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN GRADO QUINTO DE PRIMARIA HACIENDO USO DE LAS PRÁCTICAS SOCIALES DEL MUNICIPIO DE SANTANDER DE QUILICHAO CAUCA.....307

Milensy Valencia Uzuriaga, Diana Paola Lucumí García y Adriana García Moreno.....307

USO Y EVALUACIÓN DE PROBLEMAS CONTEXTUALES PARA LA COMPRESIÓN DE LOS PARÁMETROS (m y b) DE UNA FUNCIÓN LINEAL  $y = mx + b$  EN GRADO OCTAVO.....321

Jhon Jair Angulo Valencia.....321

VENTAJAS Y LIMITACIONES DE LA REPRESENTACIÓN INTERVALAR: UNA APROXIMACIÓN A LA PROPIEDAD DE LA DENSIDAD DE LOS NÚMEROS REALES EN EL GRADO ONCE. Un estudio de caso en la Institución Educativa Instituto Técnico de Santander de Quilichao Cauca.....	327
Maribel Fernández Muñoz, Jenniffer Escobar Chocó y Adriana García Moreno.....	327
LA FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS CUADRADOS Y CÚBICOS PERFECTOS EN UN AMBIENTE DE APRENDIZAJE MEDIADO POR GEOGEBRA, PARA EL GRADO OCTAVO DE LA EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA.....	330
Adriana Maria Ulabarry Zapata, Yeison Tibeth Velasco Velasco y David Benitez Mojica.....	330
¿PARA SER DOCENTE DE MATEMÁTICAS EN COLOMBIA SOLO SE REQUIERE LA SUFICIENCIA EN EL SABER DISCIPLINAR?.....	396
Manuel Porras García, Camila Barrios Cogollo y Sonia Balbuena Duarte.....	396
OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS DE LOS DOCENTES EN EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS BÁSICAS DE LOS ESTUDIANTES.....	335
Mauricio Pablo Gómez Muñoz.....	335
PRESENTACION POSTERS.....	333
PI Y PHI CURIOSIDADES DE DOS NUMEROS IRRACIONALES .....	338
Nelly Constanza Ospina Peralta.....	338
DESARROLLO DE HABILIDADES DEL PENSAMIENTO CRÍTICO A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE IMPLIQUEN EL USO DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS EN LAS ÁREAS TIFLOLÓGICAS PARA ESTUDIANTES CIEGOS DENTRO DE UN AULA INCLUSIVA	
Héctor Arrieta Naranjo.....	345
DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALEATORIO EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL MEDIANTE GEOGEBRA EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO .....	352
Mayerlin Ramírez Cuesta, Fernando Vásquez Casadiegos y Leonardo José Vargas Delgado ....	352
EL HORIZONTE MATEMÁTICO DEL PROFESOR EN LAS UNIDADES DE MEDIDA DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.....	358
Nicolas Guillermo Álvarez Rojas, Nildo Javier Carbal Pereira y Sonia Valbuena Duarte.....	358
ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE PARA DESARROLLAR LA INVESTIGACIÓN CON ORIENTACIÓN POSITIVISTA EN EL PREGRADO DE LA UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO .....	361
Emma Ruby Flórez Maldonado y Ever Enrique Camacho Navarro.....	361
ESTRATEGIA PARA LA INTERPRETACIÓN DE LA FUNCIÓN LINEAL A PARTIR DE LA RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMAS EN ESTUDIANTES DE 10° DE I.E.M.A. DE LA CIUDAD DE SINCELEJO EN EL AÑO 2016 .....	365
Yesica María Solano Meneses, Aldair De Jesús Herrera Ferreira y Antonio José Patrón.....	365



HACIA UNA DIDÁCTICA MATEMÁTICA DESDE UNA METODOLOGIA DE TRABAJO CON TITERES Jader Gonzalez Ardila, Margarita Paternina Guerra y Judith Bertel Behaine .....	372
LA APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA MAYA EN LOS CALENDARIOS MAYAS (CHOLQ'IJ Y AB') Wilson Alejandro Chacón Xajil .....	372
LA MODELACIÓN MATEMÁTICA CÓMO ESTRATEGIA DE INVESTIGACIÓN DE FUTUROS LICENCIADOS.....	385
Marlon De Jesús Rondón Meza.....	385
SUCESIÓN NATURAL DE IRRACIONALES, UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL ESTUDIO DE LOS NO RACIONALES A TRAVÉS DEL DOBLADO DE PAPEL .....	401
Ismael Cohen y Steven Villarreal Arrieta .....	401
APORTES AL APRENDIZAJE DE LA SUMA DE FRACCIONES HOMOGÉNEAS Y HETEROGÉNEAS A TRAVERZ DE GEOGEBRA EN GRADO TERCERO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA .....	406
Michael Eduardo Montoya Velez y Diana Ximena Ortiz .....	406
UNA APROXIMACIÓN AL APRENDIZAJE DE LOS FRACCIONARIOS COMO RELACIÓN PARTE- TODO MEDIANTE UNA PROPUESTA DE AULA EN EL GRADO TERCERO.....	409
Raúl Fernando Mendoza Yela, Juan Sebastián Cortés Monroy y Cristian Andrés Hurtado....	409
UNA PROPUESTA PARA LA CONFIGURACIÓN DE UN RECURSO DIGITAL MEDIADO POR GEOGEBRA; EL CASO DE “LAS RETROACCIONES EN EL APRENDIZAJE DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL”.....	430
Diana Ximena Ortiz Collazos, Karen Estefani Ospina Suarez y Saidy Gabriela Vasquez Loboa... 430	
DESARROLLO E IMPLEMENTACION DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE RESOLUCIÓN DE FÓRMULAS Y ECUACIONES EN ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO.....	433
Iván Andrés Padilla Escorcia, Jesús Alberto García Medina y Cristian Javier Cárdenas Herrera	
NIVELES DE RAZONAMIENTO DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO BASADO EN LA CARACTERIZACIÓN POR DESCRIPTORES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS.....	438
Leslie Sanchez Castro, Ulises Nieto Goenaga y Jesus David Berrio Valbuena.....	438
LA APROXIMACIÓN A LAS SOLUCIONES DE ECUACIONES NO LINEALES EN PRIMARIA USANDO GEOGEBRA COMO MEDIO DIDÁCTICO.....	442
Angie Paola Samper Taboada, Emperatriz Mercado Hernandez y Jesús David Berrío-Valbuena	
TALLERES.....	411

DISEÑO DE SITUACIONES Y GESTIÓN DE RETROACCIONES DIDÁCTICAS CON EL SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA DGPAD.....	415
Luis Ángel Pérez Fernández, Adriana Galeano Reyes y Gennifer Liseth Hernández Pabón .....	415
ENSEÑANZA PARALELA Y COMPARATIVA LA POSTURA DIDÁCTICA DEL PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA.....	423
Armando Aroca Araújo .....	423
HERRAMIENTAS DEL ENFOQUE ONTOSEMIOTICO (EOS) PARA EL ANÁLISIS Y REDISEÑO DE TAREAS CON POTENCIAL MATEMÁTICO ALTO.....	430
Mayra Alejandra Jiménez Consuegra.....	430
IMPLEMENTACIÓN DE DISPOSITIVOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE OBJETOS ALEATORIOS CON ESTUDIANTES SORDOS Y OYENTES .....	437
Hernando Franco Alzate, Eliécer Aldana Bermúdez y Sandra Lucía Romero Pulido.....	437
OPTIMIZACIÓN, ¿SIN CÁLCULO? UNA APLICACIÓN DE LA DESIGUALDAD DE LAS MEDIAS ARITMÉTICA Y GEOMÉTRICA, CON GEOMETRÍA DINÁMICA.....	444
Víctor Hugo Ibarra Mercado y Guillermo Trujano .....	444
MODELACIÓN MATEMÁTICA POR ECUACIONES DIFERENCIALES. CASO: LEY DE ENFRIAMIENTO DE NEWTON.....	448
Luis Fernando Plaza .....	448
ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA EL DESARROLLO DE PROCESOS DE MODELACIÓN CON ECUACIONES DIFERENCIALES DESDE LA PERSPECTIVA STEM.....	453
Jesús David Berrio Valbuena, Zuriel Fitzgerald Peña Ubarne y María De Los Ángeles Torrenegra Giraldo.....	453

# CONFERENCIAS PRINCIPALES

## PAPEL DE LAS SITUACIONES ADIDÁCTICAS EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO. UNA MIRADA CRÍTICA DESDE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO<sup>1</sup>

Juan d. Godino<sup>2</sup>

### Resumen

El postulado del aprendizaje por adaptación a un medio antagonista asumido por la Teoría de Situaciones Didácticas en Matemáticas se corresponde con el papel central que esta teoría atribuye a las situaciones adidácticas (momentos en que tiene lugar la producción autónoma de conocimientos por los estudiantes). El papel del profesor queda reservado principalmente a los momentos en que tiene lugar la devolución del problema a los estudiantes y a la institucionalización de los conocimientos. En este trabajo se aportan razones a favor de un modelo didáctico de tipo mixto en el que el profesor y los estudiantes trabajan juntos en la resolución de las situaciones-problemas, de modo que tanto la devolución como la institucionalización (momentos de transmisión de conocimientos) son considerados como procesos didácticos que se desarrollan a lo largo de la trayectoria didáctica. La justificación del modelo mixto está basada en los supuestos epistemológicos, ontológicos, semióticos e instruccionales del Enfoque Ontosemiótico.

**Palabras claves:** *aprendizaje matemático, teoría de situaciones didácticas, enfoque ontosemiótico, articulación de teorías.*

### Abstract

The postulate of learning by adaptation to an antagonistic milieu assumed by the Theory of Didactic Situations corresponds to the central role that this theory attributes to the a-didactic situations (moments in which the students' autonomous production of knowledge takes place). The teacher's role is reserved mainly to the moments in which the problem is proposed to the students and to the institutionalization of knowledge. In this presentation reasons are provided in favor of a mixed-type didactical model in which the teacher and the students work together in solving the problem situations, so that both the devolution and the institutionalization (moments of knowledge transmission) are considered as didactic processes that are developed along the didactic trajectory. The justification of the mixed model is based on the epistemological, ontological, semiotic and instructional assumptions of the Onto-semiotic Approach.

**Key words:** *mathematical learning, theory of didactical situations, onto-semiotic approach, networking theories.*

### INTRODUCCIÓN

La naturaleza del conocimiento que se pretende construir mediante la investigación en educación matemática tiene, no sólo un carácter científico, sino también tecnológico. Esto quiere decir que se abordan problemas teóricos de clarificación ontológica, epistemológica y semiótica sobre el conocimiento matemático, en cuanto tales problemas tienen relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje (componente científico- descriptivo). Además, se trata de intervenir en

---

<sup>1</sup> Síntesis de la conferencia plenaria, basada en un artículo en elaboración realizado con la colaboración de los doctores, María Burgos y Miguel R. Wilhelmi.

<sup>2</sup> Catedrático de Didáctica de la Matemática (Jubilado). Universidad de Granada, España; [jgodino@ugr.es](mailto:jgodino@ugr.es)

dichos procesos para hacerlos lo más efectivos posible (componente tecnológico - prescriptivo). Se entiende que la descripción, explicación y predicción, son los fines de la actividad científica, mientras que la prescripción y valoración, son los principales objetivos correspondientes a la actividad tecnológica, aunque ésta también incluye elementos de investigación aplicada a la resolución de problemas concretos.

Las teorías de diseño instruccional se orientan hacia el componente tecnológico – prescriptivo, esto es, a proporcionar pautas que ayuden a mejorar los procesos instruccionales. La acción efectiva sobre los problemas reales de la clase requiere desarrollar teorías instruccionales específicas que ayuden al profesor en la toma de decisiones en las fases de diseño, implementación y evaluación. Se precisa elaborar teorías educativas que articulen las facetas epistémica y ecológica (teorías curriculares), junto con las facetas cognitiva y afectiva (teorías del aprendizaje) y la instruccional (teorías sobre la práctica de la enseñanza).

Una revisión de los diversos manuales de investigación sobre educación matemática revela la ausencia de consenso sobre teorías de diseño instruccional aplicadas a la enseñanza de las matemáticas. A lo sumo encontramos planteamientos generales de índole cognitivo o sociocultural (diversos enfoques constructivistas, interaccionistas,...), que no tienen en cuenta la especificidad del conocimiento matemático.

En este trabajo abordamos la problemática del diseño instruccional en educación matemática desde el punto de vista de dos enfoques teóricos internos a la Didáctica de las Matemáticas, la Teoría de Situaciones Didácticas en Matemáticas (TSDM) (Brousseau, 1986; 1997), y el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007).

La TSDM centra la atención básicamente en el componente científico de la educación matemática ya que su objetivo es encontrar reglas generales que expliquen los aprendizajes de los sujetos como resultados de disposiciones y comportamientos específicos en la clase de matemáticas. En principio, no pretende que las situaciones didácticas que diseña y experimenta sean tomadas como modelos que haya que seguir para lograr que los alumnos aprendan matemáticas. Sin embargo, es difícil sustraerse a la tentación de considerar tales situaciones y los principios en que se basan como modelos instruccionales.

Aunque el objetivo de la TSDM no haya sido construir una teoría de la instrucción matemática, incorpora elementos que permiten modelizar procesos instruccionales, tales como: tipos de situaciones didácticas (acción, formulación, validación, institucionalización), las normas interaccionistas del contrato didáctico, la construcción de situaciones didácticas basadas en problemas matemáticos específicos de cada conocimiento pretendido, etc. Estos aspectos pueden ser utilizados como bases para una “ciencia de diseño” para la educación matemática, aunque condicionada por los postulados que asume sobre las matemáticas y su aprendizaje. La TSDM asume una teoría constructivista - piagetiana para el aprendizaje matemático y un enfoque positivista - experimental para la didáctica de las matemáticas, y considera que su objetivo debe ser descubrir “fenómenos didácticos”, así como construir situaciones de enseñanza que “necesariamente” produzcan los aprendizajes pretendidos.

En este trabajo analizamos las características de la TSDM como una teoría que valora como positivos, y en cierto modo, necesarios, determinados principios sobre las matemáticas, su aprendizaje y sobre los comportamientos del profesor, los alumnos y las interacciones con los recursos didácticos. En particular, deseamos analizar los postulados de tipo constructivista que asume la TSDM sobre el aprendizaje autónomo del sujeto mediante la interacción con un medio antagonista, y el corolario que se deriva de que el verdadero aprendizaje matemático solo tiene lugar mediante la implementación y gestión de situaciones didácticas. También nos parece necesario analizar la modelización de los conocimientos en términos de situaciones fundamentales porque podría no contemplar la complejidad ontosemiótica de dichos

conocimientos, lo que implicaría una dificultad para la producción autónoma de los conocimientos por los estudiantes.

Este análisis crítico lo vamos a hacer desde el punto de vista del EOS, marco teórico estrechamente conectado en sus orígenes con la TSDM y otras teorías de la didáctica francesa (Godino, Font, Contreras y Wilhelmi, 2006; D'Amore y Godino, 2007), pero que se inscribe dentro del paradigma de las aproximaciones socioculturales en educación matemática (Lerman, 2001; Radford, 2008), vinculadas con supuestos sobre el aprendizaje de la psicología de Vygotsky. El carácter modular e inclusivo del EOS (Godino, 2017) le permite abordar problemas de naturaleza descriptiva-explicativa-predictiva y también problemas prescriptivos – tecnológicos. La modelización pragmática y ontosemiótica para el conocimiento matemático que propone el EOS permite realizar análisis pormenorizados de los diversos significados ligados a los objetos matemáticos y de la trama de objetos y relaciones implicados en cada significado, tanto desde el punto de vista institucional /cultural como personal/cognitivo.

Además, la herramienta teórica de la idoneidad didáctica (Godino, 2013) se puede considerar como el esbozo de una teoría de la instrucción matemática al proporcionar una guía que orienta, no solo el análisis y valoración de intervenciones efectivas en la clase, sino también para su mejora progresiva. Trataremos de argumentar que entre los modelos instruccionales centrados en el alumno, y centrados en el profesor (Stephan, 2014), un modelo mixto de instrucción focalizado en el saber matemático y en el que tanto el profesor como los estudiantes tienen papeles protagonistas puede alcanzar niveles altos de idoneidad didáctica.

Usaremos el tema del estudio de la proporcionalidad para contextualizar la discusión ya que ambos marcos teóricos han realizado investigaciones sobre dicho tema.

## REFERENCIAS

- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Brousseau, B. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- D'Amore, B. y Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (2), 191-218.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22 (2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, J. D. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.

Godino, J. D., Font, V., Contreras, A. y Wilhelmi, M. R. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (1), 117-150.

Lerman, S. (2001). Cultural, discursive psychology: a sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 87-113.

Radford, L. (2008). Theories in mathematics education: A brief inquiry into their conceptual differences. Working Paper. Prepared for the ICMI Survey Team 7. *The notion and role of theory in mathematics education research*. Disponible en, <https://www.researchgate.net/publication/253274896>

## CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA

Vicenç Font<sup>1</sup>  
Adriana Breda<sup>2</sup>

### Resumen

En este trabajo se reflexiona sobre el constructo criterios de idoneidad didáctica en el marco de la problemática del papel que deben jugar las valoraciones y los principios normativos en la práctica del profesor. Se trata de una investigación en historia de la educación, ya que se realiza un estudio del desarrollo de la noción de idoneidad didáctica a partir del análisis de fuentes documentales. Más en general, se realiza un trabajo de desarrollo teórico del constructo idoneidad didáctica: cómo se originó, hacia qué nos conduce y cómo puede afectar a la práctica del profesor de matemáticas.

**Palabras claves:** *Formación de Profesores. Enfoque Ontosemiótico. Criterios Normativos. Idoneidad didáctica.*

### Abstract

Un In this paper, we reflect on the construct of didactic suitability criteria in the framework of the question about the role that assessment and normative principles must play in the teacher's practice. This is a research in Education History, since we study the development of the notion of didactic suitability through the analysis of documental resources. In more general terms, we conduct a theoretical development study of the construct of didactic suitability: which was its origin, where it leads us and how it can affect the Mathematics teacher's practice.

**Key words:** *Didactic Suitability Criteria, Teacher Training. Ontosemiotic Approach. Normative Criteria. Didactical suitability.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Font y Godino (2011) afirman que a la Didáctica de las Matemáticas (DM) se le pide que dé respuesta a dos demandas diferentes. La primera pretende que sus constructos teóricos sirvan para comprender los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y la segunda que éstos sirvan para guiar su mejora. Se trata de dos demandas diferentes, pero estrechamente relacionadas, ya que sin una profunda comprensión de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas no es posible conseguir su mejora.

La segunda demanda nos lleva a una reflexión sobre valores y normas que funcionan como una guía para obrar que orienta acerca de qué acciones son correctas (buenas) y cuáles son incorrectas (malas).

---

<sup>1</sup> Doctor en Filosofía y Ciencias de la Educación; Universitat de Barcelona; España; vfont@ub.edu.

<sup>2</sup> Doctora en Educación en Ciencias y Matemáticas por la Pontificia Universidade Católica do Rio Grande do Sul; Universitat de Barcelona; España; adriana.breda@gmail.com.



En general, los enfoques teóricos que se han generado en la DM están más cómodos con la primera demanda que con la segunda. Incluso podemos decir que muchos de ellos huyen de esta última con diferentes argumentos. Ahora bien, hay programas de investigación que consideran que la razón de la primera demanda (concepción de la didáctica como ciencia descriptiva/ explicativa) es poder afrontar la segunda.

Una revisión de la literatura muestra que una parte importante de los trabajos de investigación relacionan ambas demandas de facto, aunque en muchos casos sin justificar fundadamente dicha conexión.

En el marco del Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007) se ha decidido afrontar la segunda demanda a partir de la generación de constructos teóricos, siendo el más relevante el constructo idoneidad didáctica (CI). En los apartados siguientes explicaremos su génesis y desarrollo.

## 2. MARCO CONCEPTUAL Y METODOLÓGICO

Este trabajo es una investigación en historia de la educación, ya que se realiza un estudio del desarrollo de la noción de idoneidad didáctica. Para ello, además de la lectura y análisis de fuentes documentales se ha contado con la colaboración del primer autor del presente trabajo, en calidad de coautor del constructo idoneidad didáctica y de ser el principal aplicador de este constructo a la formación del profesorado.

## 3. CONCLUSIONES

Las decisiones adoptadas para delimitar las bases que permitieron el desarrollo del constructo idoneidad didáctica fueron:

1) La primera decisión es que debe ser un constructo que permita al profesor reflexionar sobre su práctica y poder guiar su mejora en el contexto donde se realiza.

2) La segunda decisión, derivada de la primera, es utilizar un término que tenga un cierto aire de familia con el término calidad, pero en el que los aspectos contextuales sean más predominantes que los estructurales o inherentes. Por esta razón, se optó por el término idoneidad para introducir el constructo CI.

3) La tercera decisión es considerar que lo que nos dice cómo guiar la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje debe emanar del discurso argumentativo de la comunidad científica, cuando éste se orienta a conseguir un consenso sobre lo que se puede considerar como mejor. Desde esta perspectiva, la DM nos puede ofrecer principios provisionales (un tipo de normas llamados aquí criterios de idoneidad) consensuados por la comunidad interesada en la educación matemática, o bien por un sector importante de ella, que pueden servir primero para guiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y, segundo, para valorar sus implementaciones.

4) La cuarta decisión es que el constructo de idoneidad didáctica debe ser multidimensional y, por tanto, debe descomponerse en idoneidades parciales y, a su vez, cada una de ellas hacerlo en componentes.

5) la quinta decisión es que un proceso de enseñanza y aprendizaje se considera idóneo cuando se consigue un equilibrio entre los diferentes criterios parciales de idoneidad, y no cuando sólo se dan algunos de ellos.

6) La sexta decisión es que los criterios de idoneidad parciales (en tanto que consensos a priori) pueden entrar en conflicto con el contexto en que trabaja el profesor, lo cual conlleva, primero, tratar los CI de manera conjunta (y no como criterios independientes como frecuentemente se hace en el caso de la calidad) y, segundo, a cuestionar o relativizar la validez de un determinado criterio en un contexto específico, lo cual lleva a dar pesos relativos diferentes a cada criterio en función del contexto.

Esta sexta decisión es posible porque los CI se consideran como normas que son principios en lugar de normas que son reglas. Los principios tienen un aspecto de peso o importancia que las reglas no tienen, de modo que los conflictos entre principios se resuelven por peso. Dicho de otra manera, los CI, en tanto que principios, no son binarios, son graduales.

7) La posible contradicción entre la quinta y la sexta decisión se puede resolver mediante el rediseño del proceso de enseñanza y aprendizaje. En efecto, de acuerdo con la sexta decisión, el mayor peso dado a algunos principios en función del contexto inclinan las decisiones en una dirección. Ahora bien, los principios con menor peso sobreviven intactos aun cuando no prevalezcan, lo cual permite darles más peso en un rediseño del proceso de enseñanza y aprendizaje de cara a una implementación futura más equilibrada.

La opción de considerar que el constructo idoneidad didáctica debe contar con un cierto grado de consenso, da una manera de generar criterios parciales que permitan responder a la pregunta ¿qué se debe entender por mejora de la enseñanza de las matemáticas? ya que es cuestión de explorar, en una primera fase, cómo se ha generado un conjunto de tendencias y principios que gozan de un cierto consenso en la comunidad relacionada con la educación matemática; clarificando, a ser posible, qué papel juegan los resultados de la investigación didáctica en su generación. En una segunda fase, se tiene que relacionar, relativizar, subordinar, etc., estos principios para generar una lista de CI, con sus componentes e indicadores, que sirvan al profesor para organizar la reflexión sobre su práctica.

A continuación, explicamos brevemente estas dos fases que han llevado al constructo CI, compuesto por seis criterios de idoneidad didáctica parciales, cada uno, a su vez, desglosado en componentes e indicadores, cuya función es señalar aspectos a mejorar en la práctica del profesor.

Para el desarrollo del constructo CI, se han considerado las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas, los principios del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) y los aportes de los diferentes enfoques teóricos del área de la DM (Breda, Font y Pino-Fan, 2018).

Las principales tendencias que se tuvieron en cuenta fueron: la incorporación de nuevos contenidos, presentación de una matemática contextualizada, dar importancia a la enseñanza de los procesos matemáticos (resolución de problemas, modelización matemática, etc.), enseñanza y aprendizaje de tipo activo (constructivista), considerar que saber las matemáticas implica ser competente en su aplicación a contextos extramatemáticos, principio de equidad en la educación

matemática obligatoria y la incorporación de nuevas tecnologías de la información y la comunicación.

El caso paradigmático de reconversión de algunas de estas tendencias en principios explícitos, es el caso de los principios del NCTM (2000): currículum, enseñanza, aprendizaje, evaluación, tecnología e igualdad. En el EOS se consideró que, dado el amplio consenso que generan, los principios del NCTM, reinterpretados, podían ser el origen de algunos de los CI, o bien podían contemplarse como componentes suyos. En concreto, se reinterpretaron los principios del NCTM como se explica en Breda, Font y Pino-Fan (2018).

Además de las tendencias y principios comentados anteriormente en el área de la DM se han generado conocimientos y resultados que gozan de amplio consenso. Algunos de los aportes de los diferentes enfoques del área de la DM también se han tenido en cuenta para el desarrollo del constructo CI (Godino, 2013).

#### 4. CONSIDERACIONES FINALES

Con relación a la cuestión de cómo afecta a la práctica del profesor un constructo como el de idoneidad didáctica, la primera consideración es que es una herramienta que se puede enseñar a los profesores en formación y en servicio para organizar la reflexión sobre su práctica (Breda, Font y Lima, 2015). En particular, los criterios de idoneidad didáctica se están enseñando como contenido para organizar la reflexión del profesor sobre su propia práctica en tres postgrados (un máster de formación de profesores de secundaria en servicio en Ecuador, un máster interuniversitario de formación de profesores de secundaria en servicio en España y un diplomado para maestros de primaria en servicio en Panamá).

La segunda, es que su aplicación concreta debe ser situada. Es decir, la aplicación, priorización, relegación etc., de dichos criterios depende del contexto institucional en el que se desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje, y del criterio pedagógico y didáctico del profesor que los debe tener en cuenta. Se trata de contrastar el ideal con la realidad, pero en lugar de responsabilizar al profesor del desfase inevitable entre ambos, el uso de los criterios de idoneidad didáctica le da la posibilidad al profesor de reflexionar y decidir, de manera autónoma y en función del contexto, acciones para conseguir una mejora de sus procesos de enseñanza y aprendizaje. Los criterios de idoneidad son una guía de orientación para la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y no unos principios o criterios que produzcan la frustración del profesor normal al no poder alcanzarlos.

En cada contexto el profesor puede cuestionar ciertas verdades que tienen un gran consenso. Por ejemplo, puede haber un gran consenso en que organizar la clase en forma de proyecto de trabajo y dando mucho peso a la modelización es, a priori, lo más deseable; pero, si tenemos que hacerlo con un grupo de alumnos heterogéneos, en los que la capacidad de concentración dura poco tiempo, quizás esta verdad deba ser cuestionada en este contexto particular. Con este ejemplo se pretende señalar que un consenso asumido en el área de la Didáctica de las Matemáticas como una buena manera de enseñar las matemáticas puede funcionar de modo incoherente o producir contra efectos no previstos, al encarnarse en unas prácticas de enseñanza en un contexto de aula (espacio-temporal) determinado.

## 5. AGRADECIMIENTOS

Trabajo desarrollado en el marco de los proyectos de investigación en formación de profesorado: EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE) y REDICE18-2000 (ICE-UB).

## 6. REFERENCIAS

- Breda, A., Font, V. & Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8(2), 1-41.
- Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L. (2018) Criterios Valorativos y Normativos en La Didáctica de las Matemáticas: el Caso del Constructo Idoneidad Didáctica. *Bolema*, 32(60), 255-278.
- Font, V. y Godino, J. D. (2011), Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato, en J. M. Goñi (ed.), *Matemáticas: Investigación, innovación y buenas prácticas* (pp. 9-55). Barcelona: Graó.
- Godino, J. D. (2013) Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111-132.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

## DETERMINACIÓN DE UN MARCO EPISTÉMICO Y DIDÁCTICO DE REFERENCIA PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO EN UNA CARRERA NO MATEMÁTICA

Marcel David Pochulu<sup>1</sup>

### Resumen

Se relata el proceso de investigación seguido para establecer un marco epistémico y didáctico de referencia para la enseñanza del cálculo diferencial e integral, en una variable, para una carrera que no está centrada en la matemática. Para ello, se estudiaron documentos referidos a la enseñanza del cálculo y se hicieron entrevistas a profesionales, con el propósito de establecer las prácticas matemáticas que son necesarias en la formación de un Licenciado en Administración. Estas prácticas, no guardan necesariamente relación con el modo en que se presentan habitualmente los contenidos de matemáticas a los estudiantes y desafían los conocimientos que tienen los profesores sobre la disciplina y su relación con demás.

**Palabras clave:** Enseñanza del cálculo, matemáticas para no matemáticos, Enfoque Ontosemiótico, marco epistémico y didáctico de referencia.

### Abstract

The research process followed is described to establish an epistemic and didactic framework of reference for the teaching of differential and integral calculus, in one variable, for a career that is not focused on mathematics. For this purpose, papers referring to the teaching of calculus were studied and interviews were made with professionals, in order to establish the mathematical practices that are necessary in the formation of a Bachelor of Administration. These practices are not necessarily related to the way in which mathematics contents are usually presented to students and challenge the knowledge that teachers have about the discipline and its relationship with others.

**Keywords:** Calculus teaching, mathematics for not mathematicians, Onto-Semiotic Approach, didactic and epistemic frame of reference.

### 1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas para carreras no matemáticas plantea grandes desafíos para los profesores y para las universidades desde hace muchos años, pues las tendencias marcan que debería enseñarse de manera contextualizada y a través de la resolución de problemas.

La problemática sobre el tipo de tareas y actividades que debieran proponer los profesores, pareciera ser aún una dificultad a superar, y es frecuente que los estudiantes comiencen a tomar conciencia sobre la importancia de las matemáticas, una vez avanzados en los estudios de la carrera elegida, o al finalizar y desenvolverse en el mundo laboral. En tiempos pasados era suficiente mostrar algunas técnicas y algoritmos relevantes de las matemáticas y aplicarlos en situaciones de una realidad falseada o manipulada, como lo expresa Alsina (2007), pues sostiene categóricamente que “gran parte del tiempo dedicado a la enseñanza de la matemática se dedica a la resolución de ejercicios rutinarios alejados de la vida cotidiana”.

---

<sup>1</sup> Doctor en didáctica de las matemáticas; Universidad Nacional de Villa María; Argentina; marcelpochulu@hotmail.com

Son numerosos los trabajos de investigación que toman las prácticas de matemáticas como objeto de estudio y las implicancias educativas que ellas tienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Godino, Contreras y Font, 2006, Pochulu, 2007, Pochulu y Font, 2011, entre otros). Recientemente, también aumentó el interés sobre el tipo de tareas que los profesores de Matemática proponen a los estudiantes, pues son consideradas clave para conseguir una enseñanza de calidad. Éstas son el punto de partida de la actividad del alumno, la cual, a su vez, produce como resultado su aprendizaje. Sabemos que la elección de qué matemáticas enseñar y la contextualización sociocultural de la práctica profesional choca con la limitación de tiempo de las asignaturas e implica afrontar el problema de la selección de los contenidos, metodologías de enseñanza y tipo de evaluación. No obstante, existen hoy en día diversas investigaciones en didáctica de las matemáticas que han puesto de manifiesto que la contextualización también puede facilitar la comprensión de los alumnos al proporcionar la conexión de los contenidos objeto de estudio con sus conocimientos previos, y la motivación de los mismos por aprender (Ramos, 2006).

En este contexto cabe preguntarse: ¿qué matemáticas requiere una carrera profesional en particular? ¿qué criterios debemos seguir para seleccionar los contenidos? ¿qué prácticas matemáticas debieran ser incluidas necesariamente y con qué enfoque metodológico? Para dar respuestas a estas preguntas, se relata el proceso de investigación seguido para seleccionar contenidos de matemáticas (principalmente del cálculo diferencial e integral en una variable), para la Licenciatura en Administración Rural de la Universidad Tecnológica Nacional de Argentina. Esta carrera se desarrolla en 7 sedes o facultades y la cátedra de Análisis Matemático tiene asignada sólo 2.5 horas reloj por semana durante un año académico (32 semanas). En las siguientes secciones, se describe el marco de la investigación, la metodología seguida, algunos resultados y conclusiones finales del trabajo desarrollado.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Se distinguen en esta sección algunos antecedentes relevantes de la investigación, y los principales elementos y constructos del marco teórico considerado para la misma.

### 2.1 Algunos antecedentes de la enseñanza del cálculo en carreras no matemáticas

Diversas investigaciones en didácticas de las matemáticas tratan de explicar el fracaso que se tiene en la enseñanza del cálculo con estudiantes universitarios, con argumentos que implican: insuficientes o inadecuados conocimientos previos; poca o ninguna competencia en razonamiento lógico y abstracto; deficiencias en la adquisición y utilización del lenguaje matemático, ausencia de hábitos de estudio; desconexión entre las matemáticas enseñadas en educación secundaria y las que se imparten en la universidad; la forma tradicional de enseñar los contenidos matemáticos en las universidades que en muchas ocasiones están totalmente desvinculados de los intereses del alumnado y de los aspectos específicos de la propia carrera; la insuficiente formación pedagógica de los docentes universitarios, entre otros.

En particular, respecto al cálculo diferencial e integral en una variable, Artigue (1995) señala que:

La enseñanza universitaria, aún si tiene otras ambiciones, tiende a centrarse en una práctica algorítmica y algebraica del cálculo y a evaluar en esencia las competencias adquiridas en este dominio. Este fenómeno se convierte en un círculo vicioso: para tener niveles aceptables de éxito,

se evalúa aquello que los estudiantes pueden hacer mejor, y esto es, a su vez, considerado por los estudiantes como lo esencial, ya que es lo que se evalúa. (p.97).

Esta apreciación se corresponde a lo señalado por Cantoral y Mirón (2000) e Idris (2009) quienes indican que la enseñanza habitual del cálculo logra que los estudiantes deriven, integren, o calculen límites elementales sin que sean capaces de asignar un sentido más amplio a las nociones involucradas en su comprensión. Estos investigadores remarcan el hecho de que el cálculo se enseña desde una perspectiva mecanicista, reduciendo su aprendizaje a prácticas algorítmicas y algebraicas, donde los estudiantes privilegian la obtención de una respuesta (ojalá la correcta), por encima del proceso que lleva a ésta, aspecto que conlleva a un aprendizaje con baja comprensión. Para encontrar una solución a esta problemática, Zúñiga (2007) y Barrile y Righetti (2017) reportan que, en un escenario contextualizado de enseñanza de la matemática, el funcionamiento cognitivo de los estudiantes propicia la comprensión de los contenidos de cálculo en el ámbito de su área de especialidad. Tal comprensión se logra tanto por las características de la situación problemática que se plantea (potencialmente significativa) como por la actitud positiva de los estudiantes al tratarla por ser de su interés.

## 2.2 Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática

La investigación se enmarca en el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemática (EOS) como línea de la didáctica de las matemáticas. Se toman los constructos: objeto matemático, significado de un objeto matemático, práctica matemática, sistemas de prácticas, configuraciones epistémicas y cognitivas.

Para Godino, Batanero & Font (2007) las matemáticas se conciben como una actividad humana, intencionalmente orientada a la solución de cierto tipo de problemas, realizada en el seno de instituciones o comunidades de prácticas; actividad que está mediatizada y apoyada por los recursos lingüísticos y tecnológicos disponibles. De las prácticas o sistemas de prácticas realizadas para resolver problemas emergen dos categorías primarias de objetos matemáticos: institucionales (sociales, relativamente objetivas, del profesor) y personales (individuales o mentales, del alumno), por lo que se asume que las matemáticas son, además de una actividad, un complejo de objetos culturales (institucionales), axiomática y deductivamente organizados.

El EOS confiere fundamental importancia a las nociones de significados institucionales y personales y concibe el significado de un objeto matemático, al que Godino, Batanero & Font (2007) definen como todo aquello que es indicado, señalado o nombrado cuando se construye, comunica o aprende matemática, en términos del sistema de prácticas ligadas a un tipo de problemas. Estos significados institucionales pueden ser de varios tipos: el implementado, el evaluado, el pretendido y el referencial. Los significados personales pueden ser: el global, el declarado y el logrado, los cuales se relacionan entre sí, mediados por el trasfondo ecológico de las prácticas.

En la descripción de las actividades matemáticas suele hacerse alusión a diferentes tipos de objetos, pero el EOS considera seis tipos de entidades u objetos primarios: situación-problema, conceptos, propiedades, procedimientos, argumentaciones y lenguaje. En particular, en la resolución de un problema se pueden encontrar algunos o todos estos objetos mencionados, los cuales determinan configuraciones. Estas configuraciones pueden ser de tipo epistémica o cognitiva. Las configuraciones se denominarán epistémicas si son redes de objetos institucionales (extraídas de un texto escolar, obtenidas de la clase que imparte un profesor, etc.), o cognitivas si representan redes de objetos personales (observadas en la actividad de los estudiantes).

### 3. METODOLOGÍA

Las características metodológicas de la investigación son de tipo interpretativo y cualitativo, ya que se pretendió arribar a una comprensión profunda sobre las actividades llevadas a cabo por profesores, estudiantes y egresados de la carrera de Licenciatura en Administración Rural que involucran el cálculo diferencial e integral en una variable, mediante un análisis inductivo/constructivo. Las fases de la investigación fueron las siguientes:

(1) Definición de significados institucionales de referencia: Se realizó un estudio documental referido a la enseñanza del cálculo en carreras del área de las ciencias económicas y de la administración, entrevistas no estructuradas a egresados de la Licenciatura en Administración Rural que trabajan específicamente en su campo profesional, y estudios de la componente matemática presente en los trabajos finales realizados por estudiantes.

(2) Determinación de significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados: Se analizó el programa y las prácticas de Análisis Matemático de la carrera (dado que contienen los tópicos referidos al cálculo diferencial e integral en una variable) en términos de utilidad que tienen los contenidos para las asignaturas que conforman la carrera.

(3) Análisis comparativo entre los significados institucionales de referencia con los pretendidos, implementados y evaluados. Este análisis permitió determinar la relevancia que tienen las prácticas que se realizan en Análisis Matemático para formar un Licenciado en Administración Rural, y al mismo tiempo, establecer aquellas que serían necesarias por estar en el significado institucional de referencia, pero que no son consideradas en los significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados.

### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

A continuación, se exponen los resultados más relevantes encontrados durante la investigación, y aquellos aspectos metodológicos que fueron desencadenantes a la hora de tomar decisiones para establecer un marco epistémico y didáctico de referencia.

Una de las acciones realizadas para determinar los significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados, fue volcar los contenidos de matemática en una planilla de cálculo. Posteriormente, se colocaron todas las materias que conforman el plan de estudio de la Licenciatura en Administración Rural y se les pidió a los profesores de las 7 facultades donde se desarrolla la carrera, que puntuaran cada contenido de matemáticas en términos de su utilidad o aplicación en la carrera y/o cátedra. Los resultados mostraron que prácticamente ningún contenido de matemáticas estaba siendo aplicado. Incluso, aquellos contenidos que podrían aplicar, no lo hacían en el mismo sentido en que eran trabajados en la clase de Análisis Matemático. Por ejemplo, en el campo profesional de administración rural se usan frecuentemente tablas de datos, las cuales se obtienen de experiencias particulares, tales como: aumento de peso compensatorio en vaquillonas en encierre a corral, estimación del poder germinativo de un lote de semillas, eficiencia de conversión en la cría de porcinos, demoecología y programas de erradicación de plagas en cultivos, rendimiento de genotipos de maíz ante arreglos topológicos, etc. Con estas tablas de datos se realizan representaciones gráficas, y eventualmente, se recurren a modelos funcionales de ajuste (líneas de tendencia) para pronosticar comportamientos entre las variables. Sin embargo, en la clase de matemáticas el



desarrollo está centrado en el estudio y representación de una expresión analítica de una función, con detalles de componentes que no necesariamente son relevantes para las prácticas profesionales que realizan los egresados de la carrera. En el campo de evaluación de inversiones, se requerían estudios que permitieran comprender las posibles transacciones comerciales a las que se enfrenta un administrador, como el hecho de decidir entre la compra de moneda extranjera, constituir plazos fijos (tradicionales o a unidades de valor adquisitivo), compra de acciones (Lebac, Letes, etc.), compra de bienes raíces, etc. Esto mostró que el modo en que se planteaban los problemas en las clases de matemáticas resultaban muy alejados a la realidad y no se preparaba a un estudiante para el mundo laboral.

Las entrevistas con profesionales del área de las ciencias de la administración (y administración rural en particular), junto con el estudio de los trabajos finales de grado que realizan los estudiantes, mostró que era necesario que se abordaran diferentes modelos funcionales, y con el sentido que son requeridos en este área del conocimiento. En particular, se tendrían que trabajar con situaciones problemáticas para calcular costos e ingresos, definir beneficios y rentabilidad, planificar, dirigir y controlar procesos productivos, determinar la eficiencia en el uso de los recursos, analizar la situación financiera y evaluar pequeñas inversiones. Asimismo, se tendrían que presentar constructos básicos necesarios para afrontar estudios de estadística en el curso siguiente.

Considerando que sólo se disponen de 2,5 horas reloj por semana para desarrollar contenidos del cálculo diferencial e integral en una variable, resultó impensable sostener procesos algorítmicos propios de las matemáticas, como por ejemplo, graficar funciones a partir de su expresión analítica, realizar cálculos algebraicos complejos para levantar indeterminaciones de límites, aplicar sistemáticamente la regla de la cadena en funciones que difícilmente se presenten en contextos reales, o utilizar técnicas de integración para funciones en casos muy particulares. Si pensamos que cada espacio curricular debe realizar prácticas formativas que contribuyen al perfil profesional de la carrera y a las prácticas profesionalizantes, es altamente complejo que se logre con contenidos no contextualizados y centrados en rutinas y procedimientos propios de las matemáticas.

Para este caso particular, se propusieron prácticas matemáticas que involucran la obtención de modelos funcionales a partir de tablas de datos (de costo, de ingreso, de utilidades, de demanda, de oferta, costo promedio, ingreso promedio, etc.), interpretaciones económicas referidas del costo marginal, ingreso marginal, elasticidad de la demanda, utilidad neta, tasas de incremento, excedente de consumidores y productores, etc. Asimismo, la resolución de problemas implicó que los estudiantes hicieran un uso significativo y pertinente de los nuevos recursos y que los profesores plantearan problemas con un abordaje interdisciplinario. Esto llevó a cambiar el modo de pensar y actuar en la clase, y mucho más importante aún, lograr que los estudiantes tengan una educación diferente y acorde a las demandas actuales de su profesión.

La determinación de un marco epistémico y didáctico de referencia para la enseñanza del cálculo en la Licenciatura en Administración Rural mostró que no es posible seguir siendo un profesor del siglo XIX que enseña unas matemáticas del siglo XVII a estudiantes del siglo XXI. Fue necesario desterrar la idea de que el estudiante tiene que contar con todos los conocimientos matemáticos para abordar un problema, o que usará solamente métodos y algoritmos tradicionales enseñados en la clase. Tampoco se puede ignorar la presencia de la tecnología que media la resolución de cualquier tipo de problema, y más aún, si se pretende un enfoque unificado e interdisciplinario de la enseñanza de las matemáticas.

## 5. REFERENCIAS

- Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en Educación Matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 85-101.
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Barrile, S y Righetti, G (2017). Una Aplicación de las Integrales Definidas, Experiencia de Aula. En P. Có (Ed), *XX Encuentro Nacional y XII Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería* (pp. 401-407). Santiago del Estero, Argentina: Lucrecia.
- Cantor, R. y Mirón, H. (2000). Sobre el estatus de la noción de derivada: de la epistemología de Joseph Louis Lagrange al diseño de una situación didáctica. *RELIME*, 3 (3), 265-292.
- Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.
- Idris, N. (2009). Enhancing students' understanding in calculus through writing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4(1), 36-55.
- Pochulu, M. (2007). Clases universitarias de matemática: configuraciones e implicancias educativas. *Proyecciones*, 5(2), 21 – 32.
- Pochulu, M. y Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *RELIME*, 14 (3), 361-394.
- Ramos, A. (2006). Objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado y cambios institucionales - El caso de la contextualización de las funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales (Tesis doctoral). Universidad de Barcelona, España.
- Zuñiga, L. (2007). El cálculo en carreras de ingeniería: un estudio cognitivo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (1), 145-175.

## LOS CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

Vicenç Font<sup>1</sup>  
María José Seckel<sup>2</sup>  
Adriana Breda<sup>3</sup>

### Resumen

En este taller, con la participación activa de los asistentes, primero se analizará y valorará una tarea de clase con el objetivo de conocer los aspectos que los asistentes consideran relevantes para implementarla en sus aulas; a continuación, se comentan las tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas que permiten dar una primera respuesta a lo que se entiende por calidad de un proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y se observa cuáles han sido utilizadas por los asistentes. Posteriormente, se profundiza en la pregunta ¿Cómo debe ser una (buena) clase de matemáticas? y se introducen los criterios de idoneidad didáctica, con sus componentes e indicadores, como respuesta a esta pregunta. Por último, se trabajan algunas tareas que se han utilizado en la formación de profesores para introducir alguno de dichos criterios y componentes.

**Palabras clave:** *Formación de profesores, enfoque ontosemiótico, criterios normativos, idoneidad didáctica.*

### Abstract

In this workshop, with the active participation of the attendees, first a class task is analyzed and valued with the objective of knowing the aspects that the assistants consider relevant to implement it in their classrooms; afterwards, the current trends in the teaching of mathematics that allow us to give a first response to what is understood by quality of a teaching and learning process of mathematics are discussed and the ones which have been used by the participants, are observed. Later, the question "How should a (good) class of mathematics be?" is deeply analyzed. Didactic suitability criteria along with their components and indicators are introduced as an answer to this question. Finally, attendees work on some tasks that have been used in teacher training to introduce some of these criteria and components.

**Keywords:** *Didactic suitability criteria, teacher training, ontosemiotic approach, normative criteria, didactical suitability.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Diversas tendencias sobre la formación de profesores, tanto inicial como continua, proponen la investigación del profesorado y la reflexión sobre la práctica docente como una

---

<sup>1</sup> Doctor en Filosofía y Ciencias de la Educación; Universitat de Barcelona; España; vfont@ub.edu.

<sup>2</sup> Doctora en Filosofía y Ciencias de la Educación; Universidad Católica de Maule; Chile; mjseckel@ucm.cl.

<sup>3</sup> Doctora en Educación en Ciencias y Matemáticas por la Pontificia Universidade Católica do Rio Grande do Sul; Universitat de Barcelona; España; adriana.breda@gmail.com.

estrategia clave para el desarrollo profesional y la mejora de la enseñanza. En esta línea de potenciar la reflexión del profesor sobre su propia práctica, el constructo criterios de idoneidad didáctica (y su desglose en componentes y descriptores), propuesto en el marco del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática, puede ser utilizado como una herramienta para organizar la reflexión del profesor – tal como se está haciendo en diferentes procesos de formación en España, Ecuador, Panamá, Chile y Argentina (Breda, Font, Lima & Pereira, 2018).

La noción de idoneidad didáctica es una respuesta parcial a la siguiente problemática: ¿Qué criterios se deben utilizar para diseñar una secuencia de tareas, que permitan evaluar y desarrollar la competencia matemática de los alumnos y qué cambios se deben realizar en su rediseño para mejorar el desarrollo de esta competencia?

En este taller se explica el constructo Criterios de Idoneidad (con sus componentes e indicadores) y se muestra cómo se ha enseñado, en diferentes ciclos formativos en cursos de grado y de postgrado de varios países, como herramienta para organizar la reflexión del profesor.

## 2. MARCO TEÓRICO

En el campo de la Educación Matemática no hay un consenso sobre la noción de calidad y, en particular, no hay consenso sobre los métodos para la valoración y mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Básicamente existen dos maneras de afrontar esta problemática, desde una perspectiva positivista o desde una consensual (Font y Godino, 2011). Desde la primera, la investigación científica realizada en el área de Didáctica de las Matemáticas nos dirá cuáles son las causas que hay que modificar para conseguir los efectos considerados como objetivos a alcanzar, o, como mínimo, nos dirá cuáles son las condiciones y restricciones que hay que tener en cuenta para conseguirlos. Desde la perspectiva consensual, aquello que nos dice cómo guiar la mejora de los procesos de instrucción de las matemáticas, debe emanar del discurso argumentativo de la comunidad científica, cuando ésta está orientada a conseguir un consenso sobre “lo que se puede considerar como mejor”.

La noción de idoneidad didáctica propuesta por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007) se posiciona en la perspectiva consensual. La opción de considerar que el constructo idoneidad didáctica debe contar con un cierto grado de consenso, aunque sea local, da una manera de generar criterios parciales que permitan responder a la pregunta ¿qué se debe entender por mejora de la enseñanza de las matemáticas?

Para responder a esta pregunta, es cuestión de explorar, en una primera fase, cómo se ha generado un conjunto de tendencias y principios que gozan de un cierto consenso en la comunidad relacionada con la educación matemática; clarificando, a ser posible, qué papel juegan los resultados de la investigación didáctica en la generación de dichos consensos. En una segunda fase, se tiene que relacionar, relativizar, subordinar, etc., estos principios para generar una lista de criterios de idoneidad didáctica, con sus componentes e indicadores, que sirvan al profesor para organizar la reflexión sobre su práctica (Breda, Font y Pino-Fan, 2018).

La noción de idoneidad didáctica es, pues, una respuesta parcial a la siguiente problemática: ¿Qué criterios se deben utilizar para diseñar una secuencia de tareas, que permitan evaluar y desarrollar la competencia matemática de los alumnos y qué cambios se deben realizar

en su rediseño para mejorar el desarrollo de esta competencia? Los criterios de idoneidad (CI) pueden servir primero para guiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y, segundo, para valorar sus implementaciones. Los criterios de idoneidad son útiles en dos momentos de los procesos de instrucción. A priori, los criterios de idoneidad son principios que orientan “cómo se deben hacer las cosas”. A posteriori, los criterios sirven para valorar el proceso de instrucción efectivamente implementado. En el EOS se consideran los siguientes criterios de idoneidad didáctica (Font, Planas y Godino, 2010):

1. Idoneidad Epistémica, para valorar si las matemáticas que están siendo enseñadas son “buenas matemáticas”.
2. Idoneidad Cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, y después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello que se pretendía enseñar.
3. Idoneidad Interaccional, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos.
4. Idoneidad Mediacional, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción.
5. Idoneidad Emocional, para valorar la implicación (intereses, motivaciones,...) de los alumnos durante el proceso de instrucción.
6. Idoneidad Ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional.

La operatividad de los criterios de los CI exige definir un conjunto de indicadores observables, que permitan valorar el grado de idoneidad de cada uno de los criterios. Por ejemplo, todos concordamos que es necesario implementar unas “buenas” matemáticas, pero podemos entender cosas muy diferentes por ello. Para algunos criterios, los descriptores son relativamente fáciles de consensuar (por ejemplo, para el criterio de idoneidad de medios), para otros, como es el caso de la idoneidad epistémica es más difícil. En Breda y Lima (2016), Seckel (2016) y Breda, Pino-Fan y Font (2017) se aporta un sistema de indicadores que sirve de guía de análisis y valoración de la idoneidad didáctica, que está pensado para un proceso de instrucción en cualquier etapa educativa.

### 3. METODOLOGÍA

El motivo por el cual los criterios de idoneidad didáctica funcionan como regularidades en el discurso de los profesores, cuando estos tienen que justificar una mejora, sin haberseles enseñado el uso de esta herramienta para guiar su reflexión, se puede explicar como mínimo de dos maneras diferentes. Una primera posible explicación está relacionada con los orígenes del constructo ya que estos criterios, sus componentes e indicadores se han seleccionado a partir de la condición de que debían de contar con un cierto consenso en el área de Didáctica de las Matemáticas, aunque fuese local. Por tanto, una explicación plausible de que los criterios, sus componentes e indicadores funcionen como regularidades en el discurso del profesor es que reflejan consensos sobre cómo debe ser una buena enseñanza de las matemáticas ampliamente asumidos en la comunidad de educadores matemáticos; y es plausible pensar que el uso implícito que hace el profesor de ellos se debe a su formación y experiencia previa, la cual le hace partícipe de dichos consensos.

Ahora bien, otra explicación también plausible es que el profesor que utiliza estos criterios, al no haber participado en el proceso de generación de los consensos que los soportan, los asuma como regularidades en su discurso simplemente porque se le presentan como algo naturalizado e incuestionable. Esta última explicación donde más plausible parece es en la formación de futuros profesores, ya que es evidente que ellos no han participado en la generación de los consensos que son el soporte de los criterios de idoneidad didáctica. Por tanto, en la formación inicial de profesores, y también en la formación continua, parece razonable que, en lugar de presentar los criterios de idoneidad como principios ya elaborados, se creen espacios para su generación como resultado de consensos en el grupo. Siguiendo esta última idea, el taller sigue las siguientes fases:

a) Análisis de casos (sin teoría). Se propone a los participantes la resolución y el análisis didáctico de una tarea y se les pide que comenten si la utilizarían ellos y por qué. Se trata de que hagan un análisis a partir de sus conocimientos previos y sin proporcionarles ninguna pauta.

b) Tendencias en la enseñanza de las matemáticas. El episodio analizado se ha seleccionado de manera que los asistentes apliquen de manera implícita alguna de las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas. A continuación, se hace un resumen de las principales tendencias en la enseñanza de las matemáticas y se comentan las que han sido utilizadas por los asistentes.

c) Teoría (criterios de idoneidad). Se explican elementos teóricos a los participantes, en concreto se les explican los criterios de idoneidad didáctica, sus componentes e indicadores.

Se explica que los criterios de idoneidad didáctica deben ser entendidos como normas de corrección emanadas del discurso argumentativo de la comunidad educativa, cuando ésta está orientada a conseguir un consenso sobre lo que se puede considerar mejor. Desde esta perspectiva, la Didáctica de las Matemáticas nos puede ofrecer principios provisionales consensuados por la comunidad interesada, que pueden servir para guiar y valorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. También se explica que para el desarrollo del constructo idoneidad didáctica, se ha considerado las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas, los principios del NCTM (2000) y los aportes de los diferentes enfoques teóricos del área de Didáctica de las Matemáticas (Godino, 2013; Breda, Font y Pino-Fan, 2018).

Se trata de un constructo multidimensional que se tiene que descomponer en idoneidades parciales, componentes e indicadores. Para avanzar en esta dirección, se ha considerado que, dado el amplio consenso que generan, los principios del NCTM, reinterpretados, podían ser el origen de algunos de los criterios de idoneidad didáctica, o bien podían contemplarse como componentes suyos.

Se entiende la idoneidad didáctica de un proceso de enseñanza-aprendizaje como el grado en que éste (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como idóneo (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Se trata de un constructo multidimensional que se descompone en seis idoneidades parciales, las cuales, a su vez, lo hacen en componentes e indicadores. La lista completa de los componentes e indicadores para todas las idoneidades se puede consultar en Breda y Lima (2016),

Seckel (2016) y en Breda, Pino-Fan y Font (2017) ya que, por cuestiones de espacio no se han podido incorporar en este trabajo.

Con relación a los componentes e indicadores de los criterios de idoneidad se comenta que se necesitan unos descriptores que los hagan operativos ya que, por ejemplo, todos estamos de acuerdo en que hay que impartir unas buenas matemáticas, pero podemos entender cosas muy diferentes por “buenas matemáticas”. También se comenta que para algunos criterios, los indicadores son relativamente fáciles de consensuar (por ejemplo para el criterio de idoneidad de los medios) y que, en cambio, para otros criterios la cuestión de ponerse de acuerdo no es tan fácil.

Mediante diferentes tareas el grupo va acordando diferentes criterios, las cuales suelen encajar fácilmente con los propuestos en en Breda y Lima (2016) y en Breda, Pino-Fan y Font (2017), aunque pueden surgir nuevos componentes.

d) *Resolución de tareas usadas en la formación de profesores para hacer emerger algunos de los componentes o indicadores de los CI.* Se muestran y resuelven algunas tareas para ilustrar cómo los CI se enseñan en la formación de profesores.

e) *Aplicación de los criterios para valorar episodios de aula.* Se propone a los participantes la valoración de episodios de aula utilizando los CI, sus componentes e indicadores.

### 3. CONCLUSIONES

Se observa que en este taller sucede lo mismo que en talleres similares (Breda, Pino-Fan y Font, 2017), en particular se observa que: 1) Los participantes, cuando tienen que opinar (sin una pauta previamente dada) sobre un episodio de aula, expresan comentarios en los que se pueden hallar aspectos de descripción y/o explicación y/o valoración. 2) Cuando las opiniones son claramente valorativas, se organizan de manera implícita o explícita mediante algunos indicadores de los componentes de los criterios de idoneidad didáctica. 3) La valoración positiva de estos indicadores se basa en la suposición implícita o explícita de que hay determinadas tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas que nos indican cómo debe ser una enseñanza de las matemáticas de calidad.

### 4. AGRADECIMIENTOS

Trabajo desarrollado en el marco de los proyectos de investigación en formación de profesorado: EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE) y REDICE18-2000 (ICE-UB).

### 5. REFERENCIAS

- Breda, A., Font, V. & Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8(2), 1-41.
- Breda, A., Font, V., Lima, V. M. R. & Pereira, M. V. (2018). Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. *Transformación*, 14(2), 162 -176

- Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L. (2018) Criterios Valorativos y Normativos en La Didáctica de las Matemáticas: el Caso del Constructo Idoneidad Didáctica. *Bolema*, 32(60), 255-278.
- Breda, A., & Lima, V. M. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT*, 5(1), 74-103.
- Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal Of Mathematics Science And Technology Education*, 13(6), 1893-1918.
- Font, V. y Godino, J. D. (2011), Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato, en J. M. Goñi (ed.), *Matemáticas: Investigación, innovación y buenas prácticas* (pp. 9-55). Barcelona: Graó.
- Font, V., Planas, N., & Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Godino, J. D. (2013) Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111-132.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Seckel, M. J. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática*. Tesis de doctorado no publicada. Barcelona, España: Universitat de Barcelona.



## INVESTIGACIONES ESTADÍSTICAS EN EL AULA

Lucía Zapata-Cardona<sup>1</sup>

### Resumen

Este taller inicia con una discusión de los fundamentos epistemológicos de las investigaciones estadísticas en el aula. Después, se presentan algunos ejemplos de investigaciones estadísticas en el aula que han sido exitosas en la enseñanza y se desarrollan otras con los participantes en el taller. Se finaliza con una reflexión sobre el aporte de las investigaciones estadísticas en el aula a la investigación en didáctica de la estadística y a la práctica del profesor que enseña estadística.

**Palabras claves:** *Conocimiento estadístico, Didáctica de la estadística, Estadística escolar, Investigaciones estadísticas.*

### Abstract

This workshop starts with a discussion of the epistemological foundations behind the statistical investigations in the classroom. Then, some examples of statistical investigations in the classroom that have been successful in teaching are presented and some of them are developed with the workshop participants. The workshop ends with a reflection about the contribution of the statistical investigations to the field of didactic of statistics and to the practice of the teacher who teaches statistics.

**Key words:** *Statistical knowledge, Didactic of statistics, School statistics, Statistical investigations.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Las *investigaciones estadísticas en el aula* son una forma de organizar la enseñanza y nacen como un intento por armonizar la dicotomía que ha reinado entre el conocimiento estadístico escolar y el conocimiento estadístico que se encuentra por fuera de la escuela. La investigación empírica ha mostrado que muchos estudiantes egresan de los programas de educación obligatoria con un gran cúmulo de conocimiento estadístico formal que son incapaces de usar en situaciones del mundo real (Bakker y Derry, 2011; Bakker y Akkerman, 2014).

Para comprender las *investigaciones estadísticas en el aula* como una propuesta didáctica, es necesario revisar sus fundamentos epistemológicos y discutir algunos ejemplos. En los

---

<sup>1</sup> Doctora en educación Matemática por la Universidad de Georgia, USA; Profesora Asociada de la Universidad de Antioquia; Colombia; lucia.zapata1@udea.edu.co

ejemplos se hará énfasis en las potencialidades para la formación del conocimiento estadístico y el desarrollo de la ciudadanía crítica.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Fundamentos Epistemológicos de las Investigaciones Estadísticas en el Aula.

Los fundamentos epistemológicos de las investigaciones estadísticas se encuentran en la *teoría crítica*, un movimiento nacido en Alemania en la Escuela de Frankfurt hacia mediados del siglo XX que asume el saber y el conocimiento como producto de los intereses y necesidades desplegados en las actividades humanas (Guerrero, 2008). La fuerte influencia de la *teoría crítica* dio origen a una corriente filosófica específica —llamada la *educación matemática crítica*— que estudia las matemáticas y educación matemática a partir de una perspectiva en la que se resalta su rol en la sociedad, así como su relación con la justicia social, la equidad y la democracia (Sánchez Aguilar, 2014). Esta corriente filosófica juega un papel fundamental en la formación de ciudadanos críticos que puedan vivir en sociedades democráticas. En la consolidación de la *educación matemática crítica* como corriente filosófica han contribuido diversos autores. El término *educación matemática crítica*, por ejemplo, fue introducido en Estados Unidos por Marilyn Frankenstein (1983) y en Europa por Ole Skovsmose (1985), aunque se encuentran aportes a esta corriente en los trabajos tempranos de Ubiratan D'Ambrosio (1985). En años recientes ha surgido una corriente filosófica similar que conserva las mismas raíces, pero se enfoca en la estadística y su enseñanza y se conoce como *educación estadística crítica* (Campos, 2016; Campos, Wodewotzki, Jacobini, 2013). Es así como las investigaciones estadísticas están inspiradas en la *teoría crítica*, la *educación matemática crítica*, y la *educación estadística crítica*, movimientos que resaltan los valores democráticos en la sociedad.

### 2.2 ¿Qué son las Investigaciones Estadísticas en el Aula?

Las investigaciones estadísticas son una forma de organizar la instrucción con el fin de superar las limitaciones que se han encontrado en la enseñanza tradicional de la estadística. Las investigaciones estadísticas parten de escenarios críticos de la sociedad tales como pobreza, inequidad, injusticia, contaminación ambiental, salud pública, abuso de poder, entre otras. Los estudiantes estudian empíricamente la situación crítica y para dicho estudio utilizan herramientas técnicas de la estadística —que usan por primera vez o que usan de forma recurrente fortaleciendo su dominio— pero a la vez utilizan los resultados empíricos del estudio para posicionarse como ciudadanos críticos ante las crisis de la sociedad, bien sea para tomar decisiones informadas o para reaccionar ante dichas crisis. Así, el contexto se torna relevante en dos sentidos. Primero, conecta la estadística escolar con la estadística del mundo que es una de las características del trabajo de los estadísticos profesionales: *una clara conexión con el contexto* (Pfannkuch, 2011), pues el contexto es el que dota de sentido a los datos (Cobb y Moore, 1997). Segundo, el contexto no es ni artificial ni ficticio como lo indica Barbosa (2006) y no está allí únicamente como un pretexto para enmarcar un conocimiento técnico, sino que es un escenario que toca las realidades que viven los estudiantes en su cotidiano.

Las investigaciones estadísticas en el aula involucran múltiples desarrollos de la educación estadística en su concepción. Ellas consideran el proceso investigativo como elemento esencial para la formación del pensamiento estadístico, aspecto que ha sido ampliamente discutido en la literatura (Wild y Pfannkuch, 1999). En dicho proceso investigativo, el problema de investigación —formulado mediante una pregunta estadística— debe ser lo suficientemente potente para desatar todo un ciclo de indagación empírica que lleve en sí mismo la necesidad de: diseñar un plan específico para generar información, recoger información, desarrollar estrategias para

organizar la información y darle sentido, hacer análisis y generar hipótesis, sacar conclusiones, tomar decisiones y comunicar los resultados.

Las investigaciones estadísticas en el aula son una estrategia holística que forma en los conocimientos técnicos de la estadística (uso de herramientas descriptivas y de inferencia, uso de software) pero también en el desarrollo de una conciencia social. En otras palabras, se centra tanto en la formación del saber institucionalizado como en la dimensión social de los seres (como es sugerido por Radford, 2018) ya que los aprendices no actúan en el mundo en términos de su dimensión cognitiva-sicológica, sino que participan en su mundo social-económico-político-histórico-cultural (Valero, 2002).

El principal objetivo de las investigaciones estadísticas en el aula es el desarrollo de la ciudadanía crítica de los estudiantes. Los estudiantes usan la estadística no solo para comprender las crisis sociales sino para posicionarse críticamente en el mundo. En este sentido, el desarrollo de la ciudadanía crítica funciona como una fuerza social política que evita que se cometan injusticias y se violen Derechos Humanos. La estadística otorga herramientas para que los estudiantes juzguen los dilemas sociales y puedan superarlos. Un estudiante se ha convertido en un ciudadano crítico cuando está en condiciones tanto de juzgar un dilema como de salir de él. El ciudadano crítico le presta atención a una situación crítica, la identifica, la comprende y reacciona ante ella buscando alternativas de solución. Skovsmose (1999) inspirado en las ideas de Giroux ha expresado que “la escuela debe educar a los estudiantes para ser *ciudadanos críticos*, preparados para correr riesgos, desafiar y creer que sus acciones pueden marcar una diferencia en la sociedad” (p. 26).

### 3. METODOLOGÍA

Para comprender la esencia de las investigaciones estadísticas, se presentan algunas investigaciones estadísticas que se han desarrollado en el aula de clase regular y se discuten las posibilidades y limitaciones para la enseñanza. Los participantes también tienen la oportunidad de emprender un recorrido por algunas investigaciones estadísticas. A continuación, se presenta un ejemplo de una investigación estadística.

#### 3.1 Un caso de ciber-dependencia

Esta investigación estadística nació como respuesta a la tensión que una profesora participante en un programa de formación percibía en su curso en relación al uso desmedido de los celulares en el aula de clase. Esta experiencia está publicada y disponible en línea (Zapata-Cardona, González, Ceballos, 2015). A los estudiantes se les presentó la noticia ¿Cómo se trata la adicción a Internet? (Velandia, 2014), la cual describe las peripecias de los reformadores y los padres de familia para ayudar a pacientes e hijos a superar la adicción. A partir de la lectura de la noticia, se estimuló a los estudiantes para que discutieran sobre la adicción a internet y narraran anécdotas cercanas con respecto al fenómeno. Este intercambio de ideas empezó a sugerir en los estudiantes que la ciber-dependencia era una problemática que debía ser atendida e investigada. La pregunta estadística que orientó la indagación de los estudiantes fue ¿Quiénes son más ciber-dependientes los hombres o las mujeres?

Con esta investigación estadística los estudiantes abordan diferentes conceptos y procedimientos estadísticos a saber: población y muestra, encuesta, diseño de ítems para estudios, construcción de bases de datos, comparación entre grupos, análisis exploratorio de datos, inferencia estadística informal.

Además de los aspectos técnicos propios de la estadística, con esta investigación los estudiantes usan los resultados de un estudio empírico para discutir y contrastar el fenómeno de la ciber-dependencia en la escuela. Este escenario es una oportunidad para que los estudiantes estudien, entiendan y problematicen un fenómeno que vive entre ellos pero que por la naturaleza propia de las prácticas cotidianas se oculta y se naturaliza a menos que la escuela lo ponga en cuestión. Muchos estudiantes terminan esta investigación estadística con una lista de sugerencias de actividades alternativas en los espacios escolares para ayudar a reducir la ciber-dependencia.

#### 4. CONCLUSIONES

Se espera que los participantes en el taller puedan reconocer las investigaciones estadísticas en el aula como una herramienta para el desarrollo del pensamiento crítico del estudiante. Las investigaciones estadísticas aportan tanto a la formación del conocimiento técnico estadístico como a la formación de la consciencia social. Al abordar la estadística con las características que presuponen las investigaciones estadísticas en el aula se contribuye a la formación de ciudadanos más críticos y activos en la sociedad, ciudadanos capaces de participar en discusiones y decisiones fundamentadas en el estudio empírico de fenómenos sociales apoyados con datos reales.

De forma similar, las investigaciones estadísticas en el aula son una herramienta para el profesor que tiene la responsabilidad de enseñar estadística, pues ellas ayudan a organizar y gestionar la enseñanza imitando la práctica diaria de los estadísticos profesionales quienes parten de problemas reales y emprenden todo un ciclo de indagación empírica. Las investigaciones estadísticas en el aula ayudan al profesor a armonizar el conocimiento técnico estadístico de la escuela con el conocimiento estadístico propio de los fenómenos aleatorios que se encuentran en el mundo.

#### 5. REFERENCIAS

- Bakker, A & Akkerman, S. F. (2014). A boundary-crossing approach to support students' integration of statistical and work-related knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 86, 223–237. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9517-z>
- Bakker A. & Derry, J. (2011). Lessons from inferentialism for statistics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 13, 5–26.
- Barbosa, J. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 293–301.
- Campos, C. R. (2016). La educación estadística y la educación crítica. *Segundo Encuentro Colombiano de Educación Estocástica (2 ECEE)*. Bogotá, Colombia.
- Campos, C. R., Wodewotzki, M. L. L., Jacobini, O. R. (2013). Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. Autêntica
- Cobb, G., & Moore, D. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *American Mathematical Monthly*, 104, 801–823.

- D'Ambrosio, U. (1985). *Socio-Cultural Bases for Mathematics Education*. Campinas, Brasil: Universidade Estadual de Campinas.
- Frankenstein, M. (1983). Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's epistemology. *Journal of Education*, 165(4) 315–339.
- Guerrero, O. (2008). Educación matemática crítica. Influencias teóricas y aportes. *Evaluación e Investigación*, 1(3).
- Pfannkuch, M. (2011). The role of context in developing informal statistical inferential reasoning: A classroom study. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1–2), 27–46.  
doi:10.1080/10986065.2011.538302.
- Radford, L. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. In C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice* (pp. 3–25). New York: Springer.
- Sánchez, M. (2014). Educación matemática crítica en México: una argumentación sobre su relevancia. *Didac*, 64, 30–36
- Skovsmose, Ole. (1985). Mathematical education versus critical education. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 337–354.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. (P. Valero, Trad.) Bogotá: Una Empresa Docente (Trabajo original publicado en 1994).
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante. Revista Teórica e de Investigaçao*, 11(1), 33–40.
- Velandia, K. (31 de enero de 2014). *¿Cómo se trata la adicción a Internet?* BBC Mundo. Recuperado el 20 de febrero de 2014, de:  
[http://www.bbc.co.uk/mundo/noticias/2014/01/140130\\_tecnologia\\_centros\\_tratamiento\\_adiccion\\_internet\\_kv.shtml](http://www.bbc.co.uk/mundo/noticias/2014/01/140130_tecnologia_centros_tratamiento_adiccion_internet_kv.shtml)
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223–265.
- Zapata-Cardona, L., González, D., Ceballos, Z. (2015). Colaboración entre profesores de estadística e investigadores: Una experiencia de aula. *Revista Colombiana de Matemática Educativa RECME*, 1(1), 602–607.

# COMUNICACIONES BREVES

## ABP Y TSD COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Emilce Astudillo Galindez<sup>1</sup>  
Jhon Fredy Sabí Rojas<sup>2</sup>

### Resumen

Las prácticas educativas que promueven el desarrollo de competencias matemáticas cada día son más necesarias en el contexto escolar de las instituciones y el profesor es quien tiene la tarea de innovar su manera de incidir mediante las estrategias de enseñanza en el aula, donde hace parte de una comunidad de aprendizaje y que además, tiene en cuenta al estudiante como eje principal de esta formación. Entonces, se plantea que la articulación de las estrategias, aprendizaje basado en problemas (ABP) y teoría de las situaciones didácticas (TSD), son el momento a priori de un conjunto de acciones que permiten movilizar el desarrollo de competencias matemáticas, a través de planteamientos de problemas contextualizados, que involucren al estudiante a ser partícipe y responsable de su propio aprendizaje, compartiendo el significado matemático desde un discurso propio de la disciplina y desde un saber culturalmente compartido y socialmente útil.

**Palabras clave:** *Aprendizaje basado en problemas, teoría de situaciones didácticas, competencias matemáticas, significado matemático.*

### Abstract

Educational practices that promote the development of mathematical competences are, every day, more necessary in the school context and it is the teacher the one who has the task of innovating his/her way of influencing through teaching strategies, where he/she is part of a learning community and takes into account the students as the main axis of the learning process. Then, it is stated that the articulation of the strategies, Problem-Based Learning (PBL) and Theory of Didactic Situations (TDS), are the a priori moment of a set of actions that permit to mobilize the development of mathematical competences, through contextualized problem approaches, which involve the student to be participant and responsible for his/her own learning, sharing the mathematical meaning from a discourse of the discipline and from a culturally shared and socially useful knowledge.

**Keywords:** *Problem-based learning, didactic situations theory, mathematical competences, mathematical meaning.*

### 1. INTRODUCCIÓN

---

<sup>1</sup>Estudiante maestría en Ciencias de la Educación con énfasis en enseñanza y aprendizaje de la matemática; Especialista en pedagogía; Universidad de la Amazonia; Colombia. miki.es\_06@hotmail.com

<sup>2</sup> Magíster en ciencias de la educación con énfasis en didáctica de la matemática; Universidad de la Amazonia; Colombia; j.sabi@udla.edu.co.

En el contexto académico y de formación integral de los estudiantes es necesario en la actualidad proponer nuevas estrategias didácticas que generen otros espacios educativos, donde el centro de atención sea el estudiante, y que mediante la interacción con los demás, el saber y la cultura matemática, se consiga trascender hacia el desarrollo de competencias matemáticas. Fortalecer las representaciones de su pensamiento matemático, que permita luego una comunicación en un lenguaje propio de la matemática, construido y compartido culturalmente. Ya que, “La actividad cerebral superior no es simplemente una actividad nerviosa o neuronal superior, sino una actividad que interioriza significados sociales que están derivados de las actividades culturales y mediadas por signos”. (Lucci, 2006, pág. 6)

La articulación del ABP y TSD, como estrategia didáctica, se proyecta a incidir en los procesos de aprendizaje desde el fortalecimiento del discurso matemático que los estudiantes desarrollan para luego hacer uso, en la toma de decisiones y de esta manera ser agentes de sus propias conductas críticas y participativas en su medio, en el cual se desenvuelven y transforman. Al respecto diversos investigadores y esto según Sfard, enfatizan que el lenguaje mediado por signos y como acción significativa, es el camino para comprender como los individuos negocian y construyen significado en contextos convenientes para los procesos de enseñanza y aprendizaje (2008).

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La presente articulación entre estrategias didácticas, hace parte de la primera fase de una investigación aplicada en curso y está enfocada al desarrollo de competencias matemáticas por medio de la implementación de un modelo teórico a priori (MTP), propuesto por el grupo de investigación lenguaje, representación y educación de la universidad de la amazonia de Florencia, Caquetá. Dicho modelo teórico demanda que las estrategias puestas en acción para la movilización de competencias matemáticas en el aula escolar, deben partir de dos enfoques principales: el enfoque sociocultural y el comunicacional (García, Coronado, & Giraldo, 2015). Se toma en consideración que para el desarrollo de las competencias matemáticas desde este punto de vista, las estrategias didácticas no solamente deben enfocarse en la parte cognitiva, sino también en lo afectivo y en la tendencia de acción.

Lo anterior, precisa que el término de estrategia encuentre sentido desde la teoría de la mediación de Vygotsky. Ya que las relaciones dadas entre los sujetos y el objeto de conocimiento están mediados por unas herramientas o instrumentos materiales, psicológicos y/o también tecnológicos, que más allá de lograr un desarrollo de contenido disciplinar, está orientado al desarrollo sociocultural del estudiante, como participante activo y crítico de una comunidad de aprendizaje, un sujeto que construye y reconstruye el conocimiento matemático desde su pragmática de uso.

A partir de la perspectiva socio-cultural que toma la investigación, se asume que las matemáticas son un fenómeno cultural, lleno de historia, un conocimiento construido y compartido social y culturalmente. Es importante reconocer que el profesor juega un papel crucial al ser el sujeto que comprende y asume la responsabilidad de llevar desde la pragmática de uso un saber socialmente útil, con aprendizajes situados y que el planteamiento de problemas se dé a partir de la contextualización del estudiante y lo cultural, enfocados en el desarrollo de competencias matemáticas desde la construcción del significado matemático.



## 2.1 Enculturación matemática

Bishop (1999), invita a reflexionar sobre las razones en las que se debe basar la actividad matemática desarrollada en clase y si los criterios para juzgar, lo que es importante o no, son realmente confiables. Sin embargo, él es quien expone una propuesta, enfatizando que la matemática es un producto cultural, resultado de las diversas relaciones que se tiene en la actividad social del hombre y que relacionadas con su medio dan origen a una construcción del significado matemático.

Bishop (2005) sugiere que la interacción como principio de la comunicación en el aula, es la que permitirá construir el significado matemático y enfatiza en la necesidad de esta para la negociación del desarrollo de estos significados compartidos entre profesor y estudiante. (García, Coronado, & Giraldo, 2015). Lo anterior es razón para que la presente estrategia didáctica se forma a partir de la necesidad de generar otros espacios educativos, donde el centro de atención es el estudiante, que mediante la interacción con los demás, el saber y la cultura, se pueda trascender hacia el desarrollo de competencias matemáticas, en un lenguaje propio de la matemática; como representaciones de su pensamiento y que le permite comunicarse con y sobre las matemáticas en un lenguaje desde el saber disciplinar mediado por su pragmática de uso.

## 2.2 Enfoque comunicacional

Con respecto a la comunicación y el lenguaje, la estrategia didáctica a proponer se proyecta a incidir en los procesos de aprendizaje, desde el fortalecimiento del discurso matemático que los estudiantes desarrollan y que les permite comunicarse en, con y sobre las matemáticas, en una comunidad de aprendizaje (salón de clase) donde se realizan acuerdos, para luego hacer uso, en la toma de decisiones y de esta manera, ser agentes de sus propias conductas críticas y participativas en su medio, en el cual se desenvuelven y transforman.

Al respecto diversos investigadores y esto según Sfard, se infiere del lenguaje como una acción significativa, mediada por signos que son necesarios para comprender cómo los individuos negocian y construyen significado matemático en contextos diseñados para el desarrollo de competencias matemáticas. Contextos que son beneficiados por las estrategias didácticas enfocadas en el aprendizaje desarrollado por los estudiantes en su actividad matemática de aprendizaje (2008).

## 3. METODOLOGÍA

Mediante un análisis exploratorio, se logra examinar las diversas estrategias, sus relaciones y afines con el problema de investigación. Se identifica características de dos estrategias: ABP y TSD relacionadas con la comunicación, donde cada estudiante es participante de una comunidad matemática de aprendizaje y que esta participación la realiza mediante un discurso matemático culturalmente compartido y socialmente útil (Bishop, 1999). Se tiene en cuenta el contexto, lo que hace más interesante este proceso, porque se toma en cuenta lo situado y lo contextual, que está enmarcado en lo cultural y en una mediación social permanente.

Lo anterior, conduce a examinar en la práctica la articulación de estas estrategia didácticas para fortalecer los aprendizajes del estudiante y el desarrollo de las competencias matemáticas, donde la participación mediante el discurso es sinónimo de aprendizaje y el lenguaje es la representación del pensamiento que está mediado por diversos factores (psicológicos, afectivos, pero sobre todo sociales y culturales)

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Después de la indagación teórica, se pudo realizar la siguiente articulación teniendo en cuenta los factores afines con la investigación en proceso y que articula el MTP (García , Coronado, & Giraldo, 2015), para el desarrollo de competencias matemáticas que se espera poner en práctica en un contexto real educativo, con todas la cualidades y dificultades que la realidad escolar representa en la búsqueda de la calidad en la formación de personas integras e innovadoras, capaces de lograr un cambio real en su sociedad desde el desarrollo de competencias matemáticas.

Tabla 1. Encuadre de Estrategias

ABP	TSD
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estrategia pedagógica centrada en el estudiante (aprendizaje).</li> <li>• Los estudiantes hacen uso del pensamiento crítico y el trabajo colaborativo para la solución de problemas.</li> <li>• Solucionan problemas reales-contextualizados, propuestos por el docente. Lo cual les permite trabajar en equipo, tomar decisiones, fortalecer las habilidades de comunicación y de intervención.</li> </ul> <p>ROL DEL PROFESOR</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Experto en la disciplina, asesor, tutor, mediador y fuente de recursos.</li> <li>• Designa el rol principal a los estudiantes, promoviendo su participación activa.</li> <li>• Diseña y estructura los problemas, sin ser totalmente estructurado, para así dar paso al pensamiento divergente de los estudiantes.</li> </ul> <p>ROL DEL ESTUDIANTE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Participación activa y con real compromiso en la construcción de su</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se sustenta desde una concepción constructivista para el aprendizaje desde las mejoras de las prácticas de la enseñanza.</li> <li>• Los estudiantes en un primer momento (situación a- didáctica) se enfrentan al problema sin la mediación del docente; son ellos y el saber en juego que interactúan en la búsqueda de las posibles estrategias de soluciones.</li> <li>• Los problemas propuestos son derivados de situaciones reales y cercanas al estudiante, que el docente propone e invita al desarrollo de las posibles soluciones, las cuales pueden llegar hacer muchas, dependiendo de grado de participación, análisis y compromiso de los estudiantes.</li> </ul> <p>ROL DOCENTE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Micro comunidad científica</li> <li>• Guiar en el proceso de aprendizaje</li> <li>• Adjudicar una denominación al conocimiento matemático</li> </ul> <p>ROL DEL ESTUDIANTE</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Actuar, formular, argumentar la solución del problema, buscándola de</li> </ul>

<p>propio conocimiento, mediante la solución de los problemas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprometido con el trabajo colaborativo y consiente de su propio proceso de aprendizaje.</li> <li>• Mantiene una motivación constante por el aprendizaje y una disposición para el trabajo que le permite la reflexión y el pensamiento crítico.</li> </ul>	<p>forma individual y luego en equipo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Intercambiar y debatir ideas con el grupo para una negociación de conceptos y de esta manera institucionalizar el conocimiento para llegar al saber.</li> <li>• Elegir la mejor alternativa propuesta.</li> </ul>
<p>EL PROBLEMA</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Motivantes y relacionados con el mundo real</li> <li>• Exige toma de decisiones junto con la emisión de juicios desde el raciocinio, la lógica, la reflexión y desde los hechos mismos.</li> <li>• Deben ser lo suficientemente complejos, dinámicos y únicos, para involucrar a todos los estudiantes en la búsqueda de su solución.</li> <li>• Incluye preguntas abiertas para la participación de todo el grupo en una búsqueda de respuestas divergentes con una finalidad lógica y verdadera.</li> <li>• Es fundamental la interrelación con otras disciplinas para un enriquecimiento cultural desde todos los saberes implicados en el estudio de una fenomenología del objeto matemático tratado.</li> </ul>	<p>SITUACIÓN DE ACCIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Intencionalidad didáctica</li> <li>• Diseño de la situación didáctica</li> <li>• Espacio pedagógico</li> <li>• Situación problemática</li> </ul> <p>SITUACIONES DE FORMULACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interés búsqueda de la solución</li> <li>• Responsabilidad en la tarea</li> <li>• Aplicación de saberes adquiridos</li> <li>• Elaboración de estrategia resolutivas</li> </ul> <p>SITUACIONES DE VALIDACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elección de la mejor estrategia</li> <li>• Debate sobre conjeturas</li> <li>• Construcción del saber científico</li> <li>• Elaboración producción</li> <li>• Aprehensión de conocimientos matemáticos</li> </ul> <p>INSTITUCIONALIZACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compartir el significado matemático</li> </ul>

## 5. REFERENCIAS

Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós Iberica.

García, B., Coronado, A., & Giraldo, A. (2015). *Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas*. Florencia : Universidad de la Amazonia .

Lucci, M. A. (2006). LA PROPUESTA DE VYGOTSKY: LA PSICOLOGÍA SOCIOHISTÓRICA. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 11. Obtenido de <http://www.ugr.es/~recfpro/rev102COL2.pdf>

Sfard, A. (2008). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional*. Cali: Universidad del Valle.

## ALGUNOS OBSTÁCULOS EN MODELACIÓN MATEMÁTICA. CASO ECUACIONES DIFERENCIALES

Luis Fernando Plaza Gálvez<sup>1</sup>

### Resumen

Por medio de la modelación matemática se pueden describir y predecir problemas asociados al medio ambiente (recursos naturales) y/o sistemas físicos. Este análisis puede hacerse con ayuda de Ecuaciones Diferenciales (ED en adelante) mediante la observación de dichos fenómenos. Como la modelación implica una aproximación a un comportamiento histórico, debe ser susceptible de una validación. Cuando se realizan tareas de modelamiento en el aula, se pueden observar algunos inconvenientes presentados. Pero cuando se desea enseñar Modelamiento Matemático (MM en adelante), a partir de ED como herramienta matemática, el docente respectivo se encuentra con algunos obstáculos entre otros: Cognitivos, Didácticos, Ontogenéticos, Epistemológicos, que pueden presentar dificultades en las actividades diseñadas para tal fin. Por medio de este trabajo se pretende identificar algunas de estos obstáculos, así como los efectos que se pueden presentar.

**Palabras clave:** *Modelación Matemática, Obstáculo, Ecuaciones Diferenciales.*

### Abstract

By means of the mathematical modeling, problems associated with the environment (natural resources) and / or physical systems can be described and predicted. This analysis can be done with the help of Differential Equations (ED onwards) by observing these phenomena. Since modeling implies an approximation to a historical behavior, it must be susceptible to validation. When performing modeling tasks in the classroom, you can observe some drawbacks presented. But when you want to teach Mathematical Modeling (MM from now on), from ED as a mathematical tool, the respective teacher encounters some obstacles, among others: Cognitive, Didactic, Ontogenetic, Epistemological, that may present difficulties in the activities designed for that purpose. Through this work we intend to identify some of these obstacles, as well as the effects that may arise.

**Keywords:** *Mathematical modeling, Obstacle, Differential equations.*

### 1. INTRODUCCIÓN

El mayor propósito presente en este trabajo, es estudiar, identificar y clasificar algunos tipos de obstáculos presentes en los procesos de enseñanza – aprendizaje del Modelamiento Matemático en un curso de Ecuaciones Diferenciales, así como plantear una metodología de solución. En el reporte se pretende que los estudiantes desarrollen habilidades que le permitan un buen desarrollo social, personal y profesional.

---

<sup>1</sup> Magister en enseñanza de la matemática; Universidad Central del Valle; Colombia.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Aporte Histórico.

La primera concepción de obstáculo, pertenece a Gaston Bachelard (2000), la que se constituye en perspectiva epistemológica. Bachelard determina en el obstáculo epistemológico, las dificultades psicológicas que no permiten una correcta apropiación del conocimiento, y estas son identificadas en la capacidad insuficiente de los órganos sensoriales para captar los fenómenos de la naturaleza, o por medios inadecuados en el proceso de identificación de dichos fenómenos, además ubica elementos psicológicos que impiden o confunden el aprendizaje de conceptos innovadores, intrínsecos en las ciencias.

Brousseau (1983), en el año de 1976 al dictar su conferencia “La problemática y la enseñanza de la Matemática”, adopta la expresión de Obstáculo Didáctico, como aquellos que se dan en la construcción del conocimiento matemático por los alumnos, maneja de una forma clara los conceptos matemáticos. Hace referencia a los trabajos de Bachelard. Afirma que el error no es efecto de la ignorancia, sino de conocimientos previos.

Brousseau, clasifica los obstáculos epistemológicos que se presentan en el sistema didáctico, según su origen así:

- Ontogenéticos o psicogenéticos, los cuales se hayan y tienen su origen en los procesos del desarrollo de la niñez (limitaciones neurofisiológicas entre otras).
- Didácticos. A partir de las diversas situaciones presentes en el sistema educativo, al establecer escenarios de enseñanza.
- Epistemológico. Son los que se encuentran vinculados con los conceptos mismos desde su origen.

Bachelard y Brousseau, coinciden al definir un obstáculo, como el conocimiento que ha sido usado en forma apropiada para la solución de problemas, pero posteriormente el estudiante nota la dificultad de poder adaptarlo a la solución de nuevos problemas.

### 2.2 Algunos Obstáculos detectados en un proceso de modelamiento

Aparisi y Pochulu (2013), han podido identificar algunos inconvenientes a los que se enfrentan los docentes, cuando se hayan en escenarios de modelamiento matemático, y entre los que se tiene:

1. Tiempo de clase.
2. Acceso a tecnología.
3. El método de enseñanza.
4. Alto número de estudiantes.
5. Tiempo de aprendizaje.
6. Falta de formación en los docentes.

### 2.3 Algunas dificultades en Modelación matemática

El análisis hecho por Hein y Biembengut (2006), han identificado las dificultades que son debidas a la formación de los profesores y la falta de experiencia en este tipo de actividades por parte de los alumnos, discriminadas de la siguiente manera:

1. Origen en el docente:

- a. Interpretación del contexto.
  - b. Perfeccionamiento.
  - c. Bibliografía.
  - d. Orientación.
  - e. Planificación.
  - f. Disponibilidad para aprender y orientar simultáneamente.
  - g. Evaluación.
2. Origen en el estudiante:
- a. Interpretación de un contexto.
  - b. Disponibilidad para investigar.
  - c. Elección de un tema inicial.
  - d. Trabajo en grupo.

### 2.4 Teoría Fundamentada

La Teoría Fundamentada (TF en adelante) fue creada por Glaser y Strauss (2006), el cual es una metodología basada en investigación cualitativa, permite desarrollar teorías, conceptos, hipótesis y proposiciones, las cuales son basadas en los datos presentes en las respuestas de la encuesta, que en un principio pueden ser inconexas, abundantes y desordenadas, que posteriormente son recogidas, analizadas y organizadas sistemáticamente. Por medio de esta teoría, se busca identificar patrones, así como las relaciones existentes entre ellas, hasta lograr un punto de vista coherente.

## 3. METODOLOGÍA

Se realizó la pregunta: ¿Qué tipo de obstáculos se pueden encontrar en el proceso enseñanza - aprendizaje de MM en un curso de ED?, a manera de encuesta entre estudiantes que cursaban la materia de Matemáticas IV (ED) adscritos a la Unidad Central del Valle del Cauca - UCEVA, en el semestre 2015 - 1. La pregunta en mención es de tipo abierta, y su análisis fue meramente cualitativo, en la que se usó la técnica de la TF, y se llevó a cabo sobre todo un universo compuesto por 51 estudiantes, a la toma de datos de las respuestas dadas, teniendo en cuenta para ello una codificación abierta, axial y selectiva, para finalmente presentar una idea central fruto del análisis de resultados. Se usará el estilo planteado por Mejía y Plaza (2014) y Plaza (2016), donde es aplicada esta metodología, de la siguiente manera:

### 3.1 Aplicación Codificación abierta

En este proceso, se analizan cada una de las soluciones dadas por los estudiantes, y así identificar con una palabra o frase clave, con la que se les pueda asociar identificándolas por medio de sus características comunes y por sus diferencias, permitiendo llevar a cabo una clasificación por medio de grupos.

### 3.2 Aplicación Codificación axial

En esta etapa, por medio de un análisis inductivo y deductivo a los grupos antes encontrados, se buscan conexiones y vínculos entre sus características comunes, llegando a unas nuevas categorías, que han sido ponderadas o graduadas en forma lineal, sistemática y lineal o ascendente.

### 3.3 Aplicación Codificación selectiva

Después de hacer una categorización sistemática de las respuestas dadas por los estudiantes, empiezan a emerger unos patrones clave en el proceso de intentar crear, dar origen o refutar una teoría, logrando la descripción del fenómeno, sus antecedentes, así como los orígenes de dichos patrones.

## 4. RESULTADOS

### 4.1 Codificación de respuestas.

Los resultados obtenidos, son concentrados en la tabla No. 1, después de aplicar la metodología planteada por la TF usando la codificación abierta y axial, así:

Tabla 1. Codificación resultados encuestas, aplicando TF

Grupo	Codificación Abierta	Categoría	Codificación Axial
G - 1	Deficiencia en la solución de ED	C - 1	Mala formación previa en Matemáticas
G - 2	Recolección, análisis y mala interpretación de datos		
G - 3	Malas bases de cursos previos		
G - 4	Alta reprobación		
G - 5	Falta de herramientas para modelar	C - 2	Deficiencias en los procesos de MM
G - 6	Desconocer las variables a modelar		
G - 7	Falencia en conceptos del fenómeno a modelar		
G - 8	Ausencia de claridad en la formulación de objetivos		
G - 9	Uso de un lenguaje no cotidiano	C - 3	Inadecuado entorno académico
G - 10	Tema difícil de comprender		
G - 11	Metodología pedagógica inadecuada		
G - 12	Falta de motivación		

### 4.2 Codificación selectiva.

Después de analizar los resultados de las tres categorías de la codificación axial, antes descrita, se han encontrado vínculos que se fundamentan y justifican, y la forma como interactúan entre sí, para finalmente codificar en forma sistemática la categoría central e integrar una teoría con el menor número de conceptos que permita comprender y explicar la pregunta en cuestión con la más alta precisión.

Los obstáculos que se pueden encontrar en el proceso enseñanza - aprendizaje de la MM en un curso de ED por su origen son de diferente naturaleza, internos y externos al proceso, y el cúmulo de todos ellos contribuyen al no logro de objetivos para que un estudiante pueda llevar a cabo la MM de fenómenos y/o procesos. El no tener una buena formación de los cursos previos a las ED ordinarias, el no contar con un ambiente académico óptimo, junto con dificultades del tipo conceptual tanto en herramientas como en conocimientos del fenómeno y/o proceso objeto de modelación, han permitido identificar algunos obstáculos como resultado de la codificación selectiva.

## 5. CONCLUSIONES

Tal como se expone en los resultados de la investigación con la metodología planteada de la TF en su componente de Codificación Selectiva, se evidencian obstáculos en la formación de las matemáticas previas a la ED, como lo son en Cálculo, Física y

Estadística y en algunas ocasiones análisis numérico, especialmente si no se tiene experticia en la solución de problemas de aplicación. Esto ha generado inconvenientes en la MM a partir de ED, siendo esta la principal herramienta para modelar fenómenos en diferentes contextos, como son: la clasificación de parámetros, variables implícitas y explícitas, dependientes e independientes. En el análisis antes expuesto, se encontraron obstáculos del tipo epistemológico, didáctico, cognitivo y pedagógico. Adicionalmente se hayan los de tipo sociológico, comunicativos (comprensión lectora y manejo de lenguaje simbólico), organizacionales (entorno académico).

## 6. RECOMENDACIONES

La detección de los anteriores obstáculos, permite el diseño de estrategias que permitan superar dichos inconvenientes en la tríada alumno, enseñanza y docente. Para tener éxito en la MM, no basta tener conocimientos especializados en las técnicas matemáticas, estadísticas e informáticas, sino contar con habilidades adicionales como claridad de pensamiento, un enfoque lógico, una buena idea de los datos y la capacidad de comunicarse y de entusiasmo por hacer la tarea.

Como estrategia curricular, incluir la enseñanza de MM como parte integral de los cursos básicos de matemáticas, que permitan una mejor comprensión y motivación en los estudiantes, cuando estos se hallen inmersos en los cursos del componente disciplinar. Esta debería ir acompañada de unos espacios tanto físicos (laboratorios matemáticos y grupos no conformados por gran cantidad de estudiantes) como en tiempos adicionales, estimulando el desarrollo de habilidades de observación, análisis de argumentación, interpretación y capacidad de discusión de resultados. Para lograr esto, desde un inicio se requiere una buena formación de docentes en el campo de MM, para su implementación.

## 7. REFERENCIAS

- Aparisi L. A. y Pochulu M. D. (2013). Dificultades que enfrentan los profesores en escenarios de modelización, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa – ALME*, 13, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. 387 - 1397. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/4368/1/AparisiDificultadesALME2013.pdf>.
- Bachelard G. (2000). *La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo* (23a ed.). México D.F.: Siglo XXI Editores.
- Brousseau G. (1983). Les obstacles epistemologiques et les problemes en Mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4 (2), 101- 117.
- Glaser B. y Strauss A. (2006). *The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research*. New Brunswick: Aldine Transaction.
- Hein N. y Biembengut M. S. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clase de matemáticas, *V Festival internacional de Matemática - de costa a costa*. San José de Costa Rica. Recuperado de <http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/P-2-Hein.pdf>
- Houssaye J. (2003). *Cuestiones Pedagógicas: una enciclopedia histórica* (p.327). México D.F.: Editorial siglo XXI.



Mejía L. A. y Plaza L. F. (2014). ¿Cómo las matemáticas contribuyen a la solución de un problema? Percepciones de algunos estudiantes de ingeniería. *Páginas de Ingeniería*, 2, 69 - 74.

Plaza L.F (2016). Obstáculos presentes en Modelación Matemática. Caso Ecuaciones Diferenciales en la formación de Ingenieros. *Revista Científica*, 25 (1), 176 - 187. Doi: 10.14483/udistrital.jour.RC.2016.25. a1

## ANÁLISIS BIBLIOMÉTRICO DE TRABAJOS DE GRADO REALIZADOS EN EL PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS DE LA UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO (2008-2017)

Virgilio Andres Meriño Mendoza<sup>1</sup>  
Evelin Johana Mondul Carpintero<sup>2</sup>  
José Hernando Ávila-Toscano<sup>3</sup>  
Leonardo José Vargas Delgado<sup>4</sup>

### Resumen

Esta investigación promueve el análisis de trabajos de grado presentados por estudiantes al finalizar su proceso de formación, cabe aclarar que los trabajos analizados son producto de material humano que está en proceso de formación como educador en matemáticas; todo esto con el fin de determinar los principales índices bibliométricos presentados en estos trabajos.

Se realizó un estudio bibliométrico descriptivo retrospectivo, en el cual se analizaron 297 trabajos de grado realizados entre 2008 y 2017. Los indicadores bibliométricos analizados se basaron en las propiedades metodológicas y se construyeron redes temáticas usando análisis de redes sociales aplicado a las palabras clave. Los resultados demuestran predominancia de la investigación cualitativa, enfoques centrados en la enseñanza de la geometría y el álgebra. Son comunes los errores metodológicos que afectan la consistencia de los trabajos, lo que sugiere bajo conocimiento de principios de metodología de la investigación.

**Palabras clave:** *Bibliometría; Trabajos de culminación de pregrado; Educación matemáticas; Investigación formativa; Campos de estudio.*

### Abstract

This research promotes the analysis of degree projects presented by students at the end of their training process, it should be noted that the analyzed works are the product of human material that is in the process of training as an educator in mathematics education; all this in order to determine the main bibliometric indexes presented in these works.

Through a retrospective descriptive bibliometric study, 297 degree thesis carried out between 2008 and 2017 were analyzed. The bibliometric indicators analyzed were based on the methodological properties and thematic networks were constructed using social network analysis applied to the keywords. The results demonstrate the predominance of qualitative research, focusing on the teaching of geometry and algebra. Methodological errors that affect the consistency of the works are common, which suggests knowledge of principles of research methodology.

**Keywords:** *Bibliometric; Degree culmination Thesis, Math education; Formative research; Fields of study.*

### 1. INTRODUCCIÓN

---

1 Estudiante de Licenatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; vmerino@mail.uniatlantico.edu.co

2 Estudiante de Licenatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; emondul@mail.uniatlantico.edu.co

3 Doctor en Ciencias Humanas y Sociales; Universidad del Atlántico; Colombia; joseavila@mail.uniatlantico.edu.co

4 Magister en educación; Universidad del Atlántico; Colombia; ljvargas@mail.uniatlantico.edu.co

La investigación científica siempre va a ser necesaria, pues por medio de esta el ser humano satisface una de sus principales necesidades, el conocimiento. Siempre es pertinente enriquecer conocimiento y solucionar posibles problemas prácticos (Manterola & Otzen, 2013). En el caso de la educación matemática, la investigación es herramienta fundamental para el avance disciplinar, pero al mismo tiempo también es importante “la investigación de la investigación”, es decir, es decir, el análisis de los productos y resultados de la ciencia educativa en matemáticas. Por medio de este tipo de estudios, denominados como Bibliometría, se puede identificar las fortalezas de la producción científica, así como algunas deficiencias presentadas a nivel disciplinar; una vez identificadas, se pueden hacer los correctivos necesarios para lograr minimizar y hasta eliminar dichas deficiencias.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 *La investigación científica y sus enfoques*

Para poder hablar sobre Investigación en Educación Matemática es de suma importancia conocer el ámbito histórico que esta aborda. A principios del siglo XIX la investigación en este campo empezó a tomar relevancia debido a que los investigadores propios del área y los educadores enfocaron su atención a las matemáticas que se enseñaban y se aprendían en la escuela, cómo se daban estos procesos y cómo debería enseñarse. Para esta época también se esperaba que el profesor universitario, además de enseñar, realizara investigación, por lo que empieza a relucir la investigación en educación matemática (Kilpatrick, 1998). La investigación en educación matemática es entonces la indagación metódica acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, es un proceso sistemático, crítico y empírico.

Según Hernández, Fernández y Batispta (2014), a lo largo de la historia surgieron diversas corrientes de pensamiento como el empirismo, el materialismo dialéctico, el positivismo, la fenomenología, el estructuralismo y diversos marcos interpretativos, como el realismo y el constructivismo, que han abierto diferentes rutas en la búsqueda del conocimiento. Sin embargo, desde el siglo pasado tales corrientes se “polarizaron” en dos enfoques principales de la investigación: el cuantitativo y el cualitativo. Estos manejando la misma definición precedente de investigación, pues ambos manejan un proceso minucioso, exacto y empírico en su empeño a la hora de producir conocimiento. También tratan similitudes en alguna de sus estrategias, como lo son: el manejo de la observación y la evaluación para conocer los fenómenos, de estas observaciones sacan o establecen hipótesis, muestran el nivel de veracidad y fundamento, revisan tales suposiciones o ideas basadas en pruebas o análisis, plantean nuevas observaciones y valoraciones para poder esclarecer, modificar y establecer tales ideas, entre otras (Grinnell, 1997).

### 2.2 *El análisis bibliométrico de la producción científica.*

La publicación de las producciones científicas, es una herramienta fundamental para que la ciencia llegue a comunicarse y desarrollarse, ya que la investigación científica queda incompleta sin su publicación. Cuando se publican resultados de adelantos o innovaciones, se logra la conexión entre la comunidad científica, la cual puede evaluar tales aportes para dar o no su aprobación, y determinar el impacto que tiene en la sociedad (Gómez, 2013). Muy seguido se conocen resultados de investigaciones que permiten tener nuevas perspectivas de determinados temas, y gracias a la publicación de las mismas se evalúan cambios en distintas áreas.

No importa de qué rama de la ciencia provengan estas investigaciones, todas tienen algo en común: la aspiración a una cuantificación del conocimiento que permita medirlo, estudiarlo y analizar sus comportamientos, más aún si se considera a la ciencia como una organización, lo cual

implica que el estudio pueda abordarse, con el objetivo de descubrir leyes y regularidades en los fenómenos y procesos (Carpintero, 1996). Gracias a las mediciones realizadas a estas publicaciones, se logra identificar los principales enfoques teóricos, temas y metodologías abordadas, tipo de resultados y hasta identificar la inclinación hacia los problemas de investigación, como también el impacto generado en la comunidad (La Torre, 2005).

La bibliometría no busca juzgar trabajos realizados, pero sí cuantificar la calidad de los mismos, lo que es de gran utilidad para determinados campos de la ciencia y de alguna manera hasta campos políticos, pues los resultados de las investigaciones llegan a influir en las decisiones para cambiar comportamientos en la sociedad. En el caso de las instituciones de educación superior, podría permitir, dependiendo de los resultados, el posible afianzamiento en las políticas de investigación en caso obtener resultados favorables o por el contrario se podrían realizar ajustes a dichas políticas, algunas restricciones en algunos campos y un mejor filtro en cuanto a criterios de los lineamientos de las investigaciones a realizar.

### **3. METODOLOGÍA**

#### **3.1 Población y muestra**

El universo de datos del que dispone este estudio corresponde a la totalidad de los trabajos de grado desarrollados por estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico, los cuales han sido publicados desde el año 1998. Esta producción se encuentra registrado, clasificado y ordenado en la biblioteca institucional Orlando Fals Borda de esa institución universitaria.

Por su parte, las unidades de análisis definidas para este estudio la representan un total de 297 trabajos de grado desarrollados en los últimos diez años de existencia del programa, por tal motivo, se incluyen trabajos obtenidos entre 2008 y 2017.

Se considerará dentro de las unidades a analizar a todo trabajo de grado que se encuentre en la biblioteca institucional con ejemplar físico, debidamente legalizado, así como aquellos trabajos que han sido presentados en formato magnético, los cuales corresponden a las producciones de los años recientes del programa.

#### **3.2 Recolección o producción de información**

El acceso a los trabajos de grado se realizó en la biblioteca institucional. Allí se revisó todos los documentos correspondientes al área de análisis. La revisión de estos trabajos buscó identificar los indicadores definidos como elementos de análisis en este estudio. Todos los indicadores bibliométricos fueron cargados en una base de datos creada en el software PASW® 18.0 (*Predictive Analytic Software - Statistics Core System*) (SPSS Inc., 2009). La base obedece a una plantilla de registro cuantitativo de todos los indicadores medidos, que se extrajeron de la revisión de los trabajos de grado. Este procedimiento se realizó de manera manual, debido a que los trabajos no se encuentran sistematizados en formatos digitales en línea.

#### **3.3 Indicadores bibliométricos a analizar.**

Con el fin de identificar los principales indicadores que dieran cuenta de la producción generada, sus características y elementos esenciales, se analizaron datos relacionados con las propiedades metodológicas, para ello se definió el enfoque metodológico, el diseño, las técnicas e instrumentos de recolección de datos, el tipo de muestra y tamaño de la muestra, uso de estadística, corte de investigación, entre otras variables.

Por último, se identificaron las palabras clave de los trabajos para realizar la construcción de una red de términos que permitió identificar los temas de estudio más frecuentes. En los trabajos de grado más recientes (de 2015 en adelante), se registró directamente las palabras clave reportadas, y en el caso de los estudios anteriores (2008 a 2014) el análisis se remitió a la inclusión de las variables principales de estudio que se declaren en el título.

La base de datos fue revisada y ajustada por un experto en estudios cuantitativos para garantizar su validez de constructo.

#### 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE DATOS

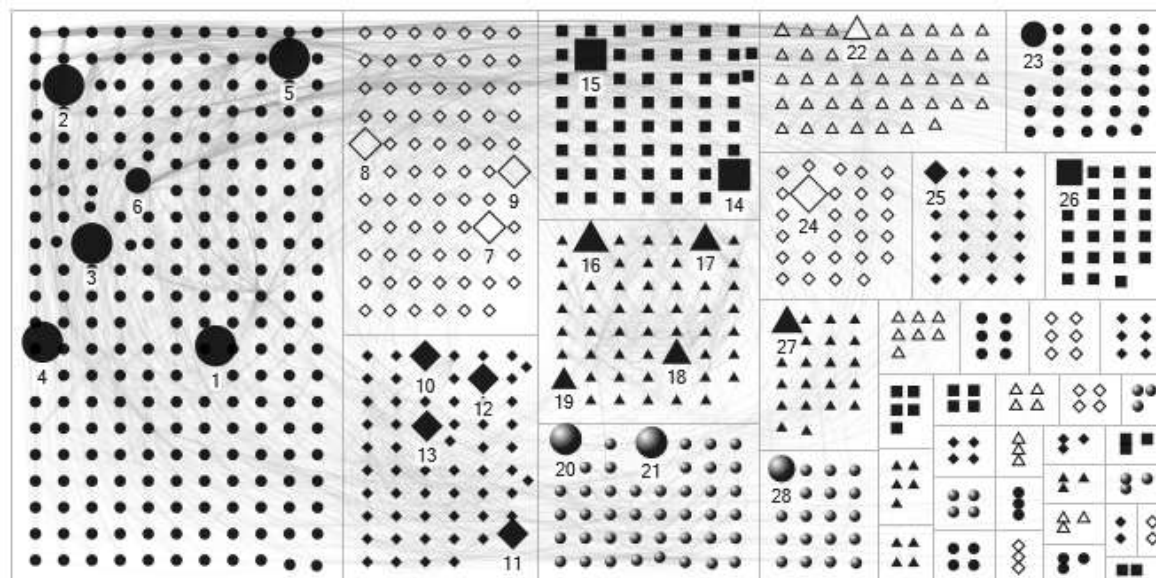
Todos los datos relacionados con los indicadores bibliométricos de producción y de las características metodológicas se cargaron en el software PASW® versión 18, mientras que las palabras clave fueron incluidas en una matriz de bordes verticales creada con el software NODE XL Template© (CodePlex, 2013), consistente en un software de acceso libre que se basa en una extensión de Microsoft Excel© a partir de la cual se puede realizar análisis de datos reticulares basados en la aplicación de análisis de redes sociales.

En total, se analizaron 297 trabajos de grado, cuyo *tipo de investigación* fue eminentemente aplicada ( $n=294$ ; 98.99%), encontrándose solo 3 (1.01%) trabajos monográficos o de revisión teórica. No hubo reporte de estudios experimentales ni de investigaciones instrumentales, es decir, aquellas que se dirigen a crear, validar o adaptar instrumentos de medición.

En relación con el *enfoque*, predominaron los trabajos cualitativos, reportándose un total de 209 (70.4%), le siguió una cifra de 75 trabajos (25.3%) declarados con enfoque mixto, mientras que los estudios cuantitativos estuvieron notoriamente rezagados con tan solo 13 registros (4.4%). Ahora bien, es importante aclarar que, a pesar de identificarse trabajos de grado donde los autores indicaron basarse en el enfoque cuantitativo, o en el uso de técnicas de esta naturaleza combinadas con las propias del enfoque cualitativo (es decir, enfoque mixto), no se identificaron niveles avanzados de análisis de datos, pues se trató de estudios en los que esencialmente el componente cuantitativo estuvo representado por análisis descriptivos.

A partir de este análisis se identificaron subgrupos de términos mediante la detección de cluster, esto facilitó reconocer los principales temas sobre los cuales se han enfocado los trabajos de grado, lo que deja reconocer campos conceptuales de amplio desarrollo y, por el contrario, aquellas líneas analíticas poco exploradas. Finalmente, la red fue graficada empleando el algoritmo de cuadrículas (grid algorithm), lo que facilita la organización de los términos en sus respectivos cluster y facilita la lectura de las relaciones.

*Tabla 1. Grafo de redes temáticas basado en la identificación de cluster de palabras clave con el grid algorithm.*



Created with NodeXL (<http://nodexl.codeplex.com>)

1	Desarrollo de competencias matemáticas	15	Pensamiento matemático
2	Fracciones	16	Motivación
3	Distribución de frecuencia	17	Capacidades lógicas
4	Enfoque m-learning	18	Proyecto pedagógico productivo
5	Pensamiento estocástico	19	Interpretación de graficas
6	Aprendizaje significativo	20	Aspectos afectivos
7	Lógica matemática	21	Emociones
8	Práctica pedagógica	22	Enseñanza
9	Investigación educativa	23	Discapacidad visual
10	Estrategias didácticas	24	Resolución de problemas aditivos
11	Historias de vida	25	Método
12	Desempeño académico	26	Adición de enteros
13	Etnomatemática	27	Método ABP
14	Habilidades de interpretación	28	Obstáculos

## 5. CONCLUSIONES

- se debe proponer el estudio en poblaciones rurales, puesto que durante la investigación se encontró que el foco poblacional de más del 98% de los trabajos se situó en el área urbana.
- Mejorar los criterios para la elaboración de trabajos de grados, en cuanto a la estructura del mismo se refiere. Paralelamente ser más rigurosos a la hora de evaluar estos trabajos, pero eso sí, hay que ser consecuentes con la calidad de los contenidos programáticos, de las asignaturas previas a la elaboración del trabajo de grado.

- Mejorando los contenidos de las asignaturas previas, se logrará elevar el interés hacia la realización de trabajos de grado con enfoques cuantitativos.
- Se debe elevar el número de investigaciones realizadas a poblaciones con alguna discapacidad, puesto que la educación cada vez debe ser más inclusiva

## 6. REFERENCIAS

Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (Eds.) (1998). *Educación matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación*. Bogotá: Universidad de los andes & Historia. Una empresa docente.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. McGraw Hill. México.

Grinnell Jr, R. M., & Unrau, Y. (2005). *Social work research and evaluation: Quantitative and qualitative approaches*. Cengage Learning.

Gómez, R. (2013). Análisis Bibliométrico de las tesis presentadas para la obtención del título de grado en el periodo 2010-2012 de la carrera de Lic. *Psicología de la Universidad Abierta Interamericana, sede Rosario*.

Carpintero, H. (1996). Información psicológica: ¿Cómo y cuánta? *Papeles del psicólogo*, 64, 37-40.

La Torre, J. L. V. (2005). Estudio exploratorio: aporte al conocimiento psicológico a través de publicaciones científicas. *Liberabit*, 11, 103-117.

CodePlex (2013). *NodeXL: Network Overview, Discovery and Exploration for Excel*. Social Media Research Foundation. Disponible en: <http://nodexl.codeplex.com/>

## ANÁLISIS DE LA EDUCACIÓN ECONÓMICA Y FINANCIERA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA: UNA MIRADA A LA FORMACIÓN DE DOCENTES DE MATEMÁTICAS

Ana Lucía Muñoz Romero<sup>1</sup>  
Juan Camilo Barros Villanueva<sup>2</sup>  
Sonia Valbuena Duarte<sup>3</sup>

### Resumen

Esta investigación tuvo como objetivo general analizar la formación de los Docentes de Matemáticas en Educación Económica y Financiera en la Educación básica y media y el conocimiento que tienen acerca de lo establecido por el MEN junto a las otras entidades encargadas de vigilar e impulsar la EEF en las instituciones públicas y privadas de nuestro país, para alcanzar dicho objetivo se hizo una revisión documental de los planes de estudio de 14 las universidades de Colombia y planes de clases y materiales de apoyo de Matemáticas y se realizaron entrevistas a Docentes de Matemáticas cuyas entrevistas arrojaron los resultados esperados dándonos el nivel de formación que pudiesen tener estos docentes en EEF. Este trabajo se culmina con el análisis de la formación del Docente de Matemáticas para saber si este está bien preparado para articular la EEF según lo establecido por el MEN, lo cual finaliza con unas conclusiones y recomendaciones a partir de la información recolectada cuyas recomendaciones es una invitación a la mejoría de la Formación de los Docentes de Matemáticas y que esto llevaría consigo a la mejoría del desempeño de los estudiantes por el hecho de que la Educación Económica y Financiera está siendo evaluada nacional e internacionalmente por medio de las pruebas ICFES y PISA respectivamente.

**Palabras clave:** *Educación Económica y Financiera, Educación básica y media, Docente de Matemáticas, Formación de Docentes.*

### Abstract

This investigation had as an objective, make an analysis on the formation of mathematics teachers in the subject of financial economics on basic and mid-level, seen their knowledge about what was establish by the MEN and other entities in charge of supervising and impulse the EEF in the public and private institutions of our country,

In order to reach this objective a documented revision was made of the studied plans of 14 Colombian universities and their class's plans, as well as their material to give a math class, there were interviews condone to math teachers, said interviews gave the expected results giving us the level of formation that this teaches could have in EEF.

This work culminates with the formation analysis of the math teachers in other to know if they are suited to articulated the EEF using the bases of the MEN, with this we conclude with some recommendations base on the information that has been recollected, the recommendations include a formation improvement for math teachers, with this the improvement of the student performance, this is because financial economics education is being evaluated nationally and internationally by the ICFES exams and PISA respectably.

**Keywords:** *Financial economics education, Basic and med level education, math teacher, teacher's formation.*

---

<sup>1</sup> Licenciada en Matemáticas; Centro Educativo El Tesoro; Colombia; [analmunoz@mail.uniatlantico.edu.co](mailto:analmunoz@mail.uniatlantico.edu.co)

<sup>2</sup> Licenciado en Matemáticas; Centro Educativo El Tesoro; Colombia; [jcamilobarros@mail.uniatlantico.edu.co](mailto:jcamilobarros@mail.uniatlantico.edu.co)

<sup>3</sup> Magister en matemática, magister en educación; Universidad del Atlántico; Colombia; [soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co](mailto:soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co)



## 1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación tiene como objetivo general analizar la formación que tiene el Docente de Matemáticas para enseñar y articular la Educación Económica y Financiera a sus clases.

La Educación Económica y Financiera (EEF) se refiere al proceso por el cual las personas mejoran su comprensión de los conceptos, los riesgos y los productos y servicios financieros, y desarrollan las habilidades y la confianza para ser más conscientes de los riesgos financieros y de las oportunidades, y así tomar decisiones financieras informadas para mejorar su bienestar (OECD, 2005).

En Colombia para el año 2014 El Ministerio de Educación Nacional, en su compromiso por consolidar una educación de calidad y dado el nivel bajo y último puesto en las pruebas pisa del 2012 en Matemáticas específicamente en el componente de EEF, ofrece el material “Orientaciones Pedagógicas en Educación Económica y Financiera: mi plan, mi vida y mi futuro” en donde el MEN redefine la EEF como “un proyecto pedagógico transversal articulado al desarrollo de competencias en las áreas básicas y ciudadanas”. Con el fin de materializar esta idea, el MEN y la Asociación Bancaria de Colombia (Asobancaria) suscribieron un convenio para la implementación del Programa de EEF en los establecimientos educativos del país. En este material la EEF implica la comprensión y el reconocimiento de los “Derechos Económicos, Sociales, Culturales y Ambientales” (DESCA. A su vez la EEF busca ser garantía de generación de oportunidades legítimas de progreso para el mejoramiento de la calidad de vida en condiciones de sostenibilidad y el cierre de brechas e inequidad (MEN, 2014, pág. 8).

En el 2015, el Banco de la República y el Banco de Desarrollo de América Latina (CAF) realizaron una evaluación cualitativa al proceso del proyecto “mi plan, mi vida y mi futuro”, a efectos de analizar su efectividad, a partir de este análisis surgieron algunas recomendaciones, entre ellas: 1) definir una ruta de implementación que permita orientar y dar información clara y oportuna a los establecimientos educativos y entidades territoriales; 2) capacitar a los docentes para que se sientan seguros de transmitir tales contenidos y darles una realimentación sobre la forma de incorporar la EEF a los planes de estudio; 3) complementar el documento de orientaciones con material didáctico, actividades y juegos; 4) contar con un instrumento que permita hacer seguimiento a la incorporación de la EEF.

Pero, a pesar de que se tuvieron varias iniciativas y fueron implementadas en la búsqueda de mejorar, Colombia en las pruebas PISA del 2015 solo subió 14 puntos en comparación a la prueba del 2012 y ocupó el puesto 59 de 72 países/economías participantes obteniendo un puntaje de 390 y permaneció en niveles de desempeño bajos en EEF, matemáticas y las otras áreas en general. “En Colombia se han realizado múltiples esfuerzos públicos y privados para fomentar la EEF. No obstante, las mediciones en la materia evidencian que la población aún carece de los conocimientos y habilidades financieras mínimos requeridos para la toma de decisiones económicas y financieras responsables” (Comisión Intersectorial para la Educación Económica y Financiera (CIEEF), 2017, pág. 9) Esto llevó a profundizar aún más en qué está pasando con la EEF en Colombia y la implementación de los recursos y proyecto que brinda el MEN y lo que guía al papel de los docentes y su formación en EFF en especial el de Matemáticas que es el que se ve más encargado en enfatizar en EFF.

“Mientras el 90% de los estudiantes quieren aprender finanzas, el 80% de los profesores no se siente apto para enseñar esta asignatura”. (Kiyosaki R. T., 2015, pág. 97). Con esto se evidencia una vez más que no es solo el problema de una población “mal en EEF”, sino también de unos docentes que no tienen la formación ni dominio para enseñar EEF y es entendible ya que “no se puede enseñar lo que no se sabe”.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Antecedentes

A nivel Local se presentó la investigación “El proyecto Nacional de la Educación Económica y Financiera y su implementación en la educación escolar en los estudiantes de noveno grado” ejecutada por Nadir Enrique Amaranto Orellano y José Santos Tapia Rocha, 2017 ellos plantean en su investigación un análisis del proyecto nacional de la EEF y a su vez la implementación en dos instituciones educativas del Atlántico, cuya investigación deja mucho que decir en lo que a la aplicación de la EEF por medio del Proyecto Nacional Mi Plan Mi Vida y Mi Futuro, también muestra que tipo de competencias están inmersas en el Plan Educativo Docente de estas instituciones, se evidencia que dichos contenidos de la EEF no es una materia como tal si no una asignatura que se enseña de manera transversal, si no que para emplearse se riega la materia por todo el plan de asignatura.

A nivel Nacional también se encontró un Documento llamado “Estrategia Nacional de Educación Económica y Financiera (EEF), una propuesta para su implantación en Colombia” elaborado por el Ministerio de Hacienda y crédito público, Ministerio de Educación Nacional, Banco de la República, la Superintendencia Financiera de Colombia, el Fondo de Garantías de Instituciones Financieras, el Fondo de Garantías de Entidades Cooperativas del año 2017 como la investigación posee como objetivos generar consensos sobre la importancia de la EEF para la sociedad, en su conjunto, nos damos cuenta que este trabajo busca generalizar la EEF más que un problema como una solución a la culturización financiera de Colombia, otro aporte es que busca integrar la EEF y se implemente en planes y programas, tanto así que la educación quede dictada como materia general y no como contenido de relleno como para estudiantes de colegio como para docentes o personas en general.

Por otra parte, la Corporación Asobancaria en su página web saber más ser más, público un artículo titulado ¿Qué sentido tiene la Educación Financiera para los niños? (ASOBANCARIA, 2016) Cuyo artículo tiene mucho énfasis en dar un porque a la enseñanza de la EEF en los diferentes grados de Colegio, mostrar la diferencia entre Colombia y los demás países en las pruebas PISA y darle a Colombia un sin sabor para que se coloque manos a la obra con respecto a la EEF. Muestra los resultados de las últimas Pruebas PISA en la cual se ve notoriamente como los estudiantes están en un rendimiento por abajo del promedio establecido por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE).

**2.1.1 Epistemología e historia de la EEF en Colombia y el mundo.** La EEF tiene un sustento normativo muy amplio en el cual se apoya en distintas leyes y decretos para fomentar la formación docente en esta misma, se evidencia que en Colombia la EEF se ha convertido en una necesidad tanto como para los adultos como para los niños, cuya necesidad ha trascendido a la evaluación que tiene Colombia frente a los demás países en cuanto a la educación. (PISA, 2015)

La CONEF es el Comité Nacional de Educación Financiera de Brasil y es la organización que se encarga de la vigilancia y la estructura de la formación, dirección y fomento de la estrategia EEF, cuyo modelo aplicado en el 2010 fue seguido por otros países, esta organización garantiza la

buena alfabetización de la EEF en el país y en el caso de no presentarse en algún lugar con aspectos positivos se ponen manos a la obra en pro del mejoramiento de la EEF en el sector que este en nivel bajo (Comision Intersectorial para la Educaión Economica y Financiera (CIEEF), 2017).

**Concepto de educación económica y financiera:** La OCDE define de la siguiente manera “La educación financiera y cultura financiera es el proceso mediante el cual los consumidores e inversionistas mejoran su comprensión de los productos y los conceptos financieros, por medio de la información, la instrucción o la asesoría objetiva, desarrollan las capacidades y la confianza para estar conscientes de los riesgos financieros y las oportunidades, tomar decisiones informadas, saber dónde acudir para obtener ayuda y tomar otras medidas eficaces para mejorar su bienestar financiero y su protección” (OCDE, 2014) concepto que le prestamos mucha atención ya que nos lleva a una necesidad de poseer ciudadanos cultos en EEF pero hace énfasis solamente en consumidores e inversionistas y se podría ampliar mucho más el contexto de las personas que esta definición acoge.

Para el MEN, 2014 la EEF “tiene como proposito desarrollar en los niños, niñas, adolescentes y jovenes los conocimientos, las habilidades y las actitudes necesarias para la toma de decisiones informadas y las actuaciones responsables en los contextos economicos, financieros presentes en su cotidianidad; asi mismo incentivar el uso y administracion responsable de los recursos y la participacion activa y solidaria en la busqueda del bienestar individual y social” cuya definición más que definición es un propósito, es el objetivo que la EEF tiene inmerso, aprender EEF garantiza todo lo anterior y no solo eso también genera una sociedad que a largo plazo se estima que genere un cambio en la economía como tal.

**Marco normativo que sustenta la EEF:** Constitución Política Colombiana, en su Artículo 2° establece que son fines esenciales del estado “promover la prosperidad general, ... facilitar la participación de todos en las decisiones que los afecta y en la vida Económica, Política Administrativa y Cultural de la Nación...” (Asamblea Nacional Constituyente, 1991) cuyo artículo nos hace ver que la Educación Económica y Financiera aporta a la participación y toma de decisiones que afecta la vida de manera particular y general de la población

La Ley 1450 de 2011 en su artículo 145 crea el programa de Educación en Economía y Finanzas. “el Ministerio de Educación Nacional incluirá en el diseño de programas para el desarrollo de Competencias básicas, la Educación Económica y Financiera, de acuerdo con lo establecido en la ley 115 de 1994”. Con esto se asegura que se cumpla lo establecido en la ley 115 de 1994 y que al hacer esta Ley se ponga en camino se creen planes de estudios para el desarrollo de la EEF en las escuelas.

### 3. METODOLOGÍA

De acuerdo con Rodríguez Gómez, Gil Flores y García Jiménez (1996), la Metodología de esta Investigación estará orientada por fases que permitan alcanzar los objetivos planteados en esta Investigación.

**Fase Preparatoria:** Se identifica y se establece el tema de estudio que es analizar la Educación Económica y Financiera en la Educación Básica y Media desde los docentes de Matemáticas y su formación.

**Fase de Trabajo de campo:** Una vez identificado el tema de estudio y la problemática se procede a definir la Población y la Muestra (se mencionará más adelante), luego se aplican los instrumentos de recolección de datos y para obtener la información buscada.

**Fase Analítica:** Ya en esta fase se analiza toda la información obtenida por los instrumentos mencionados anteriormente y se analizara de manera cruzada y comparativa teniendo en cuenta la información del marco teórico.

**Fase Informativa:** En esta última fase se mostraran los resultados obtenidos mediante el análisis de los datos y se buscara mostrar el objetivo de la investigación.

**La Población** seleccionada durante el periodo 2018-1 para la investigación son Docentes de Matemáticas de Instituciones Educativas Públicas y Privadas de Barranquilla.

**La Muestra**, seleccionada por saturación según John W. Creswell (2017) y Daly (2007), tendrá varias subdivisiones según el carácter y Nivel de desempeño de la Institución donde labora el docente de Matemáticas sea Privado y Público y el Nivel de Desempeño en sus Pruebas Saber (ICFES) es decir, A+ (Nivel Muy Superior), A (Nivel Superior), B (Nivel Básico), C (Nivel Bajo) y D (Nivel Muy Bajo).

Las **Técnicas** de recolección de datos son:

- Revisión documental a planes de estudio de profesionales que pueden ejercer como docentes de Matemáticas, Metodología de las clases de docentes de Matemáticas y Orientaciones Pedagógicas emanadas por el MEN.
- Entrevista a Docentes de Matemáticas de Educación Básica y Media de colegios públicos y privados de Barranquilla, como instrumento se tendrá en cuenta un cuestionario de 11 preguntas abiertas.

Como resultados y análisis de los instrumentos de esta investigación se tiene que:

- Desde la revisión documental se evidenció que los profesionales que pueden ejercer como docente de Matemáticas, resaltando el licenciado en matemáticas, ninguno sus planes de estudio tiene inmerso una cátedra o materia que tenga relación con la EEF.
- Con el Cuestionario y la Revisión documental de la metodología del docente para articular la EEF a Matemáticas se encontró que no se están manejando recursos virtuales por los docentes, ni se han encontrado más recursos didácticos para esto, la mayoría de los docentes no tiene la Educación Económica y Financiera incluidas al Plan de clases
- Se puede resaltar como algo positivo que el Docente de Matemáticas si está tratando de contextualizar la EEF dependiendo de la comunidad en la que se encuentra
- En la mayoría de los casos solo se le está evaluando al estudiante la Educación Económica y Financiera desde las preparaciones para las pruebas de estado (Pre-ICFES).

#### 4. RESULTADOS

Los resultados que se tienen en este momento, a partir de lo ejecutado en la investigación y de las encuestas realizadas a los actores objeto de investigación en los colegios privados y públicos podemos inferir que no todo docente de matemática tiene una preparación en EEF y por consiguiente esto se ve reflejado en el desempeño de los estudiantes en sus pruebas, la formación o capacitación de los docentes ha sido autodidacta en unos casos y en otros carece de cualquier formación en EEF y tal parece que el Ministerio de Educación no ha generado capacitaciones en los colegios entrevistados.

Desde la revisión documental se examinaron los pensum académicos de 14 universidades de Colombia que ofrecen el programa de Licenciatura en Matemáticas, de las cuales ninguna de ellas incluye la asignatura de EEF, comprobándose también que programas académicos tales como, las ingenierías, física, matemática pura, economía, programas que pueden ejercer docentes de Matemáticas, tampoco cuentan con la formación de la EEF en sus planes de estudios. No obstante, con ello se evidencia que las universidades no se encuentran comprometidas a la formación y educación de aquellos docentes o profesionales que quieren desempeñarse como Docentes de Matemáticas en la Educación Económica y Financiera.

Por otro lado, se analizaron los libros y materiales que hacen uso los docentes para el apoyo de sus clases, donde se evidencia que dichos libros que establece y envía el Ministerio de Educación, presentan muchas falencias en los temas abordados de matemáticas a la EEF, no incorporando la gran importancia de esta en dicha área.

Sin embargo, dentro de los libros investigados, solo se encontraron dos que sí tratan sobre la Educación Económica y Financiera, uno de ellos es el libro Santillana y el otro se llama Secuencias matemáticas 11 de la editorial libros y libros S.A.

Con lo anterior, se puede decir que a los docentes matemáticos, no se le están brindando los recursos aptos y necesarios para que enseñen de manera significativa la Educación Económica y Financiera, son muy escasos los materiales de apoyo que son bases soportes para poder transmitir un mejor conocimiento a los estudiantes en sus programas académicos.

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Desde la Entrevista y la Revisión de los Planes de clases, guías y recursos para la Metodología que utilizan los Docentes de Matemáticas en Colegios en Barranquilla para la enseñanza de la EEF en el área de Matemáticas se obtuvo **describir la Metodología que utiliza el Docente de Matemática cuando enseña la Educación Económica y Financiera en las Instituciones Educativas de la Básica y la Media** donde se puede evidenciar que no se está trabajando en este Proyecto de manera transversal y longitudinal.

- Se logró **determinar** y plantear desde la Revisión documental de lecturas del documento “Mi Plan, Mi Vida y Mi Futuro”, la Resolución N° 15683 del 01 de Agosto del 2016 y los Estándares Básicos de Aprendizaje de las Matemáticas **las Competencias en EEF que debe tener un Docente de Matemáticas a la hora de Articular, Enseñar y Evaluar el Proyecto de EEF en la educación básica y media.**

- Se consiguió **identificar la formación y realimentación que reciben los Docentes para incorporar la EEF a sus Planes de Estudio** y ninguno de los docentes entrevistados ha recibido formaciones o capacitaciones por parte del MEN.

Teniendo en cuenta la información recogida e indagada se presenta las siguientes recomendaciones:

- Se sugiere realizar revisiones de las Mallas Curriculares de Matemáticas de cada institución para encontrar los obstáculos que esta pueda presentar para la articulación de la EEF dentro de las aulas de clases, se considera pertinente este paso ya que se busca que la

EEF este inmersa dentro de las clases de Matemática y no que cambie el contenido de la cátedra sí no que encuentre la manera de articulación y equilibrio entre contenido matemático y contenido económico y financiero.

- Se sugiere un seguimiento respectivo a la formación que se le está brindando tanto al estudiante como la capacitación del Docente de Matemáticas para así incrementar las probabilidades de que si no se está haciendo una buena alfabetización de la EEF se genere un plan de mejoramiento dirigido a la EEF tanto del estudiante como del maestro teniendo en cuenta que este es un factor evaluado en el ICFES y las PISA.
- Se recomienda la revisión de las nueve competencias evidenciadas en este trabajo para tener en cuenta los contenidos que se deben manejar por parte los docentes a manera de mejorar su formación personal y poder articular mejor la EEF a sus planes de clases dentro de la malla curricular en la cual estén apoyados.
- La formación eficiente en EEF también debe mirar las competencias que deben desarrollar el estudiante dentro de las clases de Matemáticas y estas competencias están evidenciadas en esta investigación se sugiere mirar la tabla de contenidos que debe manejar la EEF para saber que temáticas de las matemáticas se pueden articular mejor al desarrollo de la EEF.

## 6. REFERENCIAS

- Comisión Intersectorial para la Educación Económica y Financiera (CIEEF). (2017). Estrategia Nacional de EEF
- MEN. (2014). *mi plan mi vida mi futuro*, orientaciones pedagógicas para la educación económica y financiera.
- PISA, P. f. (2015). *pruebas PISA*.
- Rabolini, N. M. (2009). Técnicas de muestreo y determinación del tamaño de la muestra en investigación cuantitativa. *Revista Argentina de humanidades y Ciencias sociales*.
- Robinson Conde, J. O. (2016). *CARACTERIZACION DE LA ACTIVIDAD DE INVESTIGACION EN EDUCACION MATEMATICA Y SU RELACION CON LAS PRACTICAS PEDAGOGICAS EN LA LICENCIATURA EN MATEMATICAS*. BARRANQUILLA.
- Vicenç Font, Jaquin Jimenez, Victor Larios, Juan Fidel Zorrilla. (2012). *competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato*. Barcelona: publicacions i edicions de la Universitat de Barcelona.
- kiyosaki, R. T. (2015). *despierta el genio financiero de tus hijos, 1a edicion*. Barcelona: Penguin Random House.
- Londoño, L. (23 de febrero de 2016). *Colombia, muy mal en Educación Económica y Financiera*. Obtenido de Revista Semana: [www.semana.com](http://www.semana.com)

Marianela Denegrí C., C. D.-n. (2014). ¿consumidores o ciudadanos? una propuesta de inserción de la educación económica y financiera en la formación inicial Docente. *scielo*.

## ANÁLISIS MULTIDIMENSIONAL DE FACTORES ASOCIADOS EN NIVELES DE DESEMPEÑO EN MATEMÁTICAS: PRUEBA GRADO SEXTO TERCE COLOMBIA - ÉNFASIS ESCUELAS RURALES\*.

Yenifer Tovia Gutiérrez<sup>1</sup>  
María Clareth Méndez Ramos<sup>2</sup>  
Melba Vertel Morinson<sup>3</sup>

### Resumen

El objetivo de la presente investigación es determinar los factores asociados del estudiante, la familia, la escuela y los docentes que explican los niveles de desempeño en el área de las matemáticas de los estudiantes del grado sexto en Colombia, según: género, dependencia y ruralidad, en base a los resultados del Tercer estudio regional comparativo y explicativo (TERCE). Para llevar a cabo el estudio se realizó un análisis multidimensional, utilizando las técnicas de análisis descriptivo uni-bivariado, análisis multivariado y análisis factorial múltiple (AFM), para el análisis de los datos se utilizó el programa R (R Development Core Team, (2018)). A manera de conclusión se determinó que la tecnología, el nivel académico de los padres, la ruralidad y la dependencia de las instituciones educativas son determinantes en los resultados de nivel de desempeño de los estudiantes de 6° que participaron en la prueba TERCE en Colombia.

**Palabras clave:** Ciencias Sociales, Economía, Educación, Estadística.

### Abstract

The aims of this research is to determine the factors associated with the student, the family, the school and the teachers that explain the performance levels in the area of mathematics of students in the sixth grade in Colombia, according to their gender, dependence and rurality based on the results of the third regional comparative and explanatory study (TERCE). A multidimensional analysis was carried out, using the techniques of descriptive uni-bivariate analysis, multivariate analysis and multiple factorial analysis (MFA), for the analysis of the data the R program was used. In conclusion, it was determined that technology, the academic level of parents, rurality, and dependence of educational institutions are crucial to the results of performance level 6 the students who participated in the test (TERCE) Colombia.

**Keywords:** Economy, Education, Statistics, Social Sciences.

## 1. INTRODUCCIÓN

Un factor fundamental para impulsar el desarrollo de una nación y lograr la igualdad de género, la paz y mermar la pobreza es la educación, ya que esta genera a largo plazo beneficios

<sup>1</sup>Economista; Universidad de Sucre; Colombia; yenifertovio@gmail.com

<sup>2</sup>Economista; Universidad de Sucre; Colombia; mariacclare29@gmail.com

<sup>3</sup> Magister en estadística; Universidad de Sucre; Colombia; melba.vertel@unisucra.edu.co

\* Esta investigación forma parte del proyecto Convenio N°1377: “Reconstrucción del tejido social a partir de una intervención integral y de alfabetización matemática en niños de 9-12 años de las instituciones educativas rurales de los Montes de María” desarrollado desde noviembre de 2017 y es financiado por el Ministerio de Educación Nacional, Universidad de Sucre, CECAR, y SENA.



considerables y sistemáticos en materia social, cultural y económico. Teniendo en cuenta lo anterior la preocupación de la calidad de la educación ha venido aumentando, por lo cual a nivel internacional se han desarrollado diferentes pruebas que abarcan distintos países, entre estas pruebas se encuentra el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), en la cual se obtiene información valiosa de la calidad de la educación de distintos países de América Latina y el Caribe, que permiten evaluar los logros de aprendizaje de estudiantes de 3° y 6° básico (en lenguaje, matemática y ciencias) (UNESCO, 2016). En los informes presentados por el Laboratorio Latinoamericano de la Calidad de la Educación (LLECE), en base a los resultados de la prueba TERCE, se encuentra que los niveles de desempeños de los estudiantes son bajos (I y II) en las áreas básicas y que los factores inciden en el desempeño de los mismos (OREALC/UNESCO, 2016). Cabe resaltar que, en estos informes se caracterizan por ser descriptivos, siendo inexistente el análisis multidimensional.

Atendiendo a lo anterior y que la existencia de estudios enfocados a la población de 6° en el área de matemática en Colombia son pocos y prácticamente nulos los estudios que han utilizado la base de datos de TERCE y que estudien la influencia de los factores asociados en el desempeño académico para esta población y área. Por tanto, este estudio considera pertinente realizar un análisis multidimensional de factores asociados en niveles de desempeño en matemáticas de los grados sexto en Colombia con énfasis en escuelas rurales con los resultados de la prueba TERCE; para así darle utilización y valor agregado a estas bases de datos internacionales que permita plantear mejoras en el área de matemática y además mejorar la calidad educativa. Esta investigación tiene la siguiente estructura inicialmente presente, como segunda sección el marco de la investigación, posteriormente la metodología y por último las conclusiones y recomendaciones.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La educación es uno de los factores que más influye en el desarrollo humano, social, cultural y económico, lo cual contribuye a lograr sociedades más justas, productivas y equitativas (Narro, Martuscelli, & Barzana, 2012); por lo cual se han realizado múltiples estudios en los cuales se pretende estudiar la educación desde los aspectos de calidad, cobertura, y eficiencia. Por otra parte, durante las últimas décadas las investigaciones alrededor de los factores asociados al aprendizaje escolar, ha sido uno de los campos más fructíferos, debido a que ha sido estudiado desde distintas perspectivas teóricas y áreas de estudio, donde se pretende conocer cuáles son las variables que inciden en los procesos de enseñanza y aprendizaje escolar, cuál es su importancia relativa y como podrían ser mejoradas (Cornejo & Redondo, 2007)

Entre los estudios realizados en materia de educación se encuentra a nivel internacional los aportes realizados por Murillo (2003), en el cual brinda una imagen global de las investigaciones que se habían realizado sobre eficiencia escolar realizada en Iberoamérica, donde dio a conocer sus características y sus puntos débiles, con el objetivo de que estas investigaciones se dieran a conocer para que contribuyan a formar un cuerpo de conocimiento que pueda ayudar a optimizar los niveles de calidad y de equidad de la educación en los países. En este mismo sentido a nivel nacional Irregui, Melo y Ramos (2006) analiza la educación en Colombia desde el análisis normativo y de los indicadores sectoriales, en el cual demuestra que en Colombia se dieron avances en cobertura en los años noventa en la educación primaria y secundaria, además, para este mismo periodo los indicadores de eficiencia presentaron avances gracias a los esfuerzos realizados por el estado, sin embargo la calidad educativa medida por las pruebas del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), no presentaron avances.

Por otra parte, en lo relacionado al rendimiento académico y los factores que influyen en este mismo, se han realizado diferentes investigaciones que buscan dar a conocer que factores inciden en el rendimiento académico de los estudiantes en los niveles de educación básica, media y superior, cabe resaltar que los factores analizados en la mayoría de estudios están relacionados con los estudiantes, el contexto familiar, los métodos de enseñanza, las escuelas, los profesores y el sistema educativo. Los resultados en la mayoría de las investigaciones se enfocan en la identificación de aquellas variables que muestren un mayor efecto sobre el rendimiento académico; entre las investigaciones en este campo a nivel internacional se destacan Heinesen & Graversen (2005), Backhoff, Bouzas, Contreras, (2007) y Garbanzo (2007)) a nivel nacional se resaltan (por ejemplo, Velez, Shiciefelbein & valenzuela (1994) Piñero y Rodríguez (1998), Nuñez, Steiner, Cadena y Pardo (2002), Banco mundial (2008), Barón (2010).

Con relación a estudios que se han enfocado en el estudio del rendimiento académico en el área de las matemáticas, se destaca el realizado por Satín (2002), el cual explica cómo influye los diversos factores socio-económicos y los hábitos de estudio en el rendimiento académico de los estudiantes de octavo grado de 41 países en pruebas homogéneas de matemática y ciencia. Además de estudiar la probabilidad del fracaso escolar, el acceso a los niveles superiores y las rentas futuras de esta población. En este mismo sentido Cervini (2004) estudia como distintos factores escolares, familiares, sociales y escolares (“clima escolar”) influyen en los logros cognitivos de los alumnos en el área de las matemáticas.

Por su parte Valverde & Näslund-Hadley (2010), realizan un estudio de la condición de la educación en matemática y ciencias naturales en la etapa preescolar, primaria y secundaria de los sistemas educativos en América Latina y el Caribe, en el cual se concluye que los jóvenes no están siendo preparados de manera apropiada para contar con las herramientas necesarias en matemáticas y ciencias naturales en una economía mundial cada vez más interconectada.

En este mismo sentido, a nivel nacional también se han desarrollados investigaciones para determinar qué factores inciden el rendimiento del área de las matemáticas de los estudiantes, entre los estudios destacados se encuentra el realizado por Cepeda (2005), en el cual estudia como los factores escolares, familiares y sociales inciden en el nivel de logro cognitivo de los alumnos de los grados séptimo y noveno en el área de las matemáticas. Por su parte, Enrique, Segura y Tovar (2013), analizan los factores de riesgo asociados a los bajo rendimientos académicos de instituciones educativas distritales en Bogotá, en el cual participaron 601 estudiantes en edades entre 5 y 15 años, desde los grados primero a quinto.

Por último, se encuentra el estudio realizado por Zambrano (2013), el cual analiza los factores familiares, escolares, condiciones socioeconómicas de los estudiantes, practica y métodos pedagógicos que inciden en el alcance de los logros educativos en el área de las matemáticas, usando los datos de las pruebas Trends in International Mathematics and Science Study,(TIMSS) del año 2007.

### 3. METODOLOGÍA

El enfoque de esta investigación es cuantitativo de tipo Descriptivo-explicativo, en el cual se analizan los estudiantes de los grados sexto de las instituciones educativas de Colombia que participaron en la prueba TERCE. En el análisis se estudian 23 variables agrupadas en 4 factores a

estudiar: Estudiante, Padres de familia, Escuela-Directivo, Docentes, en relación con el nivel de desempeño de los estudiantes. Atendiendo a lo anterior esta investigación consto de dos fases:

1. **Recolección, recopilación y tratamiento de los datos:** se agrupo en una sola base de datos la información recolectada (variables del estudiantes, familia, docentes e instituciones educativas), los cuales fueron extraído de fuentes secundarias por parte de LLECE.
2. **Análisis de la información:** Para el análisis de la información se utilizaron las técnicas de análisis de datos, en primera medida se aplicó el análisis descriptivo uni y bivariado de los datos, lo cual se realizó con tablas de frecuencias. Luego se aplica el análisis multivariado, específicamente el análisis de correspondencia múltiple (ACM), para describir cada uno de los factores y su incidencia en el rendimiento académico, a su vez se realizará un Análisis Factorial múltiple (AFM), para observar y determinar cómo los factores asociados significativos en este estudio inciden en el rendimiento, para así poder establecer cuales factores asociados caracterizan a los estudiantes de sexto grado en Colombia.

Para el análisis de los datos se utilizó el software R (R Development Core Team, 2018), el cual es un software libre y gratis, programado bajo el lenguaje S, lo cual le da un valor agregado al análisis de resultados.

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Al estudiar los resultados de la prueba TERCE en el área de matemática del grado sexto en Colombia se encontró que la tecnología contribuye a alcanzar niveles de desempeños alto. Otro variable fundamental que se destaca en esta investigación es el nivel educativo de los padres, debido que el nivel educativo de los padres está directamente relacionado con el nivel de desempeño de los estudiantes. En lo relacionado a la escuela el desempeño de los estudiantes depende del tipo de institución educativa y la ruralidad de la misma, ya que los estudiantes con mejores niveles de desempeños estudian en las zonas urbanas y en instituciones educativas no oficiales; por su parte los estudiantes con niveles de desempeño bajo y medio se caracterizan por estudiar en zonas rurales y en instituciones educativas oficiales. Lo anterior refleja las brechas económicas y educativas que prevalecen en la población colombiana y que afecta la educación del país.

#### 5. REFERENCIAS

- Backhoff, E., Bouzas, A., & Carolina Contreras, C. (2007). Factores escolares y de aprendizaje en México: El caso de la educación básica. Mexico, D.F.: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE).
- Banco Mundial. (2008). La calidad de la educación en Colombia: un análisis y algunas opciones para un programa de política. Banco Mundial.
- Barón, J. (2010). La brecha de rendimiento académico de Barranquilla. Banco de la república Centro de estudios económicos regionales (CEER)-Cartagena.

- Cepeda, E. (2005). Factores asociados al logro cognitivo en matemáticas. *Revista de Educación*, pp. 503-514.
- Cerveni, R. (2004). Influencia de los factores institucionales sobre el logro en matemáticas de los estudiantes en el último año de la educación media de Argentina- un modelo tres niveles. REICE.
- Cornejo, R., & Redondo, J. (2007). Variables y factores asociados al aprendizaje escolar: una discusión desde la investigación actual. *Estudios Pedagógico*, 157-158.
- Enríque, C., Segura, Á., & Tovar, J. (2013). Factores de riesgo asociados a bajo rendimiento académico en escolares de Bogotá. *Investigación Andina*, pp. 654-666.
- Garbanzo, G. (2007). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios desde el nivel socioeconómico: Un estudio en la Universidad de Costa Rica. *Revista Electrónica Educare*.
- Heinesen, E., & Graversen, B. (2005). The Effect of School Resources on Educational Attainment: Evidence from Denmark. *Bulletin of Economic Research*, Vol. 57, No. 2, p. 109-43.
- Iregui, A. M., Melo, L., & Ramos, J. (2006). La educación en Colombia: análisis del marco normativo y de los indicadores sectoriales. *Revista de economía del Rosario*.
- Murrillo, F. (2003). Una panorámica de la investigación Iberoamericana sobre eficiencia escolar. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre calidad, eficiencia y cambio educativo (REICE)*.
- Narro, J., Martuscelli, J., & Barzana, E. (2012). Plan de diez años para desarrollar el Sistema Educativo Nacional. México: Dirección General de Publicaciones y Fomento.
- Núñez, J., Steiner, R., Cadena, X., & Pardo, R. (2002). ¿Cuáles colegios ofrecen mejor educación en. Departamento Nacional de Planeación, Dirección de Estudios Económicos.
- OREALC/UNESCO. (2016). Informe de resultados del tercer estudio regional comparativo y explicativo: Factores Asociados. Santiago: Organización de las Naciones Unidas para la educación, la ciencia y la cultura.
- Piñeros, L. &. (1998). Los insumos escolares en la educación secundaria y su efecto sobre el rendimiento académico de los estudiantes: Un estudio en Colombia. Banco Mundial, Departamento de Desarrollo Humano,.
- R Development Core Team. (2018). R: A language and environment for statistical computing. Vienna: Foundation for Statistical Computing.
- Satín, D. (2001). Influencia de los Factores Socioeconómicos en el Rendimiento Escolar Internacional: Hacia la Igualdad de Oportunidades Educativas. Universidad Complutense.
- UNESCO. (2016). Tercer estudio Regional comparativo y explicativo. Organización de las Naciones Unidas para la educación, la ciencia y la cultura.

Valverde, G., & Näslund-Hadley, E. (2010). La condición de la educación en matemáticas y ciencias naturales en América Latina y el Caribe. Banco Interamericano de Desarrollo.

Velez, E., Schiefelbein, E., & Valenzuela, J. (1994). Factores que Afectan el Rendimiento Académico en la Educación primaria. Revista Latinoamericana de innovaciones educativas.

Zambrano, J. (2013). Análisis multinivel del rendimiento escolar en matemáticas para cuarto grado de Educación Básica Primaria en Colombia. Sociedad y Economía, pp. 205-236.

## ANÁLISIS MULTIVARIADO DE LA SITUACIÓN REGIONAL DE LA EDUCACIÓN MEDIA EN COLOMBIA (2015-2016): GÉNERO, ESCUELA Y LOGRO ESCOLAR.\*

Andrés Beltrán Hernández<sup>1</sup>  
Sandra Rojas Sevilla<sup>2</sup>  
Melba Vertel Morinson<sup>3</sup>

### Resumen

El presente estudio busca conocer cuales factores socio-económicos y educativos ayudan a optimizar niveles de calidad y equidad en las escuelas lo cual permitirá hacer un análisis de la situación regional de la educación media en Colombia. Para ello, se utilizarán datos de las pruebas saber 11-ICFES para evaluar el sistema educativo en el nivel de educación media. Estos datos adaptados y aplicados al contexto económico y social del país servirán de base en la elaboración de un enfoque regional con indicadores sobre calidad educativa en Colombia. El análisis estadístico se realizara con técnicas descriptivas; inferenciales y multidimensionales: análisis de correspondencias múltiples y análisis en componentes principales ponderado. En este sentido, los resultados sugieren que el desempeño académico de los estudiantes de educación media en Colombia es más representativo en regiones como: Andina, Caribe y Pacífica; asimismo, que el comportamiento de indicadores de calidad por instituciones es mayor cuando estas son de carácter no oficiales en relación a las escuelas oficiales, y que en su totalidad la ubicación (capital de departamento, otro municipio) arrojo resultados significativos para ambos escenarios.

**Palabras clave:** *Calidad educativa, equidad educativa, educación media, factores socio-económicos, factores educativos.*

### Abstract

The present study seeks to know which socio-economic and educational factors help to optimize levels of quality and equity in schools, which will allow an analysis of the regional situation of secondary education in Colombia. To do this, data from the 11-ICFES tests will be used to evaluate the educational system at the level of secondary education. These data, adapted and applied to the economic and social context of the country, will serve as the basis for the elaboration of a regional approach with indicators on educational quality in Colombia. The statistical analysis will be carried out with descriptive techniques; Inferential and multidimensional: analysis of multiple correspondences and analysis in weighted main components. In this sense, the results suggest that the academic performance of middle school students in Colombia is more representative in regions such as: Andean, Caribbean and Pacifica; likewise, that the behavior of quality indicators by institutions is higher when these are unofficial in relation to official schools, and that in its entirety the location (department capital, another municipality) showed significant results for both scenarios.

**Keywords:** *Educational quality, secondary education, socio-economic and educational factors.*

---

\*Esta investigación forma parte del Proyecto Convenio N° 1377: “Reconstrucción del tejido social a partir de una intervención integral y de alfabetización matemática en niños de 9-12 años de las instituciones educativas rurales de los montes de María” desarrollado desde noviembre de 2017 y es financiado por el Ministerio de Educación Nacional, Universidad de Sucre y CECAR.

<sup>1</sup> Economista, Universidad de Sucre; Colombia; andjabe@gmail.com

<sup>2</sup> Magister en matematicas aplicadas, Universidad de Sucre; Colombia; sandra.rojas@unisucra.edu.co

<sup>3</sup> Magister en estadística; Universidad de Sucre; Colombia; melba.vertel@unisucra.edu.co

## 1. INTRODUCCIÓN

Durante generaciones, en Colombia se han evidenciado secuelas de divisiones y polarizaciones a causa de muchas circunstancias, lo cual ha implicado alcanzar una serie de acuerdos mínimos en medio de las diferencias y la diversidad que le han permitido al país avanzar al paso siguiente, la construcción de un capital humano con gente que sabe, aprende y asume retos para transformar la realidad actual con el conocimiento y la productividad del mismo (Banco Mundial, 2009). Las estadísticas reflejan que una gran cantidad de escuelas obtienen promedios por debajo de los resultados esperados en las pruebas estandarizadas implementadas para evaluar la calidad educativa en Colombia, asimismo, que existen regiones en las que estos resultados se ven afectados por condiciones socioeconómicas y educativas ajenas a su control tales como el género, la ubicación geográfica, la pobreza, los conflictos armados, los desastres naturales y las repercusiones del cambio climático.

Se quiere dar un paso más allá y abordar el papel de la calidad de la educación media en la construcción de sistemas educativos más equitativos. Concretamente se pregunta, ¿Cuáles factores socioeconómicos y educativos ayudan a optimizar niveles de calidad educativa y equidad en las escuelas y permite hacer un análisis de la situación regional de la educación media en Colombia a partir de las pruebas Saber 11 ICFES (2015-2016)?

Teniendo en cuenta que, la educación puede aportar a los niños los conocimientos y las habilidades que precisan para tener éxito en la vida y para dar paso a una sociedad más justa y equilibrada, los resultados de este estudio pueden constituir una herramienta para el diseño de estrategias y proyectos de inversión que contribuyan a elevar la calidad de la educación en nuestro país y a la reducción de la pobreza y la inequidad en algunas zonas de la región.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La estructura del entorno educativo ha constituido en las últimas décadas un tema ampliamente abordado en diferentes aspectos, abarcando la forma en cómo se constituyen las clases dentro de las escuelas, hasta el punto en cómo estas se encuentran segregadas dentro del sistema educativo impartido en regiones distintas. Normalmente, se ha implementado el término de estructura para describir las características que conforman a un conjunto de segmentos e individuos dentro de un establecimiento educativo, y que en lo particular suelen asociarse a factores socioeconómicos (status), culturales, políticos, de género, etnia, entre otros (Dupriez, 2010).

Generalmente, durante el periodo de los noventa se reconoce como problemático el hecho de que la educación primaria y secundaria en América Latina reflejara dificultades asociadas a la disparidad en calidad, lo que conllevó a un cambio en las políticas educativas marcado en especial por la introducción de la educación como prioridad en la gestión pública (UNICEF, 2016). En este sentido, para avanzar en la consolidación de la paz y la convivencia el Ministerio de Educación Nacional definió dentro de su política sectorial 2014-2018 “educación de calidad, el camino hacia la prosperidad”, el acceso a esta requiere poner en marcha estrategias integradas para combatir la pobreza. Todos los niños merecen un comienzo justo y equitativo en la vida, merecen libertad y tener una infancia, merecen una educación amplia, integral y de calidad. Es preciso considerar estas cuestiones no solo como derechos sino como el vehículo hacia una sociedad más participativa y sostenible.

Frente al interrogante de que se entiende por calidad de la educación, la bibliografía y estudios realizados al respecto muestran que dicha problemática, es muy amplia, y puede ser abordada desde múltiples perspectivas. Tal es el caso, que el concepto de calidad se relaciona con factores tales como: rendimiento (Piñeros & Rodríguez, 1999; Gaviria & Barretos, 2001; Cervini, 2004; Cladellas et al., 2013); eficiencia y eficacia (Barrera & Gaviria, 2003; Murillo, 2006) para el análisis de factores asociados al desempeño, valor agregado y efecto de políticas públicas en los resultados (Nuñez et al., 2002; Barrera, 2006; Cladellas et al., 2013). Para el caso colombiano, Iregui et al. (2006), muestran que se han realizado diversos trabajos que analizan la calidad de la educación y sus determinantes y otros trabajos abordan el problema del rendimiento académico y la eficiencia del sector educativo (Heinesen & Graversen, 2005; Hunushek, 1986-1989; Banco Mundial, 2009).

Durante generaciones, la educación de calidad y equitativa, se asocia a un mayor nivel de ingresos; ha supuesto para los jóvenes una vía (papel estratégico) para salir de la pobreza (transformación socioeconómica, cultural y política). Entre regiones colombianas existen disparidades en la matrícula y la finalización (Banco Mundial, 2009); Si se vinculan los esfuerzos humanitarios y de desarrollo, los programas de educación en contextos de emergencias o posteriores a emergencias se podría brindar la oportunidad de que la población se recupere y puedan tener una vida productiva, pacífica y plena. Sin embargo, a juzgar por la experiencia acumulada internacionalmente, a lo largo de muchos años, investigar en factores asociados al desempeño, valor agregado y efectos de políticas públicas los resultados se han convertido en una necesidad de carácter estratégico para elevar la calidad de la educación. Entre los estudios encontrados y que tienen alguna relación con esta temática, está el de Barón (2011) quien comparo el rendimiento de los estudiantes en las pruebas saber 11 en algunas regiones de la Costa y el centro del país, y la de Cepeda (2005), que indago sobre las condiciones de la escuela que influyen directamente sobre actores del proceso educativo.

De la educación en general se espera que la escuela resuelva los problemas que generan el saber cómo producto y los saberes posibles que se involucran en una sociedad. De esto, se destaca siempre el conocimiento acuñado por la ciencia y dentro de este, lenguaje y matemáticas como piso educativo para cualquier individuo y lo mínimo necesario para construir su adaptación al mundo de la cultura escolarizada (Murillo, 2006). Se busca precisar niveles de calidad educativa a la que tienen derecho todos los jóvenes de todas las regiones del país y seguir produciendo o adaptando métodos, técnicas o instrumentos que permitan evaluar interna y externamente si una persona, institución, proceso o producto no alcanza, alcanza o supera esas expectativas de la comunidad. Existen disparidades especialmente en matemáticas y ciencias (Cerviño & Dari, 2009; Benítez et al., 2013; Villalobos & San Martín, 2016). Los desfases en las habilidades aritméticas básicas asociadas al nivel de riqueza comienzan pronto y persisten a lo largo del tiempo. Los costes de esta falta de alineación entre las aptitudes y los empleos son visibles en muchas partes del mundo. Si bien el Ministerio de Educación Nacional – MEN ha implementado estrategias en las escuelas dirigidas a disminuir las desigualdades en el aprendizaje con la entrega de insumos y el acompañamiento de los procesos educativos (Programa Todos Aprender – PTA, aulas sin fronteras, jornada única, Día E y Día E de la familia), algunas escuelas privadas ubicadas en las zonas urbanas grandes han establecido planes de estudios sólidos en matemáticas, que se basan en un profesorado bien formado, y el acceso a otros recursos educativos. Las diferencias son particularmente graves para las escuelas públicas (escuelas municipales) en especial las zonas rurales (UNICEF, 2016). Según demuestra Barrera & Ibáñez (2004), los autores demuestran que el conflicto interno de Colombia ha afectado la calidad educativa, ha dado lugar a mayores tasas de deserción en secundaria y por ende una brecha urbano – rural, aunque en los últimos años ha



tendido a revertirse. Gaviria y Barrientos (2001), y Sarmiento et al. (2002), aseguran que la educación y los antecedentes socioeconómicos de los padres influyen fuertemente en la elección de la escuela a la que los estudiantes asisten, lo que a la vez influye en su logro, y que el tamaño de la clase es una variable predictiva del rendimiento. Gaviria y Barrientos (2001), observan que las diferencias de calidad escuelas públicas y privadas han permanecido constante, con mejor desempeño de las escuelas privadas. Caro (2000), muestra que el ausentismo y el trabajo infantil tienen grandes efectos negativos en el desempeño académico. Aunque los departamentos de la Costa Caribe son altamente agropecuarios tienen valores altos en el Producto Interno Bruto que no se ven reflejados en la inversión de la educación, estadísticas muestran altas tasas de analfabetismo y necesidades básicas insatisfechas. La fuente del trabajo es el subempleo en gran porcentaje (Vertel et al., 2011).

La desigualdad de género en el nivel de aprendizaje escolar es una de las dimensiones del concepto más general de inequidad educativa en la sociedad. Tal desigualdad ha sido profundamente investigada en el ámbito internacional, más frecuentemente, en países desarrollados. Los resultados obtenidos entre el género y el rendimiento se presentan más como un patrón (Vegas & Petrow, 2007; Benítez et al., 2013; Villalobos et al., 2016), la pregunta por la composición por género se centra en dilucidar la eficiencia de esta política en los resultados académicos, y en menor medida, en el efecto del ambiente social escolar.

### 3. METODOLOGÍA

Este estudio cuenta con un enfoque metodológico de tipo cuantitativo, teniendo en cuenta que se recurre a la medición estadística para hacer inferencia a partir de los resultados obtenidos. Seguidamente, el tipo de estudio es descriptivo-explicativo, en la medida que se pretende describir factores socio-económicos y educativos que ayudan a optimizar niveles de calidad educativa y equidad en las escuelas y permita hacer un análisis de la situación regional de la educación media en Colombia a partir de las pruebas Saber 11 ICFES (2015-2016). Se adoptará un diseño de investigación no experimental debido a que no se recurre a la manipulación de variables y los fenómenos se analizan en su estado natural. Además, es de corte longitudinal dado que los datos utilizados corresponden a la información de las pruebas estandarizadas Saber 11 para establecimientos educativos (<ftp://ftp.icfes.gov.co>) realizada por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia con fines de evaluación del sistema educativo, y, de información socio-económica aportada por bases de datos de otras entidades (MEN, DANE, etc.). Por otra parte, la población a estudiar en esta investigación está compuesta por las escuelas de educación media que realizaron las pruebas Saber 11 evaluadas en el periodo 2015-2016 por el ICFES. Para ejecutar las técnicas estadísticas se utilizará el software R (Development Core Team 2017), software estadístico libre y gratis, programado bajo lenguaje S, lo cual le da valor agregado al análisis de los resultados. En esta propuesta se presenta la aplicación de dos paquetes desarrollados en R: *ade4* (Chessel et al, 2004) y *FactoClass* (Pardo & Del Campo, 2007).

### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta la concepción de la literatura económica, la educación cumple el papel primordial en la determinación de la renta y las potencialidades humanas y sociales dentro un territorio. Según lo anterior, se permite incorporar que existe una correlación entre la localización espacial y los factores socioeconómicos relacionados al desempeño académico de las escuelas, esto a razón de que se demuestro una relación fuerte y negativa entre la variable de (analfabetismo y desempleo), las cuales presionan a que los departamentos de (Choco, Cauca,

Caquetá, Nariño, Guaviare, Sucre, Arauca y Córdoba) presenten indicadores bajo-medios de desempleo y subempleo afectando los sistemas de rendimiento y la calidad en la educación de los estudiantes, por motivos a que existe un alto porcentaje de hogares con ingresos bajos e insuficientes, lo cual da como resultado mayores índices de NBI que repercuten directamente en la calidad de vida de la población estudiantil.

Por último, al analizar los efectos en aspectos académicos y sociales de establecimientos con distinta composición de género en Colombia, se evidencio la presencia de un patrón en los resultados académicos, y en menor medida, en el efecto del ambiente escolar. Esto por motivos que, los planteles mixtos tienden a sobresalir más en el componente de matemáticas y ciencias, dentro de ellos se destaca que los niños son los que mejor puntaje alcanzan en esos componentes; por otra parte, las niñas por el contrario sobresalieron más en el componente de idioma y lectura crítica. Sin embargo, a partir de la evidencia encontrada el género no es un factor lo suficientemente decisivo y central en la generación de mayores niveles y resultados académicos en las escuelas colombianas.

## 5. REFERENCIAS

- Banco Mundial (2009). L calidad de la educación en Colombia: un análisis y algunas opciones para un programa de política. Unidad de Gestión del Sector de Desarrollo Humano Oficina Regional de América Latina y el Caribe.
- Barón (2011). La brecha de rendimiento académico de Barranquilla. Centro de Estudios. Económicos Regionales de Cartagena.
- Barrera, F., & Gaviria, A. (2003). Efficiency os colombian Schools. Fedesarrollo, 1 - 28.
- Barrera, F., & Ibáñez, A. (2004). ¿Does violence reduce investment in education?: a theoretical and empirical approach. Documento CEDE 2004-27.
- Barrera-Osorio, Felipe. 2007. The impact of private provision of public education: empirical evidence from Bogota's concession schools (English). Policy, Research working paper; no. WPS 4121; Impact Evaluation Series; no. 10. Washington, DC: World Bank. <http://documents.worldbank.org/curated/en/366271468018843703/The-impact-of-private-provision-of-public-education-empirical-evidence-from-Bogotas-concession-schools>
- Benítez, M., Cruces, E., Hato, J., & Sarrión, M. (2013). La educación en Europa desde una perspectiva de género. Rev. Estudios de Economía Aplicada, Vil. 31-1, p. 1-30.
- Caro, B. (2000). Factores asociados al logro académico de los alumnos de 3° y 5° de primaria Bogotá. Coyuntura Social. No. 22, mayo, pp. 65-80. Fedesarrollo.
- Cepeda (2005). Factores asociados al logro cognitivo en matemáticas. Revista de Educación, No. 336, pp. 503-514.
- Cervini, R. (2004). Nivel y variación de la equidad en la educación media en Argentina. Revista Iberoamericana de educación, vol. 4 No. 34, p. 1-19.

- Cerviño, R., & Dari, N. (2009). Género, escuela y logro escolar en matemática y lengua de la educación media: estudio exploratorio basado en un modelo multinivel bivariado. *Rev. RMIE*, vol. 14, #42, p. 1051-1078.
- Chessel, D., & Dufour, A. (2004). *ADE4: Analysis of Environmental Data: Exploratory and Euclidean method multivariate*. Lyon, Francia: Data analysis and graphical display .
- Cladellas, R., Castelló, A., Badia, M. y Cirera, M. (2013). Effects of the PowerPoint methodology on content learning. *Intangible Capital*, vol.9, n.1, 184-198.
- Cladellas, R., Castelló, A., Badia, M. y Cirera, M. (2013). Effects of the PowerPoint methodology on content learning. *Intangible Capital*, vol.9, n.1, 184-198.
- DANE (2017), 'Económicas', Web. \*<http://www.dane.gov.co>
- Dupriez, V. (2010). *Methods of Grouping Learners at School (Vol. 93)*. París: UNESCO: International Institute for Educational Planning.
- Gaviria, A., y Barrientos, J. (2001). Determinantes de la calidad de la educación en Colombia. Departamento Nacional de Planeación, Archivos de Economía 159, noviembre.
- Hanushek, E. (1986). The economics of schooling: production and efficiency in public schools. *Journal de Economic Literature* 24: 1141-1177.
- Hanushek, E. (1989). The impact of differential expenditures on school performance. *Educational Research* 18: 45-51.
- Heinesen, E., & Graversen, B. (2005). The Effect of School Resources on Educational Attainment: Evidence from Denmark. *Bulletin of Economic Research*, vol. 57, No. 2, p. 109-43, abril.
- ICFES (2017), link 'Investigación'. \*<http://www.icfes.gov.co>
- Iregui, Ana, Melo, Ligia, & Ramos, Jorge. (2006). La educación en Colombia: análisis del marco normativo y de los indicadores sectoriales. *Revista de Economía del Rosario*, Vol. 9, 175 - 238.
- Murillo, F. (2006). Estudio sobre eficacia escolar en Iberoamérica. Convenio Andrés Bello.
- Núñez, J., Steiner, R., Cadena, X., y Pardo, R. (2002). ¿Cuáles colegios ofrecen mejor educación en Colombia?. Departamento Nacional de Planeación, Archivos de Economía 193, junio.
- Pardo, C., & Del Campo, P. (2007). Combinación de métodos factoriales y de análisis de conglomerados en R: El paquete FactoClass. *Revista Colombiana de Estadística* 30.
- Piñeros, L., & Rodríguez A. (1999). School inputs in secondary education and their effects on academic achievement: a study in Colombia. LCSHD Paper Series No. 36. World Bank Human Development Department.

- R Development Core Team. (2017). R: A language and environment for statistical computing, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0. \*<http://www.R-project.org>
- Sarmiento, A., Tovar, L., & Alam, C. (2002). Situación de la educación básica, media y superior en Colombia. Casa Editorial El Tiempo, Fundación Corona, Fundación Antonio Restrepo Barco, segunda edición.
- UNICEF (2016). Estado mundial de la infancia 'Una oportunidad para cada niño'.
- Vegas, E., & Petrow, j. (2007). Raising student achievement in Latin America: the challenge for the 21st century. Latin American Development Forum. Banco Mundial. Washington, D.C.
- Vertel, M., Cepeda, J., y Cortina, J. (2011). Análisis de la situación regional de la educación media en Colombia (2009-2010): una visión con análisis factorial múltiple. XXI Simposio Internacional de Estadística. Bogotá, D.C.
- Villalobos, C. & San Martín, I. (2016). Composición de género en establecimientos escolares chilenos: ¿afecta el rendimiento académico y el ambiente escolar?. Rev. Estudios Pedagógicos XLII, N° 2: 379-394.

## ANÁLISIS MULTIVARIADO DE LOS FACTORES SOCIO-ECONÓMICOS ASOCIADOS AL RENDIMIENTO EN LAS PRUEBAS SABER PRO 2016: EL CASO DE LOS ESTUDIANTES DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS EN COLOMBIA

María Clareth Méndez Ramos<sup>1</sup>  
Yenifer Tovia Gutiérrez<sup>2</sup>  
Melba Vertel Morinson<sup>3</sup>

### Resumen

Desde la segunda mitad de la década de los años 50's diversos estudios empíricos han intentado analizar el rendimiento académico a partir de diversas variables explicativas, las cuales se han considerado por diversos autores como un factor plenamente pertinente en la percepción sobre la calidad de la educación superior. En este contexto nace la presente investigación, la cual busca analizar los factores socioeconómicos asociados al rendimiento en las pruebas saber pro 2016 para el caso de las Licenciaturas en el área de Matemáticas en Colombia. Todo ello haciendo uso de técnicas estadísticas uni, bi y multivariadas y herramientas econométricas, por medio software libre R. Como resultados preliminares según informes revelados por el ICFES, los datos indican ausencia de progreso en los resultados de los estudiantes en las competencias genéricas, por lo cual no hubo aumento en los puntajes comparados con los del año anterior, ni mayor homogeneidad en los resultados.

**Palabras clave:** Educación superior, pruebas saber-Pro, rendimiento académico.

### Abstract

Since the second half of the 1950s, empirical studies have attempted to analyze academic performance from various explanatory variables, which have been seen by several authors as a factor that is completely relevant in the perception of the quality of higher education. In this context the present research seeks to analyze the socioeconomic factors associated with the performance in the Saber-Pro 2016 tests for the case of Bachelor's Degrees in the area of Mathematics in Colombia. All this using uni and bi-varied statistical techniques and econometric, through software R. As preliminary results according to reports revealed by the ICFES, the data indicate absence of progress in the results of the students in the generic competences, for which there was no increase in the average scores compared with the previous year, nor more homogeneity in the results.

**Keywords:** academic performance, higher education, saber

### 1. INTRODUCCIÓN

Numerosos estudios e investigaciones a nivel internacional reconocen al maestro como clave del éxito para la generación de calidad en la educación (Iregui, Melo, & Ramos, 2006). Para el caso puntual de Colombia, ante la necesidad de una formación profesional para el ejercicio de la docencia jurídicamente se ratifican la Ley 30 de 1992 y la Ley 115 de 1994, en las cuales se establece el título de Licenciado para los graduados de las carreras profesionales de educación, dando así

<sup>1</sup> Economista, Universidad de Sucre; Colombia; mariaclare29@gmail.com

<sup>2</sup> Economista, Universidad de Sucre; Colombia; yenifertovio@gmail.com

<sup>3</sup> Magister en estadística; Universidad de Sucre; Colombia; melba.vertel@unisucra.edu.co

relevancia a la responsabilidad de la formación inicial de docentes a nivel de la educación superior, por medio de los programas de licenciatura (Ministerio de Educación, 2010).

Por otra parte el desempeño académico óptimo de los estudiantes universitarios se constituye como un factor plenamente pertinente en la percepción sobre la calidad de la educación superior en cualquier país. Para el caso de Colombia gran parte de la evaluación externa de la calidad de la educación superior se hace por medio de las pruebas saber pro, la cual junto con otros procesos y acciones complementarias, forman parte de un conjunto de instrumentos para evaluar la calidad del servicio público educativo en nuestro país. En este contexto nace la presente propuesta, la cual busca analizar los factores socioeconómicos asociados al rendimiento en las pruebas saber pro 2016 para el caso de los programas de Licenciatura en Matemáticas en Colombia. A partir de lo cual se aspira contribuir al fortalecimiento de las líneas del debate, con un estudio pionero que haga especial énfasis en analizar la situación del desempeño académico de los futuros educadores de las matemáticas, como actores fundamentales en el mediano plazo del proceso educativo en términos de transmisión y reconstrucción del conocimiento en el país.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Uno de los campos más fructíferos de estudio dentro de la investigación empírica educativa desde hace varias décadas ha sido el de la búsqueda de factores asociados al rendimiento académico (Brunner & Elacqua, 2006), lo cual ha sido objeto de estudio desde distintas perspectivas teóricas y áreas de estudio. (Iregui, Melo, & Ramos, 2006).

Para marcar el inicio del debate en materia de factores asociados al rendimiento, este nace con el movimiento de eficacia escolar en 1966, donde uno de los trabajos pioneros que da forma a este tipo de estudios es el informe Coleman publicado en 1966 (Coleman *et al*, 1966), el cual tenía por objetivo determinar el grado de segregación o discriminación existente en las escuelas frecuentadas por distintos grupos raciales, analizando además la relación entre el rendimiento y los recursos disponibles en tales centros (Báez, 1991). El resultado de esta investigación generó todo tipo de controversias y críticas metodológicas, debido a que sorprendentemente se halló la existencia de escasa influencia ejercida por parte de los recursos educativos sobre el rendimiento (Murillo, 2007). Según esta investigación solo los factores relacionados con el status socioeconómico son significativos en el rendimiento de los estudiantes, mientras ciertos factores, como el gasto por alumno, la experiencia del profesorado, la existencia de laboratorio de ciencias o el número de libros en la biblioteca, tenían poco poder predictivo sobre el rendimiento (Báez, 1987).

A partir de informe Coleman en 1966 surgió el debate en términos de factores asociados al rendimiento de los estudiantes, esta fue una época en la que se sentaron las bases de la investigación posterior sobre eficacia escolar y los factores asociados, en este sentido se realizaron un buen número de investigaciones con esos planteamientos tanto en Estados Unidos (Jenck *et al*, 1972; Edmonds, 1979; New York State Department of Education, 1974), el Reino Unido (Plowden Committee, 1967) (Mayeske *et al*, 1972) y años más tarde el movimiento fue naciendo en América Latina (Delfino, 1989; Espínola & Martínez, 1996; Mella & Ortiz, 1999). Dentro de este grupo de trabajos a nivel internacional se destaca el trabajo de (Alexander & Simmons, 1975) titulado “*The Determinants Of School Achievement In Developing Countries: The Educational Production Function*”, en esta investigación desde un caso particular identificaron los determinantes del desempeño académico en el tercer mundo a partir del cual obtuvieron que en

estos países los factores o variables asociadas al entorno socioeconómico juegan un papel clave en el desempeño de los estudiantes, las cuales fueron las más estadísticamente significativas.

Así mismo en una investigación más reciente, Toutkoushian & Curtis (2005) definieron por medio de modelos multivariados que el desarrollo económico de una zona puede explicar los resultados académicos de los estudiantes, donde obtuvieron de forma que la alimentación gratuita, la escolaridad de los padres y la tasa de empleo del distrito en gran medida definen el rendimiento académico y la propensión de los estudiantes a seguir con estudios universitarios. Años más tarde América Latina empezó a sumarse en este movimiento empírico de investigación sobre la eficiencia escolar (Chica, Galvis, & Ramirez, 2010), en sentido se registra el trabajo desarrollado en el año 1999 por Mella & Ortiz, los cuales buscaron establecer la influencia de los factores externos sobre el resultado escolar, donde observaron variables como el resultado promedio en matemáticas y castellano, las expectativas de la madre del nivel educativo que alcanzara su hijo, escolaridad de la madre, escolaridad del jefe de hogar e ingreso mensual familiar. Para sorpresa de los autores los resultados discreparon parcialmente con la evidencia a nivel internacional debido a que las variables asociadas a los ingresos familiares y el nivel educativo del jefe de hogar fueron poco significativos en el rendimiento, mientras que el nivel de escolaridad de la madres y sus expectativas presentaron un efecto positivo sobre el rendimiento académico.

En cuanto a la bibliografía en Colombia se han adelantado investigaciones que han aportado ciertas conclusiones en la materia, como el caso de Gaviria & Barrientos (2001) autores que han sido pioneros en investigaciones en materia de determinantes del rendimiento académico en Colombia, han puntualizado que en Bogotá la capital de Colombia, el efecto de la educación de los padres y la calidad de los planteles educativos tiene una incidencia notoria en el rendimiento académico en esta ciudad.

Por otra parte en materia de educación superior en Colombia se registran dos investigaciones que se han adelantado para determinar los factores socioeconómicos asociados al rendimiento de las pruebas para la educación aplicada por el Icfes.

El primero es el trabajo desarrollado por Ramírez (2014) donde el autor busco analizar los factores socioeconómicos y educativos asociados al rendimiento académico por nivel de formación y genero de los estudiantes que presentaron la prueba saber pro 2009 a partir de una muestra de 4.031 estudiantes. Después de efectuar los análisis respectivos concluyeron que el desempeño académico previo medido en los puntajes obtenidos en las pruebas SABER 11° en Colombia está asociado fuerte y positivamente con el de desempeño de los estudiantes, sin importar su género o nivel de formación. Mientras que las variables socioeconómicas y educativas estudiadas resultaron, en comparación con el desempeño previo, asociadas débilmente con el desempeño en la educación superior.

Por otra parte la investigación adelantada por Rodriguez (2014) el cual tuvo por objetivo aportar evidencia empírica acerca de los determinantes del rendimiento académico de los estudiantes universitarios de la Región Caribe colombiana, particularmente a partir de los resultados obtenidos en la prueba saber pro de 2009, en este sentido demostraron que existen factores que están relacionados con el desempeño académico de los estudiantes universitarios de la muestra. De forma particular hallaron que en primera medida que el “efecto universidad” fue relativamente alto para la explicación del rendimiento académico universitario, además es relativamente débil el poder explicativo que tiene nivel socioeconómico en el rendimiento

académico universitario; y evidencia de la brecha de género en el rendimiento a favor de los hombres.

Teniendo en cuenta la evidencia a nivel internacional y nacional, es evidente la falta de estudios o investigaciones que brinden explicaciones tanto descriptivas y de modelación para el caso de un grupo específico de la población total que presenta las pruebas saber pro, en este caso existe ningún estudio a profundidad para el caso de los programas que componen el grupo de referencia de educación establecido por el Icfes, por tanto uno de los aporte que se espera hacer con esta investigación al campo de estudio radica precisamente en contribuir a aumentar las líneas del debate en torno a factores asociado al rendimiento académico universitario, con un estudio pionero que haga especial énfasis en analizar la situación del desempeño en los futuros educadores del país.

### 3. METODOLOGÍA

Atendiendo a los objetivos de este estudio, este constara de una investigación de tipo descriptivo- explicativo, con un enfoque mixto en la cual se utilizaran variables de tipo cualitativo como cuantitativo (Pereira, 2011; Tamayo, 2004). Así mismo el plan de análisis de esta investigación constara de dos fases:

#### a. Momento 1: procesamiento de los datos.

Como primera medida se recopilo y reestructuro la información en una sola base de datos, en la que se cuenta únicamente con la información socioeconómica y las variables asociadas a los resultados en las competencias genéricas de los estudiantes, familias-hogar e instituciones que componen los programas de licenciatura en matemáticas para el año 2016, todo ello teniendo como referencia la base de datos general correspondiente a las pruebas saber pro de ese año. En este sentido los niveles a estudiar el desarrollo de esta investigación se presentan a continuación, los cuales constan de un total de 22 variables agrupadas en 3 grandes grupos, así:

**Nivel 1:** los factores socioeconómicos del estudiante.

**Nivel 2:** los factores socioeconómicos del contexto familiar-hogar.

**Nivel 3:** los factores socioeconómicos asociados al contexto institucional.

#### b. Momento 2: Técnicas de análisis de datos.

En esta sección se dio paso a la utilización de las técnicas de análisis de datos, las cuales se desarrollaran como se sigue: Como primera medida se implementó la técnica de análisis denominada Análisis Factorial Múltiple para lo cual se sintetizo y organizo la información recogida con anticipación para proceder a aplicar inicialmente una Análisis de Componentes Principales (Jhonson & D.W, 1982) a cada uno de los factores como se definieron anteriormente y posteriormente aplicar el AFM, todo esto haciendo uso del software R-Project (R Development Core Team, 2016) con los paquetes ADE4 (Husson & Pagés, 2011; Chessel & Dufour, 2004) y FactoClass (Pardo & Del Campo, 2007).y Xtable (Dah, 2016; Carmona, 2012). Por otra parte con el fin de conocer de antemano la incidencia de los factores incluidos en el estudio se procedió a aplicar con las variables que representativas del AFM por medio de regresión logística por niveles para intentar identificar factores que determinen o condicionen los resultados en la prueba. Y por último se presentan conclusiones y recomendaciones teniendo en cuenta los resultados derivados de estudio.

### 3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES



En conclusión el presente estudio presenta un análisis por niveles de los factores socio-económicos asociados al rendimiento en las pruebas saber pro 2016 para el caso de los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas en Colombia. De lo cual se evidencio que los departamentos que se encontraron mejor posicionados en los resultados fueron los departamentos de Tolima, Boyacá, Norte de Santander, Magdalena, Quindío, Meta, Sucre, Atlántico, Nariño y Caquetá, donde los estudiantes hacían parte de instituciones de educación superior localizadas en estos mismos, quienes además residen en zonas rurales de estos departamentos, en viviendas de estrato 1 y 2 con padres jornaleros y trabajadores en pequeñas empresas familiares, de género femenino y que además fueron becados durante el desarrollo de su carrera universitaria. Esto evidencia que los factores incidentes en el desempeño en la prueba son el género, el área de residencia, el título de bachiller obtenido por el estudiante, la ocupación de la madre y la educación del padre.

## 5. REFERENCIAS

- Alexander, L., & Simmons, J. (1975). The determinants of school achievement in developing countries : the educational production function. Washington: Cuadernos de trabajo-Banco Mundial.
- Báez, B. (1987). Evaluación psicoeducativa de centros escolares: estrategias docentes, contexto organizativo y productividad. Secretariado de publicaciones Universidad de Laguna.
- Báez, B. (1991). El movimiento de las escuelas eficaces: implicaciones para la innovación educativa. *Rev. de Educación*, 407-426.
- Brunner, J., & Elacqua, G. (2006). Factores que inciden en una educación efectiva: Evidencia Internacional. *EducarChile*, 1-11.
- Carmona, F. (2012). Generación automática de reportes con R y LATEX. Barcelona: Ed. Universidad de Barcelona.
- Chessel, D., & Dufour, A. (2004). ADE4: Análisis of Evironmental Data: Exploratory and Euclidean method multivariate . Lyon- Francia: Data analysis and graphical display.
- Chica, S., Galvis, D., & Ramírez, A. (2010). Determinantes del rendimiento académico en Colombia. *Rev. Universitaria EAFIT*, 48-78.
- Coleman, J., Campbell, E., Hobson, C., Mcpartland, J., Mood, A., Weinfeld, F., y otros. (1966). Informe Coleman: Eq
- Dah, D. (2016). Package "Xtable". Recuperado el 10 de 05 de 2017, de <http://xtable.r-forge-project.org/>
- Delfino, J. (1989). Los determinantes del aprendizaje y la asignación de recursos escolares. *Ensayos en Economía de las Educación*, 287-316.
- Edmonds, R. (1979). Effective Schools for the Urban Poor. *Educational Leadership*, 15-24.
- Espínola, V., & Martínez, R. (1996). Importancia relativa de algunos factores del rendimiento educativo. Cepal.

- Husson, F., & Pages, J. (2011). *Exploratory Multivariate Analysis By Example Using R*. Taylor and Francis Group.
- Iregui, A., Melo, L., & Ramos, J. (2006). *Evaluación y análisis de eficiencia de la educación en Colombia*. Publicaciones Banco de la Republica.
- Jencks, C., Smith, M., Acland, H., Bane, M., Cohen, D., Gintis, H., y otros. (1972). *Inequality: A Reassessment of the Effect of Family and Schooling in America*. New York: Basic Books.
- Johnson, D. (2000). *Métodos multivariados aplicados al análisis de datos*. Ciudad de México: Editorial Thomson.
- Mayeske, G., Wisler, C., Beaton, A., Weinfield, F., Cohen, W., Okada, T., y otros. (1972). *A Study of Our Nation's Schools*. Washington: Us Department of Health, Education, and Welfare.
- Mella, O., & Ortiz, I. (1999). Rendimiento escolar, influencias diferenciales de factores externos. *Rev. Latinoamericana de estudios educativos*, 69-92.
- Ministerio de Educación. (2010). *Minieducación*. Recuperado el 16 de 05 de 2017, de <http://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-345506.html>
- Murillo, J. (2007). *Investigación iberoamericana sobre eficacia escolar*. Bogota: Convenio Andres Bello.
- New York State Department of Education. (1974). *School Factors Influencing Reading Achievement: A Case Study of Two Inner City Schools*. Albany, NY: Division of Education and Evaluation.
- Pardo, C., & Del Campo, P. (2007). Combinación de métodos factoriales y de análisis de conglomerados en R: el paquete FactoClass. *Revista Colombiana de Estadística*, 231-245.
- Pereira, Z. (2011). Los diseños de método mixto en la investigación en educación: Una experiencia concreta. *Revista Electrónica Educare*, 15-29.
- Plowden Committee. (1967). *Children and Their Primary Schools*. London: HMSO.
- Tamayo, M. (2004). *El Proceso de la Investigación Científica*. Ciudad de México: Noriega Editores.
- R Development Core Team. (2016). *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna: Foundation for Statistical Computing.
- Toutkoushian, R., & Curtis, T. (2005). effects of socioeconomic factors on public factors on public high school. *The Journal of Educational Research*, 259-271.

## ANSIEDAD ESTADÍSTICA EN ESTUDIANTES DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS: PAPEL DE LAS ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS Y LA ANSIEDAD ANTE LOS EXÁMENES

Dayana del Carmen Mercado Salcedo<sup>1</sup>

Kelly Patricia Oquendo González<sup>2</sup>

Jose Ávila-Toscano<sup>3</sup>

Leonardo Vargas Delgado<sup>4</sup>

### Resumen

El objetivo de este estudio consistió en determinar si las estrategias metacognitivas, la ansiedad ante los exámenes y la estadística, expresan relaciones funcionales en estudiantes de Licenciatura en Matemáticas. El estudio se desarrolló bajo el supuesto que la ansiedad ante la estadística opera como variable dependiente en relación con las otras variables de estudio. Se realizó un estudio empírico de diseño predictivo transversal con una muestra de 200 estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico, a quienes se aplicó una serie de cuestionarios para observar las habilidades metacognitivas, la ansiedad ante la estadística y los exámenes que presentan los estudiantes. Las variables fueron analizadas mediante el desarrollo de modelos de regresión múltiple por pasos. Los resultados demuestran que las estrategias metacognitivas por sí mismas no predicen los niveles de ansiedad ante la estadística, sino que, estos parecen más relacionados con la ansiedad ante los exámenes.

**Palabras clave:** *Ansiedad ante los exámenes, Estadística, Estrategias metacognitivas, Estudiantes universitarios.*

### Abstract

Aim of this study was to determine if the metacognitive strategies, anxiety before the exams and statistics express functional relationships in students of Bachelor of Mathematics. The study was developed under the assumption that anxiety facing statistics operates as a dependent variable in relation to the other study variables. An empirical study of transversal predictive design was carried out with a sample of 200 students at the Universidad del Atlántico, to whom a series of questionnaires was applied to observe Metacognitive Skills, anxiety about statistics and exams presented by students. The variables were analyzed through the development of multiple step regression models. The results show that the metacognitive strategies by themselves do not predict the levels of anxiety by the statistics, but rather these seem more related to the anxiety before the exams.

**Keywords:** *Exams anxiety, Statistics, Metacognitive strategies, University students.*

## 1. INTRODUCCIÓN

---

<sup>1</sup> Estudiante de Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; dmercados@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>2</sup> Estudiante de Licenciatura en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; kpoquendo@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>3</sup> Doctor en Ciencias Humanas y Sociales; Universidad del Atlántico; Colombia; joseavila@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>4</sup> Magister en educación; Universidad del Atlántico; Colombia; ljvargas@mail.uniatlantico.edu.co

Muchos estudiantes perciben la estadística como una amenaza, asociada con baja expectativa de logro y bajas habilidades de desempeño (März, et al., 2013; Sesé et al., 2015). Además, ante los contenidos matemáticos es común identificar respuestas de ansiedad (Tejedor et al., 2009) y numerosas interferencias cognitivas.

La ansiedad es una emoción que está presente en la mayoría de las personas en algún momento de sus vidas, se presenta en diferentes niveles y ante situaciones distintas. En el caso de esta investigación, se realizó en un entorno académico, con el objetivo de identificar manifestaciones ansiosas en estudiantes ante los exámenes y la estadística, así como las estrategias metacognitivas empleadas para el aprendizaje.

Este es un trabajo interdisciplinario (educación-psicología) relevante para el educador matemático, con el fin de hallar relaciones predictivas útiles tanto para docentes como para los estudiantes que les permiten establecer convenientemente estrategias de enseñanza-aprendizaje.

## **2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN**

### **2.1 Estadística y razonamiento estadístico**

La estadística desempeña un papel muy importante en la vida del ser humano, que no solo se estudia en carreras afines como las matemáticas si no también, en carreras como la medicina, la psicología, la ingeniería, etc., y es esencial en investigación en muchas disciplinas, (Batanero, 2001; Franklin et al., 2005).

Por esta razón, se busca formar personas estadísticamente cultas que puedan comprender y entender la información, lo que conlleva a desarrollar un razonamiento crítico y autónomo que permitirá reflexionar y tomar decisiones en cualquier contexto que se presentan en nuestro diario vivir.

### **2.2 Ansiedad ante los exámenes y la estadística**

Tradicionalmente el aprendizaje de las matemáticas se ha asociado con creencias de dificultad, rigidez, complejidad y hasta fracaso. La estadística, al tratarse de un tipo de razonamiento matemático, no está desprovista de estos imaginarios que interfieren con el apropiado desempeño y generan actitudes negativas por parte del estudiantado, que incluso, pueden presentar reacciones de ansiedad ante los contenidos matemáticos y estadísticos.

Por otra parte, la ansiedad ante los exámenes en algunos estudiantes requiere de un especialista de salud mental, ya que puede llevar a repercutir incluso en la deserción académica (Sánchez, 2007).

En el ámbito académico es posible identificar una serie de situaciones y factores susceptibles de provocar estrés, uno de los principales causantes de estrés académico es la situación de examen que enfrentan los estudiantes (Anglada, Casari & Daher, 2014).

### **2.3 La metacognición y estrategias metacognitivas**

Se considera que la metacognición es una habilidad del ser humano que le permite observar su proceso de aprendizaje y tener criterio para autorregularlo (Flavell, 1979).

Una de las consecuencias más vistas al no desarrollar apropiados procesos de metacognición, es la ansiedad que presentan los estudiantes en periodos de estudio bastante intensos, donde deben realizar escritos, talleres, exámenes, etc. Ante estas exigencias, emplean métodos de estudio que pueden no resultar adecuados, por ejemplo, muchos intentan memorizar una información, pero como carecen de adecuadas habilidades meta-memorísticas o de metacompreensión, este intento puede resultar en un fracaso, ya que al evaluar el aprendizaje el estudiante no demuestra haber adquirido el conocimiento correctamente, es por esto que se hace necesario considerar los procesos metacognitivos como variables que se asocian con el aprendizaje de manera apropiada y que pueden repercutir en un buen rendimiento académico.

### 3. METODOLOGÍA

#### 3.1 Población y muestra

A través de un estudio empírico de diseño predictivo transversal (Ato, López & Benavente, 2013), se evaluó a un total de 200 estudiantes de Licenciatura en Matemáticas que habían cursado o se encontraban cursando la asignatura de Estadística.

#### 3.2 Instrumentos

Para la recolección de la información de las variables analizadas se emplearon los siguientes instrumentos:

*Cuestionario de datos demográficos.* Desarrollado por los autores, consiste en una serie de preguntas que busca identificar características personales y de naturaleza académica en los participantes. El cuestionario facilita informar sobre el sexo, la edad, semestre, expectativa de rendimiento en Estadística, habilidad percibida en Estadística, rendimiento efectivo semestral, historial de repitencia, entre otros datos.

*Inventario de Habilidades Metacognitivas (MAI).* Originalmente creado por Schraw y Dennison (1994), permite evaluar la conciencia metacognitiva de jóvenes y adultos a través de la identificación de dos categorías: a) *Conocimiento de la cognición*, la cual consta de tres (3) subcategorías (conocimiento declarativo, conocimiento procedimental, conocimiento condicional); b) *regulación de la cognición*, que a su vez consta de cinco (5) subcategorías (Planificación, Organización, Monitoreo, Depuración y Evaluación).

El instrumento a emplear consistió en la versión adaptada y validada con población colombiana (Galindo, Huertas & Vesga, 2014), conformada por 52 ítems de opción de respuesta tipo Likert, el cual consta de un alpha de Cronbach de 0.94.

*Escala Abreviada de Ansiedad a las Matemáticas (Abbreviated Math Anxiety Scale - AMAS).* Este instrumento fue creado por Hopko, Mahadevan, Bare y Hunt (2003) a partir de la versión extendida original de Richardson y Suinn (1972) denominada *Mathematics Anxiety Rating Scale (MARS)*. El AMAS consta de nueve (9) ítems a través de los cuales los individuos señalan cuánta ansiedad experimentan ante diferentes situaciones relacionadas con la Matemática. El instrumento emplea una escala tipo Likert de cinco (5) puntos (1= muy baja ansiedad, 5 = alta ansiedad); para el análisis, mayor puntaje indica mayor ansiedad. Para este estudio se realizó un ajuste de los ítems reemplazando el término “Matemáticas” por “Estadística”, con el fin de obtener una medida precisa de la respuesta de ansiedad ante la Estadística en particular. Para garantizar la adecuación del instrumento a la muestra analizada, se aplicó el coeficiente Alpha de

Cronbach, el cual obtuvo un valor de 0.857 ( $\pm$  0.831 - 0.862), lo que garantiza la fiabilidad de la medición en los estudiantes de Licenciatura en matemáticas.

*Cuestionario de Evaluación de Ansiedad ante los Exámenes.* Esta prueba fue diseñada por investigadores de la Universidad de Navarra (España) y previamente ajustado en sus propiedades semánticas para su aplicación con estudiantes universitarios colombianos (Ávila-Toscano et al., 2011). Está compuesto por 12 reactivos organizados en escala tipo Likert de cinco opciones de respuesta (1= nunca; 5= siempre), que evalúan la ansiedad en tres manifestaciones: *Cognitivas, Fisiológicas y Conductuales*

#### 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE DATOS

Los datos obtenidos fueron cargados en el paquete estadístico PASW<sup>®</sup> 18.0 (Predictive Analytic Software - Statistics Core System) (SPSS Inc., 2009) para cumplir el respectivo análisis descriptivo. Se aplicó el coeficiente de correlación de Pearson para probar correlaciones entre las variables independientes y la ansiedad ante la estadística. Posteriormente, con las variables que mostraron relaciones significativas se construyó un modelo de regresión lineal por pasos (*stepwise*). Los resultados se sometieron a análisis post hoc de potencia y tamaño de efecto empleando el software G\*Power 3.1.9.2 (Faul et al., 2007).

Los niveles de ansiedad ante los exámenes ( $\mu=0.598$ ;  $de= 0.19$ ; Mín.=1.0; Máx.=5.0) y ante la Estadística ( $\mu=26.01$ ;  $de= 7.14$ ; Mín.=10 ; Máx.=43) fueron moderados; se identificaron valores muy similares en las manifestaciones de ansiedad a nivel cognitivo ( $\mu=2.74$ ;  $de= 0.90$ ; Mín.=1.0; Máx.=5.0), fisiológico ( $\mu=2.30$ ;  $de= 0.92$ ; Mín.=1.0; Máx.=5.0) y motor ( $\mu=2.15$ ;  $de= 8.1$  ; Mín.=1.0 ; Máx.=4.7). En cuanto a las estrategias metacognitivas basadas en el conocimiento, la más sobresaliente es el conocimiento declarativo ( $\mu=4.06$ ;  $de= 0.40$ ; Mín.=2.9; Máx.=5.0), mientras que las estrategias basadas en la regulación sobresale la Depuración ( $\mu=4.14$ ;  $de= 0.50$ ; Mín.=2.4; Máx.=5.0).

Por otra parte, los predictores significativos fueron Ansiedad ante los exámenes ( $R^2= 0.253$ ,  $F=67.147$ ,  $p=0.000<0,05$ ) y Depuración ( $R^2=0.267$ ,  $F=36.323$ ,  $p=0.000<0,05$ ) (Tabla 1).

Tabla 1. Resumen del modelo ( $R^2$ ) y ANOVA ( $F$ ).

	Resumen del modelo ( $R^2$ ) y ANOVA ( $F$ )		Modelo	Coeficientes tipificados		IC <sup>a</sup> 95% para $\beta$		Estadísticos de colinealidad	
	$R^2$	$F(p)$		B	$p$	LI <sup>b</sup>	LS <sup>c</sup>	Tolerancia	FIV <sup>d</sup>
Paso 1	.253	67.147 (.000)*	(Constante)			12.343	17.868		
			AE_total	.503	.000*	13.829	22.595	1.000	1.000
Paso 2	.269	36.233 (.000)*	(Constante)			14.900	30.212		
			AE_total	.498	.000*	13.682	22.835	.998	1.002
			Depuración	-.125	.041*	-3.472	-0.072	0.998	1.002

\*  $p=0.05$ , <sup>a</sup>Intervalo de confianza, <sup>b</sup>Límite inferior, <sup>c</sup>Límite superior, <sup>d</sup>Factor de Inflación de la Varianza.

#### 5. CONCLUSIONES

- Las manifestaciones de ansiedad son un problema real en el estudiantado universitario, siendo frecuente los problemas cognitivos (preocupación, miedo) y fisio-motores (limitaciones en la comunicación y aumento de la frecuencia cardíaca).

- Las estrategias metacognitivas en sí mismas no predicen la respuesta de ansiedad ante la estadística; solamente la falta de depuración cognitiva (reducida capacidad de identificar las debilidades en el aprendizaje y de corregirlas), sumada con la ansiedad ante los exámenes, son las variables que pueden predecir la ansiedad ante la estadística. Parece ser que la ansiedad ante la estadística depende esencialmente de la ansiedad ante todo tipo de prueba académica, por lo que esta última solapa a la primera.
- Esto puede explicar el cuestionamiento de porqué un estudiante de Licenciatura en Matemáticas presenta ansiedad ante la estadística, si en su entorno diario él se relaciona con ella.

## 6. REFERENCIAS

- Anglada, J., Casari, L. & Daher, C. (2014). Estrategias de afrontamiento y ansiedad ante exámenes en estudiantes universitarios. *Revista de Psicología (PUCP)*, 32(2), 243-269.
- Ato, Manuel; López, Juan J.; Benavente, Ana Un sistema de clasificación de los diseños de investigación en psicología *Anales de Psicología*, vol. 29, núm. 3, octubre, 2013, pp. 1038-1059 Universidad de Murcia Murcia, España
- Ávila-Toscano, J., Cabrales A., González, D. & Hoyos, S. (2011). Relación entre ansiedad ante los exámenes, tipos de prueba y rendimiento académico en estudiantes universitarios. *Psicogente*, 14(26), 255-268.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística. Didáctica de las Matemáticas.
- Faul, F., Erdfelder, E., Lang, A.-G., & Buchner, A. (2007). G\*Power 3: A flexible statistical power analysis program for the social, behavioral, and biomedical sciences. *Behavior Research Methods*, 39, 175-191.
- Flavell, J. (1979). Metacognition and cognition monitoring. *American Psychologist*, 34, 906-911.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D. S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. & Scheaffer, R. (2005). *A curriculum framework for K-12 statistics education. GAISE report*. On line: <http://www.amstat.org/education/gaise/>
- Galindo M., Huertas A. & Vesga G. (2014). Validación del instrumento MAI con estudiantes colombianos. *Praxis & Saber*, 5(10), 55-74.
- März, V. & Kelchtermans, G. (2013). Sense-making and structure in teachers' reception of educational reform. A case study on statistics in the mathematics curriculum. *Teaching and Teacher Education*, 29, 13-24. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tate.2012.08.004>
- Sánchez-Anguita, A. (2007). Ansiedad ante los exámenes. *Jano*, 1655.
- Schraw, G. & Denninson, R. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology*, 19, 460-475.

Tejedor, B., Santos, M., García-Orza, J., Carratalà, P. & Navas, M. (2009). Variables explicativas de la ansiedad frente a las matemáticas: un estudio de una muestra de 6° de primaria. *Anuario de Psicología*, 40(3), 345-355.



## ARGUMENTACIÓN EN EL ÁLGEBRA TEMPRANA

Yovana Paternina Córdoba<sup>1</sup>  
Sonia Valbuena Duarte<sup>2</sup>  
Jonathan Cervantes Barraza<sup>3</sup>

### Resumen

Esta investigación reporta un estudio sobre la argumentación en el salón de clases de matemáticas desde la propuesta de álgebra temprana. La investigación tuvo dos propósitos, identificar los argumentos emergentes en los estudiantes de cuarto grado de primaria al resolver tareas en el contexto del álgebra temprana y caracterizar actividades que ayuden a fomentar esta habilidad del pensamiento. Metodológicamente, se adoptó una postura cualitativa-descriptiva bajo el método de estudio de casos, lo que permitió recolectar evidencia empírica relacionada con la argumentación y los niveles de algebrización de un grupo de estudiantes de grado cuarto de primaria. Los resultados evidencian aspectos relacionados con la habilidad de argumentar en tareas relacionados con el álgebra temprana.

**Palabras clave:** Álgebra temprana, argumentación, Pensamiento algebraico, habilidad argumentativa y argumentación en matemáticas.

### Abstract

This research reports a study on the argumentation in the classroom of mathematics from the proposal of early algebra. The research had two purposes: to identify the emerging arguments in fourth grade students by solving tasks in the context of early algebra and to characterize activities that help improve this thinking ability. Methodologically, it adopted a qualitative-descriptive posture under the case study method, which benefited to collect empirical evidence related to the argumentation and levels of algebrization of a group of fourth grade students. The results show aspects related to the ability to argue in tasks related to early algebra.

**Keywords:** *Early algebra, argumentation, algebraic thinking, argumentative ability and argumentation in mathematics.*

### 1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación tiene como prioridad identificar los argumentos que emergen en los estudiantes al resolver tareas en el álgebra temprana, para que al llegar a grados superiores tengan las habilidades necesarias para la comprensión y análisis del álgebra en general. Esto contribuiría en los estudiantes de tal manera que aprendan a razonar, relacionar, argumentar y ejecutar ideas para resolver problemas no solo en matemáticas, sino en los diferentes campos de la ciencia. En efecto, transformando de manera ordenada sus ideas de tal forma que sean razonables y coherentes al momento de relacionar sus saberes algebraicos con la realidad que los rodea.

---

<sup>1</sup>Licenciada en matemáticas; Universidad Autónoma de Guerrero; México; yovanapaternina@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>2</sup>Magíster en matemática, magíster en educación; Universidad del Atlántico; Colombia; soniavalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>3</sup> Magíster en Matemática educativa; Universidad Autónoma de Guerrero; México; jacbmath@hotmail.com

La argumentación en matemática es parte esencial en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes en las distintas etapas de la educación. Pues, la argumentación vista desde este campo de la ciencia se fundamenta en las acciones y razonamientos que los estudiantes utilizan, a fin de justificar las actividades o tareas matemáticas que realizan. Para esto son necesarios los conocimientos matemáticos previos que les ayude a comprender dichas actividades. Sin embargo, cuando los estudiantes están ante una situación problema que les exija poner en práctica sus habilidades para argumentar, estos presentan dificultades en el manejo de conceptos y procedimientos básicos en matemáticas. También, se observa el rol del docente en presencia de esta situación, pues se infiere que estos en el desarrollo de sus clases de matemáticas manifiestan escasas de actividades que fomenten la argumentación en sus estudiantes (Gamboa, Planas, & Edo, 2010).

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 El álgebra temprana desarrolla el pensamiento algebraico en la primaria

Desde hace años atrás, se han realizado múltiples investigaciones que estudian y fomentan la incorporación del álgebra en la educación básica primaria. En décadas pasadas, varios países integraron conceptos algebraicos en currículo de las matemáticas, “...en los Estados Unidos, el NCTM propuso el álgebra como una cadena de contenido para todos los niveles de grado (NCTM 2000)” (Cai & Knuth , 2011) (Vergel , 2016) (Vergel, 2018) . Por otro lado, Socas (2007) argumenta que “en las últimas dos décadas se han realizado, a nivel internacional, numerosas investigaciones que analizan y promueven la integración del álgebra en el currículo de la educación primaria”. Por tanto, introducir el pensamiento algebraico en grados elementales sea vuelto una necesidad para los estudiantes, puesto esta se remonta en la idea de poder tanto producir como manipular conceptos más formales y sólidos en el álgebra en grados posteriores.

**2.1.1 Nivel de Algebrización según la actividad matemática realizada:** Los niveles de algebrización se le atribuye a la actividad matemática que lleva a cabo el estudiante para resolver un problema o tarea matemática. Cabe mencionar, que hay tareas absolutamente algebraicas las cuales sus ensuciando están constituidos por expresiones u objetos algebraicos como incógnitas, variables, ecuaciones, patrones numéricos, estructuras algebraicas, etc. (Godino, Aké, M. Gonzato, & Wilhelmi, 2012).

- **Nivel 0 de algebrización:** en este nivel se ubican las actividades matemáticas que no presentan rasgos propios del álgebra.
- **Nivel incipiente de algebrización (nivel 1):** en este nivel se ubica las actividades matemáticas que relacionan objetos intensivos.
- **Nivel intermedio de algebrización (nivel 2):** En este nivel las tareas se desarrollan reconociendo una generalización, pero no se opera con las variables.
- **Nivel consolidado de algebrización:** En este nivel se realizan alteraciones en las formas simbólicas de las expresiones conservando la equivalencia, donde intervienen indeterminadas incógnitas, ecuaciones, variables y funciones particulares.

### 2.2 La argumentación en el desarrollo del pensamiento algebraico

La matemática es una ciencia que permite desarrollar una serie de competencias en los estudiantes, para que así estos logren vivificar sus pensamientos de manera ingeniosa y creativa. A su vez “le permiten impulsar y robustecer la formulación de conjeturas, explicaciones,

argumentaciones y razonamientos, de esta forma explora caminos alternos de solución y discusión de la pertinencia de sus conclusiones” (Benítez, Benítez P., & García, 2016).

**2.2.1 Capacidad argumentativa de los niños:** los psicólogos Stein y Bernas (1999); Stein y Albro (2001) afirman que los niños desde la edad de tres años están aptos para comprender y generar todos los componentes del discurso argumentativo. Pues, plantean que los niños desde esta edad hasta los cinco años manifiestan conocimiento acerca de la forma, contenido y funciones de los argumentos. Se dice que estos se desenvuelven mejor en los contextos orales, ya que estos hacen uso de sus habilidades argumentativas en todo tipo de interacciones y están en la capacidad de comprender argumentos engorrosos, dar razones lógicas frente a un debate (Larraín, Freire, & Olivos, 2014).

**2.2.2 Análisis de los argumentos de los estudiantes en matemáticas:** Para hablar de argumentación es necesario mencionar a Toulmin, pues este se enfoca en analizar las estructuras de los argumentos a través de un modelo propuesto por el mismo, el cual es conocido como “Modelo Argumentativo de Toulmin”. Krummheuer (1995) toma este modelo y se enfoca en analizar los argumentos de los niños en tareas matemáticas en la educación básica secundaria.



Figura 1: Esquema argumentativo de Krummheuer

### 2.3 Habilidad para argumentar

La argumentación es una de las habilidades básicas de los individuos en general, por lo que esta aporta de manera significativa en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, permitiéndoles ser estos protagonistas de su propio aprendizaje, de tal manera que este pueda “... fortalecer su desarrollo intelectual, lograr conocimientos sólidos y armarlos para la búsqueda de los nuevos conocimientos” (Rivera Pérez & Ruíz Vela, 2006). Por otra parte, esta habilidad se considera fundamental en las matemáticas, ya que a través de esta se pueden comunicar los resultados en un lenguaje matemático, dilucidar los mecanismos, transmitir y asentar a partir de juicios inductivos (Pedreros, 2017). Por tanto, está la habilidad les permite a los estudiantes indagar, relacionar y comunicar las razones que justifiquen la solidez de un juicio sobre un hecho.

## 3. METODOLOGÍA

El enfoque metodológico de investigación que se emplea en este proyecto es cualitativo, pues este se apoya desde una perspectiva interpretativa “pues intenta encontrar sentido a los fenómenos en función de los significados que las personas les otorguen enfocada” (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014), es decir, que se analiza y comprende la realidad buscando significado a las acciones de los individuos pertenecientes a la sociedad en general. Por lo anterior, en el presente trabajo de investigación se tomarán una serie de datos no estandarizados.

El diseño de investigación que se emplea en este proyecto será un estudio de caso, pues este se enfoca en analizar de forma detallada una unidad holística para responder al planteamiento del problema, demostrar supuestos y desarrollar teorías, en base a esto, se pretende estudiar la peculiaridad o diferencias de los argumentos emergentes en los estudiantes al resolver tareas en el álgebra temprana, pues se toma este método con el fin de hacer un análisis completo con los estudiantes.

**Población:** La población para esta investigación son los estudiantes de cuarto grado de primaria y sus respectivos docentes.

**Muestra:** La muestra se tomó de manera intencional o opinático (Parra, 2003), la cual está conformada por tres estudiantes y tres docentes de cuarto grado.

#### **Técnicas e Instrumentos:**

- **Prueba a docente:** Diagnosticar el dominio que tiene el docente de la argumentación en matemáticas y si fomenta actividades que permitan fortalecer esta habilidad en los estudiantes para resolver tareas en el álgebra temprana.
- **Prueba a Estudiante:** Identificar las falencias y fortalezas que los estudiantes tienen para argumentar tareas en el álgebra temprana.
- **Cuadro de Observación:** Este instrumento tiene como objetivo reportar los resultados de las acciones que se están llevando en el transcurso de las actividades.

## **4. ANÁLISIS Y RESULTADOS**

**Criterios de análisis:** en los análisis de la información recolectada a través de las dos pruebas diagnósticas de los estudiantes y profesores, en la primera se tuvieron en cuenta dos variables; primordialmente se analiza en qué nivel se encuentre el razonamiento algebraico de acuerdo a la actividad matemática desarrollada por los estudiantes y en segundo lugar las características de los argumentos emergentes para el sustento de las tareas planteadas. En la prueba del docente se tuvo en cuenta la veracidad de las respuestas con relación a lo que se reflejaba en los estudiantes en el desarrollo de la prueba y la capacidad de este para argumentar tareas matemáticas.

**Prueba a docentes:** En la aplicación de esta prueba en su primera parte los docentes manifiestan que, si fomenta la argumentación en el salón de clase. Sin embargo, uno de estos no especifica que actividades implementa para fomentar esta habilidad del pensamiento y otro describe un ejemplo de una actividad donde el estudiante realiza el algoritmo de la división y este diga que hizo paso a paso, sin duda alguna el ejemplo del docente se queda corto para cumplir el objetivo propuesto de fomentar esta habilidad, pues esta no es una actividad que exija al estudiante pensar en las razones por la cual llegó a dicha respuesta. Los docentes están implantando tareas que limitan el pensamiento del estudiante, les enseñan de manera mecánica, este es un gran error porque el estudiante no está desarrollando las competencias que el MEN estipula como fundamentales de desarrollar en los estudiantes, donde el estudiante tiene que saber interpretar, comprender y argumentar sus ideas o procesos realizados en una tarea matemática. Por otra parte, en uno de los docentes se analiza que tiene manejo de la argumentación y conoce de las ventajas de esta y la necesidad de que el estudiante la desarrolle,

no obstante, no es útil que el docente conozca y maneje esta habilidad sino la fomenta en el salón de clase.

**Prueba a estudiantes:** En la aplicación de esta prueba se evidenció en la primera parte que los estudiantes se sentían perdidos con relación a lo que se les preguntaba, a lo que el investigador les explico nuevamente de lo que se trataban las preguntas y de esta manera lograron responderlas. En esta parte los estudiantes afirmaban que su docente de matemáticas si fomentaba la argumentación en el salón de clase, pero según los resultados de la segunda parte, donde el estudiante se sometía a argumentar unos problemas se llegó a un contraste. Pues en la segunda parte de esta prueba los estudiantes manifestaban un manejo erróneo de ciertos conceptos matemáticos y por ende sus argumentos carecían de lógica, no eran claros y cuando el investigador lo cuestionaba sobre lo que él estaba explicando del problema planteado se desenfocaba de lo que había dicho antes y plantea otra idea diferente. De los que se puede decir, que los estudiantes no se mantenían en los argumentos planteados inicialmente, ya que al ser cuestionados no daban razones que manifestaron la solidez de estos.

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### Conclusiones

- Los docentes de cuarto de primaria no implementan actividades que fomenten la argumentación en el salón de clase de las matemáticas. Aun cuando estén son consciente y tienen conocimiento de la importancia de abarcar esta habilidad del pensamiento en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Además, esta es una obligación del docente, ya que esta habilidad hace parte de las competencias que se deben desarrollar en los estudiantes; así expuesto por el MEN en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Por tanto, el docente no está cumpliendo con su deber.
- En el análisis de la implementación de las actividades a los estudiantes, se concluye que estos se mantuvieron en un nivel 1 de algebrización. Por tanto, los docentes no llevan a los estudiantes conceptos algebraicos y no realizan actividades que involucren patrones, generalizaciones, organización de datos, entre otras; que le permita al estudiante familiarizarse con el álgebra, así mismo pueda realizar actividades matemáticas desde razonamientos algebratizados. Por lo anterior, se afirma que estas es una de las razones por las que el estudiante presenta dificultad en comprender el álgebra cuando llegan a la básica secundaria y en argumentar tareas que la involucren.

## 4. REFERENCIAS

- Benítez, A. A., Benítez P., H., & García, M. L. (2016). La argumentación sustancial. Una experiencia con estudiantes de Nivel Medio Superior en clases de matemáticas. *Educación Matemática*, vol. 28, núm. 3,, 175-216.
- Cai, J., & Knuth , E. (2011). *Early Algebrization*. New York: Springer.
- Gamboa, G., Planas, N., & Edo, M. (2010). Argumentación matemática: prácticas escritas e interpretaciones. *Suma*, 64, 35-44.

- Godino, J., Aké, L., M. Gonzato, & Wilhelmi, M. (2012). NIVELES DE ALGEBRIZACIÓN DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA ESCOLAR. IMPLICACIONES PARA LA FORMACIÓN DE MAESTROS. ESPAÑA - GRANADA: Enseñanza de las Ciencias.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: McGRAW-HILL.
- Larraín, A., Freire, P., & Olivos, T. (2014). Habilidades de argumentación escrita: Una propuesta de medición para estudiantes de quinto básico. *PSICOPERSPECTIVAS*, 94-107.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, D. C.
- Pedrerros, A. (2017). *DESARROLLO DE HABILIDADES: APRENDER A PENSAR MATEMÁTICAMENTE*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación de Chile.
- Rivera Pérez, A., & Ruíz Vela, E. (2006). La habilidad argumentar y el adecuado desempeño del profesor. *EduSol*, vol. 6, núm. 14,, 1-12.
- Socas , M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. *Números - Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 5-34.
- Vergel , R. (2016). *Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria*. Bogotá : DIE.
- Vergel, R. (2015). ¿Cómo emerge el pensamiento algebraico? *Uno - Revista de Didáctica de las Matemáticas*(núm. 68), 9 - 17.
- Vergel, R. (2018). *Tareas que suscitan actividades matemáticas en estudiantes de temprana edad*. Bogotá, Colombia: Ciclo de Conferencias en Educación Matemática GEMAD.

## CARACTERIZACIÓN DE RECURSOS PEDAGÓGICOS DIGITALES PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN UN AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAJE

Jessica Milena Perdomo Acero<sup>1</sup>  
Edison Alberto Cárdenas Medina<sup>2</sup>  
Gilbert Andres Cruz Rojas<sup>3</sup>

### Resumen

Este documento presenta los avances logrados en el desarrollo del Trabajo de Grado realizado en el área de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, el cual propone una adaptación de Recursos Pedagógicos en Ambientes de Virtuales de Aprendizaje particularmente los utilizados en el “Diplomado en desarrollo del proceso de pensamiento matemático con mediación de tecnologías”. como parte del proceso de oferta e-learning, teniendo en cuenta investigaciones donde se consideran los Recursos Pedagógicos susceptibles a cambios y transformaciones, partiendo de una caracterización y análisis que permita determinar cuáles de estos pueden ser llevados a un Ambiente virtual de Aprendizaje, resolviendo la pregunta ¿Qué tipo de consideraciones didácticas emergen en la adaptación de un conjunto de Recursos Pedagógicos en un Ambiente Virtual de Aprendizaje que posibiliten el desarrollo de procesos del pensamiento matemático? iniciando con la caracterización de los recursos pedagógicos usados en dicho Diplomado.

**Palabras clave:** *Ambiente Virtual de Aprendizaje, Formación Docente, Recursos Pedagógicos.*

### Abstract

This document presents the progress achieved in the development of the Grade Work carried out in the area of Mathematical Education of the Institute of Education and Pedagogy of the University of Valle, which proposes an adaptation of Pedagogical Resources in Virtual Learning Environments, particularly those used in the "Diploma in the development of the process of mathematical thought with the mediation of technologies". as part of the process of e-learning offer, taking into account researches where the Pedagogical Resources are considered susceptible to changes and transformations, starting from a characterization and analysis that allows to determine which of these can be taken to a Virtual Learning Environment, solving the question What type of didactic considerations emerge in the adaptation of a set of Pedagogical Resources in a Virtual Learning Environment that make possible the development of processes of mathematical thought? starting with the characterization of the pedagogical resources used in said Diploma.

**Keywords:** *Pedagogical Resources, Virtual Learning Environment, Teacher Training.*

## 1. INTRODUCCIÓN

---

<sup>1</sup> Universidad del Valle, Colombia; [jessica.perdomo@correounivalle.edu.co](mailto:jessica.perdomo@correounivalle.edu.co)

<sup>2</sup> Universidad del Valle, Colombia; [edison.cardenas@correounivalle.edu.co](mailto:edison.cardenas@correounivalle.edu.co)

<sup>3</sup> Universidad del Valle, Colombia; [gilbert.a.cruz.r@correounivalle.edu.co](mailto:gilbert.a.cruz.r@correounivalle.edu.co)

La educación se ha convertido en un tema importante en Latinoamérica y en especial en Colombia, luego de la Constitución de 1991 y la Ley General de Educación (L. 115/94) se reconocen aspectos para el cuidado y la garantía de la calidad de la educación (Guacaneme E. y Mora L 2011), hay que mencionar además que la educación para los profesores se resalta como importante, como lo han mencionado en varios encuentros (realizados en Valledupar en 1999 y Bogotá en 2003, 2008 y 2011), un coloquio (Bogotá, 2011), al igual que la Asociación Colombiana de Matemática Educativa (Asocolme), en el Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (ECME-13), así mismo, la Universidad del Valle, ofrece el “Diplomado en desarrollo de procesos centrales de pensamiento con mediación de tecnologías digitales” como parte de la formación continua de los docentes.

Sin embargo, la baja cobertura del diplomado hace que muchos docentes interesados en continuar su formación académica no puedan hacerlo, por ende, la oferta de dicho diplomado en la modalidad e-learning podría convertirse en una estrategia para continuar el desarrollo de la formación de docentes en Colombia. No obstante, esta modalidad genera algunos interrogantes como: ¿Qué tipo de consideraciones didácticas emergen en la adaptación de un conjunto de Recursos Pedagógicos en un Ambiente Virtual de Aprendizaje que posibiliten el desarrollo de procesos del pensamiento matemático, principalmente en la resolución de problemas? además de ¿Cuál es el conjunto de Recurso Pedagógicos utilizados en diplomado?, ¿Qué elementos conceptuales están asociados con el uso de Recursos Pedagógicos en un ambiente virtual de aprendizaje? y ¿Cuál es la configuración didáctica de un conjunto de Recursos Pedagógicos del diplomado, en un ambiente virtual de aprendizaje? Lo anteriormente planteado se va a responder mediante el estudio de algunos casos de éxito que han o están ofertando programas académicos o cursos en la modalidad e-learning y de esta forma adaptar dicho conjunto en un ambiente virtual de aprendizaje para posibilitar el desarrollo de proceso del Pensamiento Matemático en la resolución de problemas.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La Educación en Colombia ha sufrido cambios desde la constitución de 1991, los cuales competen a la formación inicial y continua de los maestros, reconociendo la necesidad de una formación investigativa que favorezca la actitud crítica y la creatividad, además de la integración de Tecnologías de la Investigación y la Comunicación (TIC) , de donde resultó que algunos programas de formación inicial desarrollaron actividades complementarias en las asignaturas, y otros incorporaron el uso de la tecnología a sus planes curriculares, mostrando gran interés y preocupación por los elementos que intervienen en la integración de TIC. (Guacaneme, E., Obando, G., Garzón, D., Villa-Ochoa, J. 2013)

Con esta nuevas ideas en educación, se evidencia una necesidad de los docentes de continuar con su formación, para esto, la Universidad del Valle ofrece el “Diplomado en desarrollo de procesos centrales de pensamiento con mediación de tecnologías digitales” donde se desarrollan ajustes y estrategias para lograr el objetivo de cada sesión, integrando TIC y elaborando material didáctico que permitan promover procesos centrales del pensamiento matemático de la población escolar, principalmente en resolución de problemas; considerando además que existe un mercado en expansión de los recursos disponibles en Internet que son utilizados por el docente ( Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. 2017) y que en el diplomado son analizados e interpretados; dichos recursos son adaptados por los docentes debido a que los Recursos Pedagógicos no se consideran terminados y listos para su uso, pues se constituyen como un proceso vivo y de transformación; y se entienden como los distintos recorridos debido a



las adaptaciones que se realizan teniendo en cuenta las particularidades del grupo. (Garzon Castro, D y Vega Restrepo, M. 2009).

Respecto a la integración de las herramientas digitales en la Educación Matemática, se considera prometedora y problemática, dado que se reconoce ampliamente el potencial que estas tienen, y se espera que proporcionen nuevos medios de actividades de enseñanza y aprendizaje, aspecto que genera temor pues requiere más dedicación, más tiempo de planeación, evaluación, ajuste y seguimiento, incluso para Chan, M. (2016): la virtualización de la educación y el uso de las TIC, “ es una megatendencia económica y cultural que rebasa el ámbito de la educación escolar” (pp. 3), lo cual deja que la modalidad Virtual a distancia, se convierta en una gran oportunidad para futuros docentes y para quienes ya están ejerciendo dentro y fuera de la Universidad.

### **2.1 Caracterización del contexto institucional.**

En la Universidad del Valle principalmente en el Instituto de Educación y Pedagogía como parte de su mejoramiento a la educación se oferta el “Diplomado en desarrollo de procesos centrales del pensamiento matemático con mediación de tecnologías digitales” dictado por el profesor: David Benítez Mojica, como parte de la política de cualificación docente y la continua formación que se debe brindar en el país, por tal motivo, se ofrece tanto a docentes de la Universidad del Valle como a docentes de otras instituciones, además de profesionales de carreras afines (ingeniería, física, matemática, economía etc), interesados en la educación.

El programa se desarrolla de manera semi-presencial en un total de 90 horas, apoyado por el Instituto de Educación y Pedagogía (IEP) y la Dirección de Nuevas Tecnologías y Educación Virtual (DINTEV) , el CIER y la DACA de la Universidad del Valle. Con el diplomado se pretende dejar de lado el modelo educativo tradicional, por esta razón se generan innovaciones en la metodología, haciendo uso de actividades en contexto real, hipotético y formal, empleando herramientas digitales y material concreto que permitan el desarrollo de pensamiento matemático, haciendo un trabajo interdisciplinario al integrar varias disciplinas, empleando la tecnología computacional como instrumento de apoyo, y permitiendo de esta manera formar a los docentes discutiendo los cambios que se presentan en la educación matemática.

Hay que mencionar, además que basado en el Plan Estratégico de Desarrollo de la Universidad del Valle existe un compromiso institucional ofreciendo una infraestructura física con salas de cómputo y acceso a Internet, además del soporte tecnológico con la utilización de plataformas virtuales como portal, campus virtual, sistema de información y correo electrónico, debido a que “El curso quedará alojado en las plataformas institucionales de Univalle.” A pesar de esto, se hace necesario profundizar en la utilización de estas plataformas y obtener los beneficios que ofrecen, pues se observa que es poco el aprovechamiento que se está dando con estas herramientas

## **3. METODOLOGÍA**

Para el desarrollo del trabajo se tomó la investigación cualitativa como enfoque metodológico, en donde se adoptó un enfoque descriptivo-interpretativo, el cual se enmarca bajo las dimensiones establecidas por Osses, Sánchez, & Ibáñez (2006). Se asumieron cuatro fases en el desarrollo de la metodología: Fundamentación teórica de la sistematización; búsqueda

selección y análisis de los recursos; adaptación y transformación de la situación seleccionada; análisis de resultados.

Para la recolección de información se utilizó una rejilla de análisis, la cual fue retomada del documento La Orquestación Documental, una perspectiva de estudio que permite reflexionar acerca del uso, adaptación y transformación de Recursos Pedagógicos (Henaó, A., Arango, H. 2017). La rejilla fue conformada por las unidades de análisis asociadas al recurso y a la situación como tal. De acuerdo a lo anterior, es importante mencionar que la rejilla de análisis fue utilizada en dos niveles; en el primer nivel de uso se tomó las sesiones del diplomado y se realizó una caracterización, en donde se logró reconocer los referentes teóricos que sustentaron dicha propuesta, además de identificar algunos recursos empleados por el docente y la estructura de trabajo, realizando preguntas concernientes a la organización didáctica, organización matemática, soportes (materiales), y génesis individuales. En el segundo nivel de uso se pretende caracterizar el proceso de adaptación y transformación de las situaciones seleccionadas. Como elementos más relevantes en este nivel de uso se pretende:

**3.1 Descripción de la propuesta:** El documento que se produjo tiene en cada uno de sus componentes la descripción no solo de lo que se debe hacer sino también de los resultados que se esperan obtener, además se dan a conocer los referentes teóricos que sustentan la propuesta.

**3.2 Situación matemática que se propone:** Se caracterizan y escogen los elementos relevantes, vale la pena resaltar que el trabajo varía de una situación a otra en cuanto el trabajo individual o grupal, teniendo en cuenta la adaptabilidad del recurso

**3.3 Divulgación de los resultados de la implementación de la propuesta:** Se pone en práctica la situación planteada, el maestro que implementa la situación da a conocer aspectos particulares que pudo haber notado de acuerdo a las características del grupo con el que trabajó y sobre todo de acuerdo a las adecuaciones y transformaciones que él haya realizado al documento inicial.

**3.4 Consignas del trabajo a realizar en términos generales:** Se espera que la actividad seleccionada sea utilizada puesta a disposición de los participantes del diplomado, como parte de la utilización de las plataformas institucionales permitiendo el acceso a los recursos ahí trabajados y que los estudiantes a partir de las consignas logren dar desarrollo a las situaciones propuestas.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De manera general, dado el creciente desarrollo de las TIC en el ámbito educativo, hace necesario la formación docente, por lo cual, se debe asumir un proceso de adaptación a los avances y cambios que genera el mundo constantemente, asumir que la virtualización tarde o temprano llegará a cada sistema educativo actual. Por otro parte, este trabajo contribuye a la implementación adecuada de la virtualización a uno o varios recursos pedagógicos y posteriormente a la construcción de una metodología concreta con principios conceptuales y metodológicos que permitan el desarrollo adecuado de dicha virtualización. permitiendo así romper barreras de tiempo y espacio generando interés en los docentes para continuar su formación profesional, y consecuentemente ayudando a la mejora de la calidad educativa.

**4.1 Caracterización y análisis de resultados:** El diplomado cuenta con 16 sesiones realizadas semanalmente (3 horas por semana) para un total 48 horas presenciales y dos o tres horas de trabajo de campo con una metodología teórico-práctico, realizado mediante una colaboración

estratégica entre el Instituto de Educación y Pedagogía (IEP) y la Dirección de Nuevas Tecnologías y Educación Virtual (DINTEV) y el CIER de la Universidad del Valle. Con la ayuda de la rejilla mencionada en el ítem anterior, dicho diplomado se caracterizó en dos partes:

**4.1.1 Primera Parte:** se lograron reconocer tres módulos transversales a dichas sesiones:

**4.1.1.1 Desarrollo del pensamiento matemático:** Se identificó la estructura de trabajo de la sesión planteada por el profesor, reconociendo los referentes teóricos usados y sus respectivas actividades a desarrollar.

**4.1.1.2 Uso de tecnología computacional en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas:** Se observó que el docente usa como herramientas el software: Geogebra y las presentaciones power point.

**4.1.1.3 Evaluación del aprendizaje en matemáticas:** En su mayoría la evaluación no es explícita durante el desarrollo de las sesiones, sin embargo, se realizan constantes preguntas a los docentes participantes del diplomado, ejercicios para resolver en clase, además de algunas tareas para resolver en casa.

**4.1.2 Segunda Parte:** Se desarrollaron cuatro unidades de análisis con sus respectivas preguntas, de donde se logra evidenciar:

En cuanto a la Organización didáctica se puede resaltar que el profesor se apoya en los trabajos de Polya, G., Schoenfeld, A., Mason, J. y Guzmán M., que le permitan el desarrollo de procesos centrales del pensamiento matemático con mediación de tecnologías digitales, particularmente en la resolución de problemas. Además, como parte fundamental del currículo de matemáticas, de igual manera en los lineamientos curriculares teniendo en cuenta los procesos generales de pensamiento, como la modelación, la comparación y ejercitación de procedimientos, el planteamiento y resolución de problemas.

Acerca de la Organización Matemática, el docente privilegia la comunicación, dado que se presentan interrogantes, a lo largo de las actividades de cada sesión, que le permiten realizar un diagnóstico y decidir que estrategias usar para continuar con la clase, muchas de las preguntas exigen un conocimiento básico de algunas definiciones, teoremas y reconocimiento de patrones para la resolución de problemas propuestos en clase, hayan sido resueltos en clase o dejados como tarea.

En relación con los Soportes Materiales, el docente desarrolla su clase con el uso de una presentación Power point y el Software: Geogebra. Cada sesión se está estructurando con mayor detalle, en un libro en construcción por parte del profesor David Benítez Mojica.

Por último respecto a las Génesis individuales, el profesor desarrolla las actividades y escoge los problemas que son pertinentes para su clase, donde los problemas se proponen sin que se de ningún tipo de adaptación y/o transformación, es decir se presentan tal y como aparece en el libro en construcción del mismo profesor como autor. Las actividades son desarrolladas, dependiendo de la sesión, de acuerdo a la metodología de los autores mencionados anteriormente y se adaptan al objetivo de la sesión planteada.

## 5. REFERENCIAS

- Benítez, D. (2017). Diplomado en desarrollo de procesos centrales del pensamiento matemático con mediación de tecnologías digitales. Propuesta académica, Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Cali.
- Chan, M. (2016). La virtualización de la educación superior en América Latina: entre tendencias y paradigmas. RED-Revista de Educación a Distancia, Núm. 48. (Artic. 1.), pp. 1-32. doi: 10.6018/red/48/1
- Garzon Castro, D. y. (2009). Los recursos pedagógicos en la enseñanza de la geometría: Estudio de casos. Caracterización de los vínculos entre los recursos pedagógicos y el conocimiento matemático en la enseñanza de las matemáticas en la educación básica. Cali.
- Guacaneme, E. y. (2011). La educación del profesor de matemáticas como campo de investigación. Revista PAPELES, Volumen 3(N 6), pp. 18-25.
- Guacaneme, E., Obando, G., Garzón, D., & Villa-Ochoa, J. (2013). Informe sobre la Formación inicial y continua de Profesores de Matemáticas: El caso de Colombia. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, Especial Noviembre.(8), pp. 11-49.
- Henao, A., Arango, H. (2017). La Orquestación Documental, una perspectiva de estudio que permite reflexionar acerca del uso, adaptación y transformación de Recursos Pedagógicos: El caso de “Un grupo de profesores de educación básica primaria de la Institución Educativa Jorge Isaacs”. (Tesis de maestría). Universidad del Valle. Cali, Colombia.
- Pepin, B. G. (2017). Refining teacher design capacity: Mathematics teachers’ interactions with digital curriculum resources. ZDM Mathematics Education, Volume 49(Issue 5), pp 799–812. doi: 10.1007/s11858-017-0870-8
- Trouche, L., & Drijvers, P. (2014). Webbing and orchestration. Two interrelated views on digital tools in mathematics education. Teaching Mathematics and Its Applications, pp. 1 - 17. doi:10.1093/teamat/hru014

## CONCEPCIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS VERSUS LAS PRÁCTICAS DE AULA EN EL GRADO QUINTO

Diana Katherine Ospina García <sup>1</sup>

Wilmer Cárdenas <sup>2</sup>

Dawson Didier Cortés Joven <sup>3</sup>

### Resumen

El presente trabajo muestra los resultados de la investigación realizada en la Institución Educativa Rural Jorge Eliecer Gaitán de Puerto Rico (Caquetá) con docentes en ejercicio sin formación disciplinar en matemáticas que deben enseñar en grupos multigrado. Se analizaron las diferentes concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas desde la concepción subjetiva y epistemológica y como estas inciden en las prácticas de aula, a partir del análisis de los resultados de las pruebas SABER 359, mediante una encuesta y observación de aula. Mediante el análisis Cualitativo se determinó que los docentes tienen inclinación a una concepción instrumentalista de la enseñanza de las matemáticas, donde la conciben como un saco de herramientas, que están formadas de una acumulación de hechos, reglas y destrezas, las cuales se usan por expertos para conseguir algún fin externo.

**Palabras clave:** *Concepciones, enseñanza de las matemáticas, docentes en ejercicio, prácticas de aula*

### Abstract

The present work shows the results of the research carried out at the Jorge Eliecer Gaitán Rural Educational Institution of Puerto Rico (Caquetá) with practicing teachers without disciplinary training in mathematics who must teach in multigrade groups. The different conceptions about the teaching of mathematics from the subjective and epistemological conception were analyzed and how they affect the classroom practices, from the analysis of the results of the SABER 359 tests, through a survey and observation of the classroom. Through Qualitative analysis it was determined that teachers have an inclination to an instrumentalist conception of mathematics teaching, where they conceive it as a bag of tools, which are formed by an accumulation of facts, rules and skills, which are used by experts to achieve some external purpose.

**Keywords:** *Conceptions, teaching mathematics, teachers in practice, classroom practices.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Los constructos mentales que surgen a raíz de una serie de creencias y vivencias de los individuos hace que los docentes tengan ciertos comportamientos en su quehacer diario, por tanto surgen cuestionamientos desde el campo educativo que deben aportar a posibles soluciones desde la didáctica de las matemáticas enfocada en la enseñanza, para ello es fundamental determinar la incidencia de las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas en las prácticas de aula. Son muchos los factores que influyen en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, pero no debemos descuidar la parte humana de la enseñanza, por tanto es fundamental tener en cuenta lo que hace

---

<sup>1</sup> Magister en Ciencias de la Educación; Universidad de la Amazonia; Colombia; katerindayanna0908@hotmail.com.

<sup>2</sup> Magister en Ciencias de la Educación; Universidad de la Amazonia; Colombia; wcardenasd8@hotmail.com.

<sup>3</sup> Magister en Docencia de la Matemática; Universidad de la Amazonia; Colombia; d.cortes@udla.edu.co.

que el docente piense y actúe de cierta forma frente a una clase de matemáticas del cual es responsable.

Los referentes teóricos que sustentan esta investigación se centran en las concepciones de la enseñanza de las matemáticas que tienen los docentes, entre los que sobresalen los aportes de:

Flores (1998), quien realiza un aporte importante a la educación matemática desde el campo del análisis de las concepciones, en especial resaltando la concepción constructivista de las matemáticas basada en la resolución de problemas reconociendo dos extremos en las concepciones desde el realismo hasta el constructivismo. Martínez (2003), realiza estudio de caso y resalta la importancia que tiene la caracterización de las concepciones. Se apoya en las teorías de Thompson (1992) y Ernest (1989) para definir las concepciones idealista-platónica, instrumentalista y por resolución de problemas. Esta investigación apunta a ubicar al docente en su concepción de la enseñanza de las matemáticas desde el campo de la formación docente.

Benítez (2011), resalta cómo desde la universidad los docentes deben reconocer sus concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas. La recolección de la información es por medio de una entrevista semiestructurada en profundidad que permite reconocer las vivencias, concepciones y prácticas del docente en torno a la enseñanza de las matemáticas.

En la investigación realizada por Gil y Rico (2003) argumentan, que es fundamental conocer las concepciones y creencias de los docentes sobre enseñanza y aprendizaje, para que estos puedan estar inmersos en el proceso de cambio. Por lo que esta investigación busca dejar antecedentes para que las docentes reconozcan que corriente filosófica adopta en el aula de clase, y permita estar en revisión constante de los procesos educativos.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Los referentes teóricos que sustentan esta investigación se centran en las concepciones de la enseñanza de las matemáticas que tienen los docentes. Flores (1998), realiza un aporte importante a la educación matemática desde el campo del análisis de las concepciones, en especial resaltando la concepción constructivista de las matemáticas basada en la resolución de problemas reconociendo dos extremos en las concepciones desde el realismo hasta el constructivismo.

Martínez (2003), realiza estudio de caso y resalta la importancia que tiene la caracterización de las concepciones. Se apoya en las teorías de Thompson (1992) y Ernest (1988) para definir las concepciones idealista-platónica, instrumentalista y por resolución de problemas. Benítez (2011), resalta cómo desde la universidad los docentes deben reconocer sus concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas.

Según Furinghetti, (1994), las concepciones están caracterizadas como conjuntos de creencias conscientes, y termina en la filosofía interna de las matemáticas o conjunto de creencias formalizadas. Con ello las concepciones las define como “un conjunto de creencias relativas a la forma de enseñar las matemáticas, basadas en consideraciones de la naturaleza” (citado en Flores, 1998, p. 33).

## 3. METODOLOGÍA

Los participantes objeto de esta investigación son docentes que enseñan matemática en el grado quinto de básica primaria en la IERJEG la cual se focaliza por tener un alto porcentaje de estudiantes en el nivel mínimo e insuficiente en las pruebas SABER 359, a los cuales se aplica una encuesta que indaga por su edad, tipo de nombramiento, años de experiencia como docente de matemáticas, formación académica en pregrado y posgrado, condiciones laborales en la que ejerce su labor docente, material educativo en el que se apoya y si se inclina por alguna corriente filosófica para orientar sus clases de matemáticas.

Este primer momento es para caracterizar particularidades de los docentes. Se seleccionan siete docentes para realizar una entrevista semiestructurada que es tomada de la investigación de Benítez (2011). La primera parte de la entrevista indaga acerca de aspectos generales de la experiencia de los profesores cuando eran estudiantes, y en particular en cuanto a su aprendizaje en matemáticas y de la forma en que esta experiencia se refleja sobre las prácticas como profesores de matemáticas. Además pretende auscultar el origen como profesor de matemáticas, el nivel de preparación para desempeñar este oficio, las apreciaciones sobre las condiciones de aprendizaje de sus estudiantes, las limitaciones institucionales para desempeñarse como profesor y en general los factores externos que influyen sobre el aprendizaje de sus estudiantes. La segunda parte de la entrevista pretende indagar acerca de las prácticas de los docentes, la preocupación del profesor por el aprendizaje de sus estudiantes, sus concepciones acerca del significado de las matemáticas y lo que significa aprender matemáticas. Para el análisis de esta entrevista se seleccionan unos descriptores basados en la teoría aportada desde la investigación de Martínez (2003).

Finalmente se realiza observación en el aula de tres de los docentes entrevistados los cuales se seleccionan porque proporcionaron la mayor cantidad de descriptores. Para el análisis de la observación de aula se tiene en cuenta los mismos descriptores de la entrevista para realizar su respectiva relación.

#### **4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES**

La totalidad de los docentes focalizados son licenciados en disciplinas diferentes a matemáticas, los cuales consideran que es necesaria una formación especial para asumir la carga académica del área de matemáticas, la mayoría manifiestan ser docentes de matemáticas de manera empírica, muchos han acudido a la autoformación apoyados de textos y afirman ser docentes de ésta porque es una exigencia. Reconocen la necesidad de cambiar metodologías, estrategias de enseñanza, uso de material didáctico. Consideran que no es necesaria una inteligencia especial para aprender matemáticas y hacen énfasis en la evaluación desde la ejercitación.

Después de analizar la información mediante los descriptores se determina que los docentes tiene inclinación a una concepción instrumentalista de las enseñanza de las matemáticas, donde la conciben como un saco de herramientas, que están formadas de una acumulación de hechos, reglas y destrezas, las cuales se usan por expertos para conseguir algún fin externo.

La concepción sobre la enseñanza de las matemáticas que expresan tener los docentes desde la entrevista tiene inclinaciones constructivistas, pero al momento de observación de la clase se encuentra que en algunos casos tienden a ser instrumentalista. La mayoría de los

docentes entrevistados no reconocen una corriente filosófica que determine su enseñanza de las matemáticas.

La mayoría de docentes tienen entre 30 y 45 años de edad, con nombramiento provisional y no son egresados de la universidad de la Amazonia, cuentan con una experiencia como docentes de matemáticas de cinco hasta quince años. Todos orientan otras áreas diferentes a las matemáticas por ser docentes unitarios y a cargo de grupos multigrado, estos docentes no cuentan con una sala de uso exclusivo para la clase de matemáticas.

Con esta investigación se confirma la necesidad que existe en las instituciones educativas del sector rural contar con docentes formados en matemáticas, teniendo en cuenta que el análisis de las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas que tienen los docentes en ejercicio nos permite tener referentes analíticos para estudiar el cambio de concepciones en busca de aportar a la didáctica de las matemáticas. El análisis de los datos que arroja la investigación confirma que el docente no tiene una postura epistemológica clara que permita hacerse evidente en su práctica de aula, algunos llegan a ser docentes de matemáticas por la necesidad de orientarla según las condiciones dadas para aceptar ser docentes de grupos multigrado en escuelas unitarias, algunos usan materiales educativos que proporciona el ministerio de educación, convirtiéndose en un aliado para abordar diferentes contenidos temáticos, descuidando la estructura de la metodología Escuela Nueva, la cual es adoptada en este sector donde se desarrolla la investigación.

El no contar con una formación disciplinar en matemáticas permite evidenciar vacíos conceptuales en los docentes que son transferidos a los estudiantes. Es evidente el esfuerzo del docente por comprender los referentes de calidad y documentos de referencia propuestos por el MEN, pero se dificulta la articulación de estos al momento de llevarlos a la práctica aula.

## 5. REFERENCIAS

- Benítez, CH. (2011). Concepciones sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje: un estudio comparativo entre docentes en ejercicio y docentes en formación (tesis de maestría). Universidad del Cauca, Popayán, Colombia.
- Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: a model. *Journal of Education for Teaching*, 15(1), 13-33.
- Flores, P. (1998). Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Granada, España: Comares.
- Gil, C.F., y Rico, R.L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las ciencias*, 21(1), 27-47.
- Martínez, S.M. (2003). Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado. (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona, Bellaterra.
- Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a síntesis of the research. En Grouws, D. (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, pp. 127-146. New York: Macmillan.





## CONDICIONANTES DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN ESCUELAS RURALES: UN ANÁLISIS MULTIFACTORIAL PARA QUINTO GRADO

Andrea Carolina Hernández Márquez<sup>1</sup>  
Jesús Cepeda Coronado<sup>2</sup>  
Melba Vertel Morinson<sup>3</sup>

### Resumen

Una problemática educativa actual en Colombia es el alto porcentaje de alumnos rurales en escolaridad primaria que muestran un bajo nivel académico. La necesidad de vinculación de los adolescentes en la cadena productiva familiar de las comunidades rurales en el escenario colombiano está ocasionando deserción y desestímulo en los estudiantes para terminar los ciclos de formación, lo rural no es sinónimo de peores condiciones de vida. En este trabajo descriptivo, transversal-correlacional se analizan factores: personales (género, edad, ser repetidor, la inteligencia, los intereses formativos y la autoestima); socio-económicos de la familia (estructura del hogar, educación de los tutores, disponibilidad de libros en el hogar); y, extraescolares: aspectos sociales circundantes que caracterizan el ocio del estudiante) sobre los logros de aprendizaje en matemáticas de alumnos quinto grado de Educación Básica en instituciones educativas rurales de los Montes de María en Sucre (Colombia). Para hacer una caracterización multivariada del rendimiento educativo en matemáticas se realizó un análisis con técnicas reductivas de Análisis de Correspondencias Múltiples y Análisis Factorial Múltiple.

**Palabras clave:** *Género, Equidad, Educación, Matemáticas, Desempeño académico.*

### Abstract

A current educational problem in Colombia is the high percentage of rural students in primary school who show a low academic level. The need to link adolescents in the family productive chain of rural communities in the Colombian scenario is causing desertion and discouragement in students to complete training cycles, rural is not synonymous with worse living conditions. In this descriptive, transversal-correlational work, factors are analyzed: personal (gender, age, repetitive, intelligence, educational interests and self-esteem); socio-economic aspects of the family (structure of the home, education of the tutors, availability of books in the home); and, extracurricular: surrounding social aspects that characterize the student's leisure) on the learning achievements in mathematics of fifth grade students of Basic Education in rural educational institutions of Montes de María in Sucre (Colombia). To make a multivariate characterization of the educational performance in mathematics, an analysis was made with reductive techniques of Multiple Correspondence Analysis and Multiple Factorial Analysis.

**Keywords:** *Gender, Equity, Education, Mathematics, Academic performance.*

---

<sup>1</sup> Pasante investigativa; Licenciatura en Matemáticas; Universidad de Sucre; ancariohernandez@gmail.com

<sup>2</sup> Especialista en Educación Matemática; Universidad de Sucre; Colombia; jesus.cepada@unisucra.edu.co

<sup>3</sup> Magister en estadística; Universidad de Sucre; Colombia; melba.vertel@unisucra.edu.co

## 1. INTRODUCCIÓN

En el proceso de enseñanza aprendizaje, una de las dimensiones más importantes es el rendimiento académico, su concepción es un poco compleja pues las formas de evaluarlo o medirlo lo determinan así. El rendimiento académico se relaciona a la capacidad de responder de forma correcta o incorrecta a ciertas actividades académicas, algunos autores como Martínez-Otero (2007), lo definen como “el producto que da el alumnado en los centros de enseñanza y que habitualmente se expresa a través de las calificaciones escolares”; a pesar de que hay muchos sinónimos para describir el rendimiento académicos no existe una definición clara que permita estudiarlo desde diferentes perspectivas. En América Latina, se han hecho y publicado múltiples evaluaciones cuyos resultados permiten incluir otro tipo de variables o niveles de análisis que de cierta manera enriquecen las investigaciones de los posibles factores que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes a partir de una mejora en la caracterización del alumno, de la escuela y de la familia, (Winkler; Cueto, 2004; Ferrer, 2006).

En las escuelas públicas rurales los resultados de los estudiantes con respecto a pruebas del estado son muy diferentes a los resultados de instituciones públicas urbanas, pues existen factores que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes, factores que van desde aspectos familiares hasta aspectos sociales; en este trabajo se explicará por medio de análisis estadísticos múltiples cual de eso aspectos tienen más relevancia dentro del rendimiento del escolar, esta descripción tendrá un impacto la sociedad académica pues expondrá otro punto de vista desde el cual debe ser visto la educación en Colombia para mejorar la calidad de la educación.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Antecedentes.

En primer lugar se tomara como referencia un artículo investigativo realizado en Brasil por Mauro Mediavella y Liliana Gallego cuyo trabajo tiene como título: CONDICIONANTES DEL REENDIMIENTO ACADEMICO EN LA ESCOLARIDAD PRIMARIA EN BRASIL: UN ANALISIS MULTIFACTORIAL; en este trabajo se explican las condiciones de los estudiantes de las diferentes zonas del país, teniendo en cuenta las condiciones familiares, socioeconómicas y personales, la investigación obtuvo como resultado que las instituciones de las zonas más vulneradas por la violencia tienen bajo rendimiento académico a diferencia de otros niños de zonas menos violentas.

Por otra parte también tomamos como referencia la investigación realizada por Alba Nury Martínez Barrera titulada: JOVENES Y RESILIENCIA ACADEMICA EN COLOMBIA; en este artículo la autora realiza un análisis de las condiciones del estudiante (aspecto socio-económico, familiares y personales) de Colombia utilizando bases de datos del ICFES y obtuvo como resultado que cuando el estudiante es cabeza de familia su rendimiento se afecta negativamente, además el estado socio-económico influye fuertemente en sus aspiraciones universitarias.

#### 2.1.1 Marco Conceptual.

- Según la ONU, género se refiere a los conceptos sociales de las funciones, comportamientos, actividades y atributos que cada sociedad considera apropiados para los hombres y las mujeres. Las diferentes funciones y comportamientos pueden generar desigualdades de género, es decir, diferencias entre los hombres y las mujeres que favorecen sistemáticamente a uno de los dos grupos. A su vez, esas desigualdades pueden

crear inequidades entre los hombres y las mujeres con respecto tanto a su estado de salud como a su acceso a la atención sanitaria.

- El concepto de equidad es sumamente complejo y sus definiciones han ido variando a través del tiempo. D'Liá y Maingon (2004) señalan que las teorías que han estudiado el tema están de acuerdo en vincularlo a las diferencias relacionadas a condiciones de injusticia. Ya Aristóteles en su libro “Moral a Nicómano” establecía que, si bien equidad y justicia no son conceptos idénticos, poseen la misma esencia (Azcárate Corral, 1874).

### 2.1.2 Marco Referencial

Para hacer la descripción de la situación hacemos uso de términos como el rendimiento académico y calidad educativa; Forteza (1975) define el rendimiento académico como «la productividad del sujeto, el producto final de la aplicación de su esfuerzo, matizado por sus actividades, rasgos y la percepción más o menos correcta de los cometidos asignados».

Para hacer la categorización se tendrá en cuenta los aspectos más influyentes en los estudiantes, como:

**Aspectos socio-económicos:** Los factores familiares así como los del entorno socioeconómico tienen un peso determinante en el éxito educativo. Aun así, es posible encontrar individuos educables que pertenecen a hogares con carencia material o normativa-afectiva y que viven en medio de un entorno agreste caracterizado por la pobreza y la violencia (BONAL; TARABINI, 2010).

**Aspecto Educativo:** Los factores educativos pueden agruparse en escolares y extraescolares.

Los primeros denotan los aspectos relacionados directamente con la organización escolar, que incluyen el proyecto educativo, el entorno material y la cantidad y calidad docentes del centro educativo. Los segundos están determinados por las oportunidades o los hábitos del estudiante, las oportunidades de consumo y los aspectos sociales circundantes que caracterizan el ocio y, por ende, el uso de libros, Internet, cursos o formación extraescolar (SANTÍN, 2007).

### 2.1.3 Marco Legal.

- ley general de educación.  
Artículo 1º: Objeto de la ley.  
Artículo 4º: Calidad y cubrimiento del servicio.  
Artículo 64. Fomento de la educación campesina.  
Artículo 66. Servicio social en educación campesina.
- constitución de Colombia.

## 3. METODOLOGÍA

Este trabajo es descriptivo de tipo transversal-correlacional, se estudian aspectos personales, familiares, socio-económicos y educativos de los estudiantes de 5º pertenecientes a los municipios de oveja y los palmitos de las instituciones: I.E.Técnico Agropecuaria el Piñal y

Centro de Desarrollo Rural respectivamente; se busca describir los condicionantes que más influyen en el rendimiento académico; para hacer una caracterización se realizó un análisis de correspondencia múltiple y un análisis factorial múltiple; y para establecer determinantes del rendimiento educativo se realizará una estimación mediante mínimos cuadrados ordinarios y el empleo de una aproximación multivariantes. Este análisis se realiza con el software libre R.

En la siguiente tabla se muestran las variables a estudiar y su codificación. (Tabla 1)

VARIABLE	TIPO	CLASE	CODIFICACIÓN DE LA VARIABLE
<b>VARIABLES PERSONALES</b>			
GENERO	CUALITATIVO	NOMINAL	Femenino (F); Masculino (M)
EDAD	CUANTITATIVO	DISCRETO	
SER REPITENTE	CUALITATIVO	NOMINAL	SI; NO
INTERESES FORMATIVOS	CUALITATIVO	NOMINAL	
AUTOESTIMA	CUALITATIVO	NOMINAL	Baja $\leq 25$ ; Media (entre 26 y 29); Elevada (entre 30 y 40)
<b>VARIABLES SOCIO-ECONÓMICOS</b>			
ESTRUCTURA DEL HOGAR	CUALITATIVO	NOMINAL	0- artesanal; 1-material; 2-ambos
EDUCACION DE TUTORES	CUALITATIVO	NOMINAL	0- sin estudios; 1-Primaria; 2-Secundaria; 3- Superior; 4-No sabe/ No responde
DISP. DE LIBROS EN EL HOGAR	CUANTITATIVO	DISCRETO	SI; NO
<b>VARIABLES EDUCATIVOS ESCOLARES</b>			
PROMEDIO	CUANTITATIVO	CONTINUA	Bajo (1,0-2,9); Básico (3,0-3,9); Alto (4,0-4,5); Superior (4,6-5,0).
<b>VARIABLES EDUCATIVAS EXTRAESCOLARES</b>			
ACTIVIDADES	CUALITATIVO	NOMINAL	0-Pintura; 1-fútbol; 2- ajedrez; 3-música; 4-danza.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los posibles resultados de esta investigación, determinaran las condiciones más latentes dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes de grado quinto de las instituciones rurales de los Montes de María, específicamente los estudiantes pertenecientes a los municipios de ovejas y los palmitos.

#### 4. REFERENCIAS

Azcárate Corral, Patricio. (1874). Obras de Aristóteles, puestas en lengua castellana Moral a Nicómano. Libro V. Capítulo primero. Disponible en <http://www.filosofia.org/cla/ari/azco1119.htm>.

BONAL, X.; TARABINI, A. Ser pobre en la escuela: habitus de pobreza y condiciones de educabilidad. Buenos Aires: Miño y Dávila Editores, 2010.

D'LIA, YOLANDA Y MAINGON, THAIS. (2004). "La equidad en el Desarrollo Humano: Estudio conceptual desde el enfoque de igualdad y diversidad". Documentos para la Discusión. Informes sobre Desarrollo Humano en Venezuela, del Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD).

FERRER, G. Sistemas de evaluación de aprendizajes en América Latina balance y desafíos. Washington, D.C.: Programa de Promoción de la Reforma Educativa en América Latina y el Caribe – PREAL, 2006.

FORTEZA, J. (1975). Modelo instrumental de las relaciones entre variables motivacionales y rendimiento. Revista de Psicología General y Aplicada, 132, 75-91

MARTÍNEZ-OTERO, V. (2007). Los adolescentes ante el estudio. Causas y consecuencias del rendimiento académico. Madrid: Fundamentos.

SANTÍN, D. Influencia de los factores socioeconómicos en el rendimiento escolar internacional: hacia la igualdad de oportunidades educativas. Documentos de trabajo de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad Complutense, v. 2001, n. 1, p. 1-27, 2007.

WINKLER, D.; CUETO S. (Editores). Etnicidad, Raza, Género y Educación en América

Latina. Lima: PREAL, p. 239-282, 2004.

## CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO SOBRE LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS: ESTUDIO DE CASO EN ESTUDIANTES DE LA LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

Julio César Méndez Cardona<sup>1</sup>

### Resumen

El siguiente trabajo tiene como propósito identificar o determinar los conocimientos didácticos de contenidos en estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas en la interpretación de gráficos estadísticos. Este trabajo se pretende fundamentar desde el *conocimiento didáctico del contenido* (CDC), de Shulman (1986) así como desde la EOS (Enfoque Ontosemiótico) para el diseño del cuestionario, éste consta de cuatro situaciones hipotéticas, que pueden suceder en clase. El paradigma de investigación es cualitativo y su diseño es un estudio de casos. Se seleccionan cuatro estudiantes a quienes se les aplica un cuestionario didáctico de contenido y la entrevista en profundidad. Las conclusiones se valoran en términos de conocimientos en estadística, conocimiento curricular y conocimiento didáctico del contenido; componentes del CDC. Los estudiantes tienen los conocimientos fundamentales de estadística, manejo de lineamientos curriculares, más falta lectura de pensamiento aleatorio asociado a los estándares básicos de competencias matemáticas.

**Palabras clave:** CDC, Didáctica, gráficas estadísticas, estudiante en formación docente.

### Abstract

The following work has as purpose to identify or determine the didactic knowledge of contents in students of the Bachelor in Basic Education with Emphasis in Mathematics in the interpretation of statistical graphs. This work is intended to be based on the didactic knowledge of the content (CDC), Shulman (1986) as well as the EOS (Ontosemiótico Approach) for the design of the questionnaire; it consists of four hypothetical situations, which can happen in class. The research paradigm is qualitative and its design is a case study. Four students are selected to whom a didactic content questionnaire and an in-depth interview are applied. The conclusions are valued in terms of knowledge in statistics, curricular knowledge and didactic knowledge of the content; CDC components. The students have the fundamental knowledge of statistics, handling of curricular guidelines, plus lack of reading of random thinking associated with the basic standards of mathematical competences.

**Keywords:** CDC, Didactics, statistical graphs, student in teacher training.

### 1. INTRODUCCIÓN

---

<sup>1</sup> Universidad del Valle; julio.mendez@correounivalle.edu.co

El presente trabajo de grado se forma a partir de la lectura de estudios o investigaciones realizadas sobre dificultades presentes en estudiantes y profesores de Básica primaria en la interpretación de gráficas estadísticas.

Este trabajo de grado pretende determinar los conocimientos didácticos de contenido que los estudiantes de la licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la sede Norte del Cauca de la Universidad del Valle han adquirido para la enseñanza de la Estadística, especialmente, en la interpretación de gráficos estadísticos.

¿Cuál es el Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) sobre la interpretación de gráficos estadísticos en los estudiantes de la licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle de la sede Norte del Cauca?

De acuerdo, a los objetivos planteados y a los resultados obtenidos; se fortalece en los estudiantes de licenciatura los componentes de un gráfico estadístico, en pensamiento aleatorio y Estándares básicos de competencias: Además, desde las líneas de formación se realicen actividades de contenidos y competencias matemáticas de estadística. Asimismo, ofrecer algunas estrategias para identificar algunas gráficas estadísticas, su construcción y evaluación.

Primero se expone y explica la Contextualización del problema a estudiar, consiste en las dificultades que se presentan en estudiantes de Educación Secundaria y Media, como también en estudiantes de licenciatura de Educación Básica sobre la enseñanza de la interpretación de gráficas estadísticas, por lo que se crean tres objetivos que buscan: primero, caracterizar el CDC en estudiantes para profesor de la sede Cauca del Norte de la Universidad del Valle; segundo, identificar algunas dificultades en la lectura e interpretación de las gráficas estadísticas y, tercero, indagar algunos elementos del conocimiento didáctico del contenido que los estudiantes de la licenciatura reciben en las distintas líneas de formación.

Después se exponen y explican los referentes teóricos más importantes sobre CDC, enfoque propuesto por Lee Shulman (1986); Conocimiento Didáctico de Contenido, éste propone tres dimensiones: conocimiento del contenido de la materia a enseñar, conocimiento didáctico del contenido y conocimiento curricular. De acuerdo al CDC, se estudia o indaga sobre cómo se desarrolla el conocimiento de los profesores para preparar las clases y su forma de enseñar.

Luego, se explica cómo se diseñaron las preguntas del cuestionario y cómo se proponen unos ítems a partir de la “Pauta de análisis de idoneidad didáctica” propuesta por Godino (2009) y aplicada por Arteaga (2010). Seguidamente, se explican los procedimientos para recolectar la información mediante dos instrumentos: cuestionario didáctico sobre gráficos estadísticos y entrevista en profundidad. Asimismo, se propone la escala de Sorto (2004) citada por Pinto (2010), para evaluar las respuestas del cuestionario que consiste en dar un valor.

En el llamado Análisis: Cuestionario y entrevista, se realiza evaluación de cada Caso y los resultado de las respuestas de los estudiantes de licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas que se obtuvieron a partir del cuestionario didáctico de contenido sobre gráficas estadísticas y la entrevista en profundidad, para luego, expresarlas en términos de la escala de Sorto (2004). También, se identifican elementos de CDC en los estudiantes de licenciatura que reciben en los distintos cursos que reciben de las diferentes líneas de formación.



Finalmente, se presentan las Conclusiones que nos indica cómo es el Conocimiento Didáctico del Contenido y algunas dificultades en la interpretación de gráficas estadísticas en los estudiantes de la licenciatura en Educación Básica Énfasis en Matemáticas.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Origen de algunos gráficos estadísticos

En Serrano (2010, pág. 134), William Playfair; economista e ingeniero escocés, fue quien invento el diagrama de barras y de sectores, además de los gráficos de línea (Wainer, 2005). En 1869, el ingeniero Charles Minard construye un gráfico tan interesante como una pintura de arte; en el gráfico se nota un trazo grueso que con el transcurrir del tiempo y de la guerra en el continente europeo se hace delgado, esta línea representa la cantidad de soldados que al inicio de la guerra eran muchos pero con el paso del tiempo; los soldados muertos en batalla, las enfermedades y la escases de alimento han mermado el número de ellos. Asimismo, en la gráfica se representa la segunda guerra púnica de Aníbal, que pasa a través de los Alpes; y llega a Roma por el norte sorprendiéndolos.

Se tiene otras representaciones de siglo pasado como son el gráfico de tallos y hojas y el gráfico de cajas y bigotes que propone John Tukey en 1976, como parte del Análisis Exploratorio de Datos (DEA, siglas en inglés), que él mismo promueve (Tufle, 2001).

En Serrano (2010), un gráfico estadístico está constituido por cuatro componentes (Friel, Curcio y Bright, 2001):

- Un *marco* o contexto donde se ubica la situación y de donde provienen los datos.
- Los *especificadores* que indican la relación entre los datos que se representan; estos pueden ser rectángulos, líneas, puntos, dibujos, etc.
- Las *etiquetas* indican las unidades de medida como el nombre de la(s) variable(s) que presenta el gráfico.
- El *fondo* que puede ser una imagen, una cuadrícula o colores sobre el que va el gráfico.

### 2.2 Breve historia de CDC.

Para Pinto (2010), la teoría de la enseñanza propuesta por Shulman se da a partir de dos artículos, *Those who understand: knowledge growth in teaching* (1986b) y *Knowledge and teaching: foundations of new reform* (1987). A partir de estos artículos, surgen las siguientes caracterizaciones de la enseñanza para esa época que dan cuenta del surgimiento del CDC:

1° *La necesidad de profesionalizar la enseñanza.* 2° *El énfasis entre 1857-1900 hacia el contenido como elemento esencial para enseñar un área.* 3° *Críticas recibidas a la corriente didáctica del profesor* (surgida en los 70s y criticada en los 80s). 4° *Críticas recibidas a la corriente didáctica del profesor denominada pensamiento del profesor* (surgida a mediados de los 70s). 5° *Los paradigmas proceso-producto y pensamiento del profesor, favorecieron mayor énfasis* (finales de los 70s y mediados de los 80s) *en procesos de evaluación y acreditación y selección de profesores basado en lo pedagógico.* 6° *Recuperar y asignarle el justo valor al conocimiento del contenido.*

### 2.3 Significado y características del Conocimiento Didáctico del Contenido

Shulman (1986b) propone tres categorías para pensar la forma cómo se desarrolla el conocimiento de los profesores en especial en el contenido: conocimiento del contenido de la materia específica, conocimiento didáctico del contenido y conocimiento curricular.

Un año después, Shulman (1987, p.8) añade otras categorías, establece así un cuerpo de conocimiento como base para la enseñanza, les denomina saberes o conocimientos indispensables, que el profesor debe saber como mínimo:

a) Conocimiento de la materia impartida, b) Conocimientos pedagógicos generales, c) Conocimiento del currículo, d) Conocimiento pedagógico de la materia (conocimiento didáctico del contenido), e) Conocimiento de los educandos y de sus características, f) Conocimientos de los objetivos, las finalidades y los valores educacionales.

De acuerdo a Pinto (2010), Shulman (1986b y 1987) y Barnett y Hodson (2001) los docentes deben dominar los saberes fundamentales de la materia, también cómo enseñar ese contenido en forma efectiva, es decir, la forma más fácil o difícil para los estudiantes de comprender el saber, para promover el interés y habilidades en los estudiantes, se requiere organizar, secuenciar y presentar el contenido. Lo anterior exige que se tenga un conocimiento pedagógico (de métodos de enseñanza y aprendizaje) que se adapte al contexto específico de la materia, que es la Estadística, es decir, el conocimiento de la didáctica específica.

Shulman (1986b) define y caracteriza el CDC de la siguiente manera:

Las formas más útiles de representación de estas ideas, las analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones más poderosas – en una palabra, las formas de representación y formulación de la materia que hacen a ésta comprensible a otros... incluye un conocimiento [o comprensión] de lo que hace que el aprendizaje de un tópico específico sea fácil o difícil: las concepciones y creencias que los estudiantes de diferentes edades y experiencias, traen consigo al aprender estos tópicos y lecciones frecuentemente enseñados con anterioridad (p.9).(Pinto, 2010, págs. 10-11).

A continuación, se nombra una propuesta para trabajar el CDC desde la educación estadística.

Godino, et al (2008) presenta un modelo de CDC como un ciclo de formación para incrementar el conocimiento estadístico y conocimiento pedagógico. En el cual se da un proyecto estadístico para trabajar en el salón de clases y en el cual los profesores realizaron un análisis didáctico. (Pinto, 2010, p. 91).

Godino, et al. (2008) identifican como componentes del CDC:

a) *Epistemología*: reflexión epistemológica, b) *Cognición*: predicción del aprendizaje de los estudiantes, errores, obstáculos y estrategias, c) *Recursos de enseñanza y técnicas*: experiencia con buenos ejemplos de situaciones de enseñanza, herramientas didácticas; capacidad crítica para analizar libros de textos, d) *Motivar*: habilidad para estimular el interés de los estudiantes y tomar en cuenta sus actitudes y creencias, e) *Interacción*: habilidad para crear buena comunicación en el salón de clases y usar la evaluación como una forma para guiar la instrucción.

Un modelo para identificar CDC en el docente es el propuesto por Burges (2006) tiene en cuenta los componentes de razonamiento y pensamiento estadístico de Wild y Pfannkuch (1999): Un modelo para identificar CDC en el docente es el propuesto por Burges (2006) tiene en cuenta los componentes de razonamiento y pensamiento estadístico de Wild y Pfannkuch (1999):

Ilustración 1: Componentes del conocimiento del profesor en relación al pensamiento estadístico y de investigación. Fuente: Pinto (2010, fig. 2.1, p. 88)

		Conocimiento estadístico para la enseñanza				
		Conocimiento del contenido		Conocimiento didáctico del contenido		
		Conocimiento común del contenido	Conocimiento especializado del contenido	Conocimiento del contenido y estudiantes	Conocimiento del contenido y enseñanza	
Pensamiento estadístico en investigaciones empíricas	Pensamiento estadístico en investigaciones empíricas	Necesidad de los datos				
		Transnumeración				
		Variación				
		Razonamiento con modelos				
		Integración de la estadística y el contexto				
	Ciclo investigativo					
	Ciclo interrogativo					
Disposiciones						

Del análisis de las anteriores investigaciones que relacionan la Estadística y el CDC con los tres principales componentes que propone Shulman, se presenta la siguiente tabla de sus componentes y categorías. Se agrega las dimensiones y descriptores que propone Pinto (2010, pág. 74) en su estudio de las representaciones gráficas en Estadística.

#### 2.4 Categorías para análisis de interpretación de gráficas estadísticas

Este estudio basado en un enfoque cualitativo considera pertinente las siguientes categorías de análisis para explicar los niveles de interpretación gráfica de acuerdo a Curcio (1987), sin embargo, hay otros autores que proponen diferentes niveles como es el caso de Aoyama (2007), como se resumen a continuación: Aquí se resumen:

Niveles de interpretación de Curcio:

a) Leer los datos, b) Leer entre los datos, c) Leer más allá de los datos, d) Leer detrás de los datos.

#### 2.5 Categorías de análisis para el CDC

Asimismo, este trabajo considera importante para determinar el Conocimiento Didáctico del Contenido, los tres componentes que propone Lee Shulman (1986), en la forma como el docente aprende ciertos conocimientos; que luego pone en práctica en la organización o planificación y, luego desarrollo de una clase de Estadística y en particular sobre la interpretación de ellas.

El siguiente cuadro muestra los componentes propuestos por Shulman (1986) y las categorías que formula esta investigación para identificar el CDC en los estudiantes de la licenciatura.

Ilustración 2: Componentes y categorías propuestas por el trabajo (2017).

Componentes	Categorías
Conocimiento del contenido curricular	1.Lineamientos curriculares 2.Estándares Básicos de Competencias
Conocimiento didáctico del contenido	1.Concepciones

	2. Fuentes de obtención de conocimiento 3. Planeación de clase
Conocimiento de la disciplina a enseñar	Conceptos estadísticos: 1. Situaciones problema 2. Lenguaje 3. Reglas (definiciones, propiedades, procedimientos) 4. Argumentos 5. Relaciones

Otro enfoque que aporta a este trabajo de grado es el CDC para la interpretación de gráficas estadísticas en estudiantes de la licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas es la EOS (enfoque Ontosemiótico) y específicamente al diseño del cuestionario. El cuestionario se centra en la dimensión epistémica desde la EOS, y que se corresponde con el *conocimiento del contenido a enseñar* propuesto por Lee Shulman (1986).

### 3. METODOLOGÍA

Se trata de realizar una propuesta de tipo cualitativo, centrada en un estudio de casos, la recolección de datos se hace con un cuestionario de *situaciones hipotéticas*, luego se realiza una entrevista en profundidad donde las preguntas se centran en el conocimiento didáctico del contenido, según las respuestas dadas por los estudiantes. Las etapas metodológicas fueron las siguientes:

1) Selección de estudiantes de pregrado, 2) Aplicación de cuestionario de situaciones problema, 3) Análisis de cuestionario, 4) Entrevista en profundidad.

### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el primer componente que propuso este trabajo de investigación basado en los propuestos por Shulman es el conocimiento del contenido curricular. Se halla que propondrían situaciones problemas contextualizadas de acuerdo a sus estudiantes, además de los saberes previos con que llegan a clase. De acuerdo, a la entrevista no tienen conocimiento de los estándares del Pensamiento aleatorio. No dijeron nada de los procesos matemáticos como la comunicación, el razonamiento, la modelación, se nombró la resolución de problemas.

En el componente del conocimiento de la asignatura a enseñar, es decir, Estadística; los estudiantes manejan las palabras propias de la estadística respecto a los algunos conceptos que se relacionan con la lectura e interpretación de las gráficas estadísticas como son variables cuantitativas y cualitativas o categóricas, diagrama de barras, circular, histograma, media mediana y moda, varianza, rango y otras más, como lo indica las respuestas del cuestionario.

Con respecto al componente conocimiento didáctico del contenido, los estudiantes explicaron algunos elementos teóricos didácticos que vieron y aplicaron en los cursos que ofrece el plan de la licenciatura, los estudiantes indican que realizaron actividades de análisis del discurso de algunos docentes en instituciones de educación; desde la línea de Lenguaje y comunicación, y prepararon algunas clases donde había mediación de la tecnología, explícitamente utilizaron el

programa de Geogebra para enseñar saberes de geometría. Un estudiante nombra la teoría o modelo constructivista; otro nombra elementos de la TSD (Teoría de situaciones didácticas), otro habla acerca del uso de material manipulable o concreto para los estudiantes de educación primaria.

#### 4.1 Consideraciones finales

Respecto a los estudiantes; en el momento de realizar su “praxis” tengan herramientas que posibiliten una adecuada lectura de gráficas estadísticas. También, desde la licenciatura se proponga estrategias para enseñar la Estadística, especialmente la interpretación de gráficas estadísticas. Ahora bien, finalmente, es necesario que desde las diversas líneas de formación; se incluyan actividades en los diferentes cursos sobre el Pensamiento aleatorio y sistemas de datos, como también ampliar los saberes de los futuros profesores en diversos marcos teóricos que aportan a la enseñanza de la Estadística como el CDC (Conocimiento Didáctico del Contenido) o la EOS (Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática).

## 5. REFERENCIAS

Arteaga, C. J. (2011). Evaluación Sobre Conocimientos Sobre Gráficos Estadísticos Y Conocimientos Didácticos De Futuros Profesores. Tesis Doctoral. Granada.

Bogdan., S. T. (2000). En S. T. Bogdan., Introducción a los métodos calitativos. (pág. 344). New York.: Ediciones Paidós.

Bolívar, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y didácticas específicas. Profesorado: Revista de curriculum y formación del profesorado, 13.

Carrion, J. C. (2006). An investigations about translation and interpretation of statistical graphs and tables by students of primary education.

Castellanos, M. T. (2013). Tablas y graficos estadísticos en la prueba Saber-Colombia. Granada.

Castellanos, M. T. (2013). [www.funes.uniandes.edu.co](http://www.funes.uniandes.edu.co). Recuperado el 10 de 11 de 2015, de [www.funes.uniandes.edu.co](http://www.funes.uniandes.edu.co): <http://www.funes.uniandes.edu.co>

Bogdan., S. T. (2000). En S. T. Bogdan., Introducción a los métodos calitativos. (pág. 344). New York.: Ediciones Paidós.

Bolívar, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y didácticas específicas. Profesorado: Revista de curriculum y formación del profesorado, 13.

Carrion, J. C. (2006). An investigations about translation and interpretation of statistical graphs and tables by students of primary education.

Castellanos, M. T. (2013). Tablas y graficos estadísticos en la prueba Saber-Colombia. Granada.

Castellanos, M. T. (2013). [www.funes.uniandes.edu.co](http://www.funes.uniandes.edu.co). Recuperado el 10 de 11 de 2015, de [www.funes.uniandes.edu.co](http://www.funes.uniandes.edu.co): <http://www.funes.uniandes.edu.co>

- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing Comprehension and Instructional Implications. *Journal of Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adult statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gal, I. y Garfield, J. (1997) (Eds.), *The Assessment Challenge in Statistics Education* Amsterdam: IOS Press.
- Garfield, J, delMas, B. y Chance, B. (2003, agosto). The Web-based ARTIST: Assessment Resource for Improving Statistical Thinking. Documento presentado en el Symposium: Assessment of Statistical Reasoning to Enhance Educational Quality of AERA Annual Meeting, Chicago.
- Godino, B. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática*, 191-218.
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas: un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Granada: Servicio de reprografía de la facultad de ciencias. Granada.
- Llinares, S. (1996). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función. En J. Ponte y et al. (Eds.), *Desarrollo profesional de los profesores de matemáticas en formación* (pp. 47-82). Lisboa, Portugal: Sociedad Portuguesa de Ciencias de la Educación.
- Meletiou, M. (2003). On the formalist view of mathematics: impact on statistics instruction and learning En A. Mariotti (Ed.), *Proceedings of Third European Conference in Mathematics Education*. Bellaria, Italy: European Research in Mathematics Education Society. Recuperado el 31 de agosto de 2006, de <http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings>

## DISEÑO DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA DESDE LA PERSPECTIVA DE LA ORQUESTACIÓN INSTRUMENTAL; EL CASO DE LAS TIPOLOGÍAS DE ÁNGULOS EN GRADO CUARTO DE EDUCACIÓN BÁSICA

Diana Ximena Ortiz<sup>1</sup>  
Manuel Alejandro Jaramillo<sup>2</sup>

### Resumen

Este trabajo se orienta en la concepción, el diseño, la puesta en acto y evaluación de una secuencia didáctica (SD) mediado por un software interactivo como lo es Geogebra, desde una perspectiva instrumental, con la finalidad de acompañar los procesos de Génesis instrumental en los estudiantes, para favorecer y proporcionar elementos que ayuden a la integración de instrumentos en la actividad matemática. Para tal fin, se fundamenta el diseño desde la Teoría de situaciones didácticas (TSD).

**Palabras clave:** *Orquestación Instrumental, Teoría de Situaciones Didácticas, Ángulo, Ambiente de Geometría Dinámico, Geogebra.*

### Abstract

This work focuses on the conception, design, implementation and evaluation of a didactic sequence (DS) mediated by interactive software such as Geogebra, from an instrumental perspective in order to accompany the instrumental Genesis processes in the students, to favor and provide elements that help the integration of instruments in mathematical activity. For this purpose, the design is based on the Theory of didactic situations (TDS).

**Keywords:** *Instrumental Orchestration, Theory of Didactic Situations, Angle, Dynamic Geometry Environment, GeoGebra.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Este proyecto fue propuesto para optar por el título de la Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, el cual se desarrolla en el contexto de la línea de formación en Tecnologías de la Información y la Comunicación y Educación Matemática (TICEM).

Por ende, se tiene como objetivo la caracterización de un diseño e implementación de una secuencia didáctica desde la perspectiva de la orquestación instrumental, que aborde la mediación de instrumentos, en el aprendizaje de la noción de ángulo, en la cual se integra un software Dinámico como Geogebra. Esto con el fin de fortalecer las investigaciones en la línea de formación de tecnologías y promover el intercambio de ideas en la concepción, uso, alcance y limitación de la integración de Tecnologías en la clase de matemáticas.

### 1.1 PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA.

---

<sup>1</sup> Magister en educación; Universidad del valle; Colombia; diana.ximena.ortiz@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Estudiante de licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas; Universidad del valle; Colombia;manuel.alejandro.jaramillo@correounivalle.edu.co

Numeras investigaciones muestran la necesidad de crear estrategias que favorezcan los procesos de aprendizaje en la geometría, para efectos de este trabajo se hizo un rastreo de la noción de ángulo y sus tipologías. Se encontraron investigaciones como las de Bosh, Ferrari, Marván y Rodríguez (2003), donde se han mostrado la importancia de esta noción en la estructuración y desarrollo del pensamiento geométrico y métrico, pero a su vez se muestra que hay dificultades por parte de los estudiantes en su comprensión, adicionalmente muestran con resultados dichas dificultades y concluyen que ese concepto es meramente abstracto, por ende se necesitan estrategias que permitan hacer evidente los elementos que componen el concepto.

Esta noción matemática, requiere del manejo de unas simbologías ( $<$ ,  $\perp$ ,  $\alpha$ ), esto representa para el estudiante una dificultad, dado que no le encuentra significado y por ende, no comprende la tarea. A partir de esto, se debe reconocer que la noción de ángulos se requiere para dar paso a otras nociones matemáticas, como es el caso de: rotación, semejanza y congruencia de figuras, trigonometría entre otros. Dado que en algunos estudiantes resulta complejo entender estos conceptos matemáticos, pero la dificultad real radica en aquellos pilares conceptuales que se debían trabajar en la primaria.

En este orden de ideas la pregunta que da cuenta de este trabajo es:

¿Qué caracteriza el diseño y la implementación de una secuencia didáctica que hace uso de Geogebra, para dar cuenta de los procesos de aprendizaje de las tipologías de ángulo en grado cuarto de educación básica, desde la perspectiva de la teoría de las situaciones didácticas?

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

El marco teórico que sustenta el problema de indagación del trabajo, se divide en tres dimensiones teóricas de acuerdo la metodología que guiará el trabajo: la dimensión epistemológica que está asociada a la noción matemática, en este caso el concepto de ángulo; la dimensión cognitiva en donde se toman aspectos de la mediación instrumental apoyados de la Orquestación Instrumental, dado que nos permitirá estudiar lo que sucedió en la clase. Por último, la dimensión didáctica que se desarrolla a partir de la Teoría de Situaciones Didácticas, como un referente que permite concebir y diseñar una Secuencia Didáctica.

- Dimensión Epistemológica: vinculado a la noción matemática que se pretende que el estudiante conciba desde las matemáticas experimentales, en este caso la noción de ángulo. Este apartado nos sirve para tomar en consideración la evolución del concepto de ángulo, las dificultades y obstáculos que determinan su desarrollo.
- Dimensión Cognitiva: Asociada a las características cognitivas del público al cual se dirige la enseñanza. En donde se anexan las potencialidades de desarrollar actividades integrando instrumentos en la clase, en este caso Geogebra como instrumento principal y actividades con los Esquemas sociales, para lo que es indispensable la OI y gestión didáctica de sistemas de instrumentos.
- Dimensión Didáctica: Esta dimensión está asociada a las características del funcionamiento del sistema de enseñanza, es decir, está ligada a la TSD que sustenta el diseño de la SD, ya que propone al estudiante diferentes situaciones como: acción, formulación, y validación a partir de la interacción con el medio.

## 3. METODOLOGÍA



El presente trabajo tendrá como marco metodológico la ingeniería didáctica, más específicamente la micro ingeniería, por ende el trabajo estará contemplado por cuatro fases:

#### **Fase 1: Análisis Preliminares**

En esta primera fase se tendrán en cuenta las dimensiones sustentadas en el marco teórico, las cuales permitirán dar pasos a los análisis a priori.

#### **Fase 2: Concepción y análisis a priori.**

Se concebirá el diseño de la SD fundamentada en la TSD la cual permite estructurar la concepción, diseño, realización, observación y análisis, concebido desde una mirada instrumental, ligada a la OI, que permite la organización particular de la clase, en este caso una situación matemática que tiene como finalidad movilizar la noción de ángulo, donde se integren sistemas de instrumentos que se organizan de acuerdo a la actividad que realiza el sujeto según el contexto y que en este caso deben estar articulados a la SD.

#### **Fase 3: Experimentación.**

En esta fase se pone en acto la SD con una cierta población de estudiantes, está comienza en el momento en que el docente hace contacto con el grupo de alumnos y se considera en juego durante esta etapa el contrato didáctico, la aplicación de los instrumentos; identificando todos aquellos elementos relevantes y necesarios para el desarrollo de la secuencia y el registro de observaciones durante la experimentación.

#### **Fase 4: Análisis a posteriori.**

En esta fase se organizan los datos recogidos, las observaciones realizadas a lo largo de la etapa de la experimentación, identificando los elementos relevantes y más importantes de la SD, y las producciones de los estudiantes en la clase relacionados con la noción de ángulo, posteriormente se realizará una confrontación con el análisis a priori para determinar los aciertos y desaciertos de las hipótesis planteadas inicialmente, dando paso a las conclusiones.

## **4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Geogebra fue implementado como un soporte en el desarrollo metodológico; dado que se hace un contraste entre el trabajo con material físico y el trabajo virtual. El trabajo virtual le imprime un carácter dinámico a los ángulos permitiendo visualizar muchas de sus propiedades, característica no siempre presente en otro tipo de material didáctico.

A través de los resultados se refleja las aserciones establecidas por los diferentes autores en otras investigaciones confirmando la idea que el software de geometría dinámica permite identificar la invarianza y elaborar conjeturas que llevan al estudiante a consolidar un concepto; además se observa que los estudiantes presentan características propias de aprendizaje que complementadas con el soporte del software facilita el avance de una mejor conceptualización.

## **5. REFERENCIAS**

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. P. Gómez. (ed.), Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. (pp. 33-59). Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf>

- Brousseau G. (1986): Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática, Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).
- Brousseau G. (1994): “Los diferentes roles del maestro” en Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones, C. Parra; I. Saiz (comp.) Buenos Aires, Paidós Educador.
- Brousseau G. (1998): Théorie des Situations Didactiques, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- Brousseau G. (1999): “Educación y Didáctica de las matemáticas”, en Educación Matemática, México.
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires. Libros del Zorzal
- Margolinas, C. (2009) La importancia de lo verdadero y lo falso en la clase de matemáticas. Bucaramanga: Ediciones Universidad Industrial de Santander.
- Matos, J. (1990). The historical development of the concept of angle. The mathematics Educator 1(1), pp.4 – 11.
- MEN. Estándares Curriculares de Matemáticas. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, 2003.
- MEN. Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Serie Lineamientos Curriculares. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, 1998. (Version electronica).
- Rabardel, P. (1995) Les hommes et les technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Collins
- Rabardel, P. (2007). Los hombres y las tecnologías, visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos. Ediciones Universidad industrial Santander.
- Trouche, L. (2002) Genèses instrumentales, aspects individuels et collectifs. En: GUIN, D. y Trouche, L. (Ed) Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail informatique: un problème didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.

## DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN RECURSO EDUCATIVO DIGITAL QUE HACE USO DE LA APLICACIÓN SWEET HOME 3D PARA DAR CUENTA DE LA NOCIÓN DE ÁREA Y VOLUMEN EN GRADO SEXTO DE EDUCACIÓN BÁSICA

Diana Ximena Ortiz<sup>1</sup>  
Laura Catalina Moreno Ospina<sup>2</sup>  
Julián Andrés Meléndez Cruz<sup>3</sup>  
Daniel Alejandro Leguizamo Moreno<sup>4</sup>

### Resumen

Este trabajo se centra en el diseño y la implementación de un recurso educativo digital que hace uso de una aplicación gratuita como Sweet Home 3D dando cuenta de las nociones de área y volumen. Para tal fin se toma en consideración referentes de carácter curricular como los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), Los Estándares básicos de Competencia (MEN, 2006) y la noción de recurso pedagógico propuesto por GUIN & TROUCHE (2007).

**Palabras clave:** *Recurso Digital, modos de explotación, Sweet Home 3D, Orquestación Instrumental, Recursos pedagógicos vivientes.*

### Abstract

This work focuses on the design and implementation of a digital educational resource that makes use of a free application such as Sweet Home 3D that accounts for the notions of area and volume. For this purpose, curricular references such as the Curricular Guidelines (MEN, 1998), the Basic Standards of Competence (MEN, 2006) and the notion of pedagogical resource proposed by GUIN & TROUCHE (2007) are taken into consideration.

**Keywords:** *Digital resource, modes of exploitation, Sweet Home 3D, instrumental orchestration, living pedagogical resources.*

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. Presentación del problema.

La problemática planteada, parte del hecho del cómo a la gran mayoría de los estudiantes que comienzan a introducirse en el maravilloso mundo de la geometría se les dificulta entender con claridad aquellas propiedades<sup>5</sup> que se ven inmersas al estudio del espacio. Siendo unas de las principales causas de la presencia de estos conflictos en los estudiantes, el uso de un discurso inadecuado por parte del docente hacia sus estudiantes y el uso de un solo sistema representacional del mismo.

Estrada (sf) afirma:

---

<sup>1</sup> Magister en educación; Universidad del valle; Colombia; diana.ximena.ortiz@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Estudiante de licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas; Universidad del valle sede norte del cauca; Colombia; laura.catalina.moreno@correounivalle.edu.co

<sup>3</sup> Estudiante de licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas; Universidad del valle sede norte del cauca; Colombia; julian.melendez@correounivalle.edu.co

<sup>4</sup> Universidad del valle sede norte del cauca; Colombia.

Las dificultades pueden ser por un el lenguaje, y la inadecuada enseñanza y transmisión de conocimiento utilizado por el docente que llevan al niño a no poder interpretar fácilmente los planteamientos matemáticos, influyendo en él, ciertas alteraciones de la atención perdiendo de vista conceptos importantes para aprender matemáticas.

Es por ello que en el aula de clases de matemáticas, en especial “*las clases de geometría*” se observa una alta memorización y mecanización de definiciones y algoritmos, los cuales le impiden a los estudiantes tener un pensamiento crítico y una amplia visualización de las definiciones de área y volumen en su entorno, debido a que en muchas ocasiones las puestas en acto que proponen algunos docentes no se acomodan a las múltiples necesidades de sus estudiantes, y es por este motivo, difícil que los estudiantes interioricen aquellos conceptos.

Así mismo, se propone por medio del recurso digital mediar el aprendizaje que realiza el estudiante frente a las dos nociones anteriormente propuesta, la cual se compone por medio de una serie de actividades que se fundamentan en su totalidad hacia la construcción de un inmobiliario, permitiéndole al estudiante aprender de una manera más dinámica encontrar una relación entre lo geométrico y el entorno que lo rodea.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Actualmente hay investigaciones en el campo de la didáctica de las matemáticas que reconocen la necesidad de implementar en el aula de clase, la mediación de objetos tangibles para conceptualizar las nociones abstractas de las matemáticas. Es por esto, que la aplicación Sweet Home 3D es un apoyo en el aula y más cuando se le plantea al estudiante situaciones reales que hagan parte de su contexto. A través del uso de estos artefactos se promueve en los estudiantes el desarrollo de las capacidades psicomotrices e intelectuales enlazando de manera lúdica actividades de arquitectura.

Basado en este aspecto, este trabajo da relevancia al uso de artefactos como elemento preponderante en la enseñanza de las matemáticas y como un elemento que hace parte de la gestión didáctica del profesor, donde está inmersa la labor del profesor como orquestador de la clase. Adicionalmente se toma en consideración el referente teórico de recurso pedagógico de Guin & Trouche (2007), pensando en la evolución del recurso a través de adaptaciones y transformaciones en torno a una comunidad de práctica.

## 3. METODOLOGÍA

El diseño metodológico que inspira este trabajo, se inscribe en un paradigma de investigación cualitativo con un acercamiento a un estudio de caso en el enfoque de sistematización de experiencias, se tendrá en cuenta los análisis obtenidos de los diferentes registros de las actividades y su puesta en escena.

Se hace pertinente entonces un trabajo de registro escrito, de audio y fílmico con la intención de observar y escuchar una y otra vez el docente en escena y las decisiones que toma. Ahora bien, frente a las actividades propuestas en el diseño se planearon cinco, con el fin de que el estudiante de manera autónoma junto con la ayuda del docente comprenda las definiciones de área y volumen, permitiendo de una manera evolutiva y cambiante mejorar los ambientes de aprendizajes que se dan en las clases de geometría.

Para ello, en primer lugar lo que se espera es que los estudiantes puedan identificar la importancia de las representaciones bidimensionales en contraste con representaciones tridimensionales, a partir del buen manejo del programa por medio de la exploración que aquél le dé al mismo. Sin embargo, otro aspecto a mencionar es el desarrollo que van llevando a cabo el estudiante conforme avanza en las interpretaciones de proposiciones enunciadas y problemas, las cuales adquieren sentido a medida que el estudiante como explorador del medio comprenda la importancia de su aplicabilidad y lo contraste con el medio en el cual el estudiante se movilice.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Amanera de conclusión, se debe mencionar que la introducción de las nuevas tecnologías TIC en el aula de clases modifica el rol del profesor, ya que su labor es mediar los procesos cognitivos a través del medio diseñado, como también analizar las mediaciones que se logran con el artefacto y promover el trabajo entre pares académicos.

Ahora bien, el estudiante es un participante activo de su proceso de aprendizaje ya que avanza según las retroacciones que el artefacto genera y eso estimula su aprendizaje, para lograr esto es importante mencionar que la fase de diseño y conceptualización del recurso digital es fundamental ya que es aquí donde se debe prever todas las posibles acciones que realice el estudiante y los posibles obstáculos que pueden surgir.

#### 5. REFERENCIAS

- MEN. (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Proyecto de Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Celia Fasce, S. P. (s.f.). Orquestación Instrumental Como Referente para una Reflexión Didáctica. Argentina.
- Trouche, L. (2002) Genèses instrumentales, aspects individuels et collectifs. En: GUIN, D. y Trouche, L. (Ed) Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail informatique: un problème didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.
- Estrada., L. A. (s.f). Principales dificultades cognitivas para el aprendizaje de matemáticas en primaria.
- Guin & Trouche (2007). Une approche multidimensionnelle pour la conception collaborative de ressources pédagogiques. En Baron, Guin, & Trouche (Eds), Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage. Conception et usages, regards croisés (pp.197-228)

## EL COMPONENTE GEOMÉTRICO MÉTRICO DESDE LOS RESULTADOS DE LAS OLIMPIADAS REGIONALES DE MATEMÁTICAS ESCOLARES: UNA MIRADA A LA NOCIÓN DE PERÍMETRO EN EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

Jean Carlos Pérez Melendres<sup>1</sup>  
Keyra Islem Assia Salcedo<sup>2</sup>  
Juan Alberto Barboza Rodríguez<sup>3</sup>

### Resumen

En Colombia, la enseñanza de la matemática escolar, está estructurada en los lineamientos curriculares y estándares básicos de competencias en cinco pensamientos (numérico, espacial, métrico, variacional, aleatorio). El objetivo es explicar, en cierta medida, el bajo desempeño de los estudiantes de educación básica primaria respecto a tareas con la noción de perímetro. Se utilizó la técnica del análisis de contenido para revisar libros de textos escolares de 4<sup>o</sup>-5<sup>o</sup>, donde surgieron diferentes categorías sobre el perímetro de figuras. Los libros de textos revisados, hacen énfasis en el cálculo de perímetro de polígonos, las figuras planas con lados curvos tienen poca presencia

**Palabras clave:** *Geométrico - métrico, olimpiadas, perímetro, textos escolares*

### Abstract

In Colombia, the teaching of school mathematics is structured in the curricular guidelines and basic competency standards in five thoughts (numerical, spatial, metric, variational, random). The objective is to explain, to some extent, the poor performance of primary school students regarding tasks with the notion of perimeter. The content analysis technique was used to revise school textbooks of 4<sup>o</sup> -5<sup>o</sup>, where different categories emerged on the perimeter of figures. The revised textbooks emphasize the calculation of the perimeter of polygons, the flat figures with curved sides have little presence.

**Keywords:** *Geometric - metric, perimeter, school texts, olympics.*

### 1. INTRODUCCIÓN

La evaluación es un componente pedagógico de gran valor dentro del proceso educativo, debe ser concebida de forma lúdica, que permita generar en los estudiantes retos para abordarla, además de habilidades que los enfrenten a discutir con la pregunta, que los lleven a evocar conceptos, ideas, que les permitan utilizar sus conocimientos de modo creativo e innovador (Ministerio de Educación Nacional, 2005, diap\_63). En Colombia actualmente, el Ministerio de Educación Nacional - MEN emplea entre otros, como mecanismo de evaluación las Pruebas Saber, en donde el aspecto más relevante es el desarrollo de competencias.

La Universidad de Sucre, con el ánimo de seguir desarrollando e indagando el estado y/o desarrollo de competencias en los estudiantes de educación básica y media, realiza las Olimpiadas

<sup>1</sup> Licenciado en Matemáticas; egresado Universidad de Sucre; Colombia; jperezmelndres@gmail.com

<sup>2</sup> Licenciada en Matemáticas; egresada Universidad de Sucre; Colombia; keyrassia@gmail.com

<sup>3</sup> Magíster en Educación; Universidad de Sucre; Colombia; juan.barboza@unisuc.edu.co

Regionales de Matemáticas Escolares-ORME, en donde la prueba privilegia procesos de pensamientos y competencias en matemáticas, apoyados en la matemática escolar y recreativa, con situaciones como las que plantea el MEN (2007) (citado por Gómez, 2011, p.8), estas preguntas se enfocan en la resolución de problemas, el reconocer o discriminar variables, en la comprensión de textos, hacer inferencias (...)"

No obstante, de acuerdo con el análisis de resultados en las Pruebas Saber realizado por Gómez 2011, MEN (2015) y Pérez, Barboza y Assia (2016) los cuales coinciden en que se evidencian aprendizajes y resultados del componente espacial – métrico en niveles de desempeño bajo e insuficientes; análisis que fueron respaldados por los resultados arrojados por la ORME de la Universidad de Sucre, en donde los estudiantes presentaron desempeños bajos en las preguntas referidas al componente geométrico-métrico, especialmente aquellas que invocaban la noción de perímetro.

Por tanto, asumiendo consecuentemente la necesidad y el compromiso de conocer el estado de uno de los componentes con menor desempeño en las pruebas, como es el componente geométrico-métrico, la presente investigación explica en cierta medida, algunas de las posibles causas del bajo desempeño que presentan los estudiantes en educación básica primaria respecto a tareas que involucren la noción de perímetro. Esto, desde el punto de vista estadístico y didáctico; para este último, se utilizó la técnica del análisis de contenidos como propósito para establecer los significados de los conceptos y aprehender la intencionalidad educativa del discurso de las matemáticas escolares según Rico (2013) de las situaciones problemas que presentaron en la prueba de la ORME.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Teniendo en cuenta la definición de perímetro según Godino, Batanero y Roa (2002) “la longitud de una curva cerrada plana se dice que es el perímetro de dicha curva” (p.622), es una definición que no establece, únicamente, la suma como procedimiento para calcular el perímetro de una figura. Por tanto, de los libros de texto analizados, se infiere que existe, cierta algebrización del concepto de perímetro, lo que se evidencia, con más fuerza, en el análisis de las tareas, ejercicios y situaciones que fueron establecidas dentro de siete categorías.

## 3. METODOLOGÍA

Es una investigación descriptiva, con alcances explicativos y enfoque cualitativo, enmarcada en la línea de la educación matemática, que consistió en realizar un análisis de dos situaciones del cuestionario de la Categoría Infantil A (grados 4° y 5°) de la ORME 2015 y 2016, relacionadas con el tema de perímetro, situaciones que según el análisis de contenido realizado se encontraban en un nivel medio de complejidad; lo que permitió inferir que los estudiantes de 4° y 5° asocian la idea de perímetro a la suma de los lados de una figura (polígono), como lo plantea (Fandiño y D`Amore, 2009).

En aras de intentar explicar lo anterior, se utilizó la técnica de análisis de contenido en la revisión y análisis de las definiciones/conceptos, ejercicios y problemas de los libros de texto de 4° y 5°, libros del ministerio (Proyecto Sé, Programa Todos Aprender) y tres libros de editoriales privadas. Como resultado de este ejercicio, se observó que algunas se aproximan al concepto de perímetro como medida del contorno o borde, y otras presentan la idea de perímetro como la suma de las medidas de las longitudes de los lados de una figura. Expresiones como perímetro de

“figura”, “figura plana”, “figura plana cerrada” o “polígono”, restringen o amplían el conjunto de objetos geométricos que están ligados al concepto de perímetro.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta la definición de perímetro según Godino, Batanero y Roa (2002) “la longitud de una curva cerrada plana se dice que es el perímetro de dicha curva” (p.622), es una definición que no establece, únicamente, la suma como procedimiento para calcular el perímetro de una figura. Por tanto, de los libros de texto analizados, se infiere que existe, cierta algebrización del concepto de perímetro, lo que se evidencia, con más fuerza, en el análisis de las tareas, ejercicios y situaciones que fueron establecidas dentro de siete categorías.

De las siete categorías de análisis emergidas de la revisión de los cinco libros de textos de 4° y 5°, se observó que las dos categorías con mayor presencia en dichos libros son: figuras irregulares con las medidas de todos sus lados y Polígonos irregulares sin la medida de algunos lados, dentro de esta última se encuentran las situaciones planteadas en la ORME 2015 y 2016 de la Universidad de Sucre. En cambio, las categorías: polígonos con todos sus lados desconocidos, figuras combinadas por polígonos y figuras con lados curvos, son las más escasas en los libros, resaltando que las figuras pertenecientes a estas dos últimas, aportan mayor significado en la construcción de la noción de perímetro, puesto que en estas figuras se necesita medir o inferir la medida de las longitudes de los lados de la figura, para así determinar el perímetro de la misma.

#### 5. REFERENCIAS

- Fandiño, M. I., y D'Amore, B. (2009). Área y perímetro. Aspectos conceptuales y didácticos. Editorial Magisterio. Bogotá. Colombia.
- Godino, J. D., del Carmen Batanero, M., & Roa, R. (2002). Medida de magnitudes y su didáctica para maestros. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Gómez, M (2011), Pensamiento Geométrico y Métrico en las Pruebas Nacionales, Tesis de Maestría (Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales), Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias. Bogotá, D.C., Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2005). Memorias de seminarios permanentes de formación docente en evaluación. Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (diap\_63). Bogotá, D.C., Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2015). PR-PREA-A-123-PTA-espacio y forma - 20170224 Versión 3.
- Pérez, J; Barboza, J y Assia, K (2016). El desarrollo de competencias en matemática: Una mirada a la enseñanza de la geometría desde el modelo Van Hiele. Revista Colombiana De Matemática Educativa-Recme.
- Rico, L (2013), El método del análisis didáctico. Revista Iberoamericana de Educación Matemática.



## ESTUDIO DE ALGUNOS ELEMENTOS MATEMÁTICOS QUE SUBYACEN AL CONCEPTO DE FUNCIÓN DESDE UNA PERSPECTIVA VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO DE PRIMARIA

Juan Esteban Calderón Talaga<sup>1</sup>  
Oscar Julian Obando Peña<sup>2</sup>

### Resumen

Se presenta el avance de una investigación de tipo cualitativo en la cual se busca caracterizar la manera en que inciden las situaciones de covariación en el desarrollo del pensamiento variacional y la aproximación a algunos elementos matemáticos que subyacen al concepto de función en grado quinto de primaria; dichas características se discuten a la luz del marco conceptual para el estudio del razonamiento covariacional propuesto por Carlson, Jacobs, Coe, Larsen, Y Hsu (2003). Aunque el estudio está direccionado a una indagación centrada en las actuaciones que los estudiantes presentarán al enfrentarse a situaciones diseñadas, hasta el momento se tienen algunas conclusiones: Los procesos en primaria vinculados al estudio de la covariación son muy limitados; la perspectiva curricular matemática que hace alusión al pensamiento variacional no se contrapone al razonamiento covariacional, al contrario pone su acento al estudio de la variación en diferentes escenarios, es decir, la variación implica covariación.

**Palabras clave:** *Covariación, variación, situaciones de covariación, razonamiento covariacional.*

### Abstract

The progress of a qualitative research is presented in which it seeks to characterize the way in which situations of covariation affect the development of variational thinking and the approach to some mathematical elements that underlie the concept of function in fifth grade of primary school; these characteristics are discussed in the light of the conceptual framework for the study of covariation reasoning proposed by Carlson, Jacobs, Coe, Larsen, and Hsu (2003). Although the study is aimed at an inquiry focused on the actions that students will present when facing designed situations, until now there are some conclusions: Primary processes related to the study of covariation are very limited; the mathematical curricular perspective that alludes to the variational thinking is not opposed to the covariational reasoning, on the contrary it emphasizes the study of variation in different scenarios, that is, variation implies covariation.

**Keywords:** *Covariation, variation, covariation situations, covariation reasoning.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Actualmente los Lineamientos curriculares en Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Básicos en Competencias para la misma área (MEN, 2006) establecidos por el Ministerio de Educación Nacional en Colombia, proponen que se estudie la variación desde la educación básica primaria, con el ánimo de abrir caminos hacia la comprensión de conceptos propios del álgebra,

---

<sup>1</sup> Universidad del Valle; Colombia; [juan.esteban.calderon@correounivalle.edu.co](mailto:juan.esteban.calderon@correounivalle.edu.co)

<sup>2</sup> Universidad del Valle; Colombia; [oscar.julian.obando@correounivalle.edu.co](mailto:oscar.julian.obando@correounivalle.edu.co)

como también del cálculo y de todas aquellas situaciones que tengan que ver con el pensamiento variacional.

Así mismo, una corriente de investigación denominada álgebra temprana plantea la “introducción del pensamiento algebraico en la matemática escolar desde los primeros cursos escolares mediante la observación de patrones, relaciones funcionales y propiedades matemáticas” (Molina, 2009, p.33). Dado que considera que las dificultades que muestran los estudiantes cuando aprenden álgebra son resultado de la forma o el modo en que se han abordado las matemáticas elementales.

De este modo, desde esas dos producciones teóricas formuladas en el ámbito nacional e internacional, más allá de presentar la idea de integrar el álgebra en primaria, se complementan en una afirmación que hace posada (2006) al señalar que la enseñanza y aprendizaje del álgebra debería estructurarse desde el estudio de la variación y el cambio desde los primeros grados de escolaridad. No obstante, una consecuencia de no atender esa sugerencia ha hecho que el concepto de función por ejemplo este privilegiando más un aprendizaje estático, en lugar de lo dinámico.

Por tal razón, en virtud de fortalecer la comprensión de dicho concepto en secundaria a largo plazo, es necesario que desde la primaria se puedan estudiar los elementos matemáticos<sup>1</sup> en los cuales se fundamenta el concepto de función desde una perspectiva variacional. Para lo cual, en complemento con el marco conceptual propuesto por Carlson et al. (2003) para indagar la forma como los estudiantes razonan frente a situaciones de variación se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿De qué manera, situaciones que aborden actividades de covariación, pueden incidir en el desarrollo del pensamiento variacional y la emergencia o aproximación a algunos elementos matemáticos que subyacen al concepto de función en estudiantes de grado quinto de primaria?

## 2. MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

El marco conceptual usado para describir el razonamiento covariacional en esta investigación cualitativa es el propuesto por Carlson et al. (2003). En el cual el razonamiento covariacional es interpretado como “Actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a las formas en que cada una de ellas cambia con respecto a la otra” (p. 130). En relación a esta descripción, este marco conceptual implica cinco acciones mentales con sus pertinentes comportamientos y cinco niveles de desarrollo del razonamiento covariacional; proporcionando así, un instrumento bien estructurado que permite evaluar, describir y clasificar las destrezas generales de razonamiento covariacional de un estudiante en el momento que aborda situaciones o tareas de covariación. A continuación se presenta una descripción acerca de lo que es la covariación, acciones mentales y los niveles de razonamiento covariacional:

### 2.1 covariación

Saldanha y Thompson (citado por Carlson et al. 2003) describen la covariación como “mantener en la mente, de manera simultánea, una imagen sostenida de dos valores de cantidades (magnitudes)” (p.123). Dicho de otra forma, es estar en la capacidad de coordinar los

---

<sup>1</sup> Cuando se menciona elementos matemáticos, tienen que ver con relaciones de dependencia, correlación inversa y directa, patrones de regularidad, entre otros.

cambios de una cantidad de magnitud en función de otra y además, crear una sola imagen donde dichos valores persisten en el tiempo.

Desde este punto de vista, es de notar la gran relevancia que tiene el concepto de imagen en el momento de concebir una idea de covariación, a partir de una estructura dinámica, a través de la cual se hacen perceptibles las operaciones mentales que efectúa un sujeto.

## 2.2 Acciones Mentales

Son aquellas imágenes de covariación que proporcionan un recurso para clasificar los comportamientos que se pueden evidenciar, cuando un individuo realiza tareas que impliquen la covariación. En consecuencia, un estudiante que presenta un comportamiento característico, debe sustentarlo de una acción específica, que demuestre la comprensión necesaria para ejercer tal comportamiento. En la siguiente tabla 1 se puede apreciar la descripción de cada una de las acciones mentales del razonamiento covariacional y de los comportamientos asociados respectivamente.

Tabla 1. Acciones mentales del marco conceptual para la covariación

Acción Mental	Descripción de la acción mental	Comportamientos
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.	Designación de los ejes con indicaciones verbales de coordinación de dos variables.
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable	Construcción de una línea recta creciente. Verbalización de la consciencia de la dirección del cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios en la otra variable.	Localización de puntos/construcción de rectas secantes. Verbalización de la consciencia de la cantidad de cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada
AM4	Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada.	Construcción de rectas secantes contiguas para el dominio. Verbalización de la consciencia de la razón de cambio del valor de salida mientras se consideran incrementos uniformes del valor de entrada.
AM5	Coordinación de la razón de cambio instantánea de la función con los cambios continuos en la variable independiente para todo el dominio de la función.	Construcción de una curva suave con indicaciones claras de los cambios de concavidad. Verbalización de la consciencia de los cambios instantáneos de la razón de cambio en la razón de cambio para todo el dominio de la función.

### 2.3 Niveles de razonamiento covariacional

Los niveles de razonamiento covariacional posibilitan la clasificación de los estudiantes en un nivel específico, con base en la imagen global que aparenta sustentar varias acciones mentales que estos manifiestan en el contexto de un problema o tarea. Por lo tanto, para clasificar un estudiante en un determinado nivel, este debe dar cuenta de las acciones mentales implicadas en dicho nivel y las acciones mentales de los otros niveles que lo anteceden. A continuación se explicitan los niveles de desarrollo de razonamiento covariacional en la tabla 2.

Tabla 2. Marco conceptual para los niveles de la covariación

Niveles	Características
Nivel 1 Coordinación	Las imágenes de la covariación pueden sustentar a la acción mental de coordinar el cambio de una variable con cambios en la otra variable (AM <sub>1</sub> )
Nivel 2 Dirección	Imágenes de covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la dirección del cambio de una de las variables con cambios en la otra. (AM <sub>1</sub> y AM <sub>2</sub> ).
Nivel 3 Coordinación Cuantitativa	Las imágenes de la covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la cantidad de cambio en una variable con cambios en la otra. (AM <sub>1</sub> , AM <sub>2</sub> Y AM <sub>3</sub> ).
Nivel 4 Razón Promedio	Las imágenes de covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la razón de cambio promedio de una función con cambios uniformes en los valores de entrada de la variable. La razón de cambio promedio se puede descomponer para coordinar la cantidad de cambio de la variable resultante con los cambios en la variable de entrada. (AM <sub>1</sub> hasta AM <sub>4</sub> ).
Nivel 5 Razón Instantánea	Las imágenes de covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la razón de cambio instantánea de una función con cambios continuos en la variable de entrada. Este nivel incluye una consciencia de que la razón de cambio instantánea resulta de refinamientos más y más pequeños en la razón de cambio promedio

## 2. METODOLOGÍA

El presente estudio se enmarca en un enfoque de investigación de tipo cualitativo de naturaleza descriptiva y exploratoria, ya que propone observar e identificar las actividades de covariación que tienen mayor incidencia en el desarrollo del pensamiento variacional y además,

también se busca describir y analizar las acciones de los estudiantes del grado quinto de primaria cuando abordan actividades correlacionadas, haciendo uso del marco conceptual del razonamiento covariacional propuesto por Carlson et al. (2003).

En relación a lo anterior, teniendo en cuenta que esta indagación pretende aproximar a los estudiantes de básica primaria al estudio de la variación, a través de actividades de covariación; se hace necesario contemplar de manera crítica la forma como los escolares razonan y actúan en torno a actividades que permiten establecer relaciones entre cantidades de magnitudes. Es decir, observar las características del razonamiento covariacional en estudiantes de grado quinto.

En consecuencia, el enfoque cualitativo es el que responde de mejor manera a los propósitos de la investigación, pues tal como lo afirma Hernández, Fernández y Baptista (2006) “La investigación cualitativa proporciona profundidad a los datos, dispersión, riqueza interpretativa, contextualización del ambiente o entorno, detalles y experiencias únicas”. (p.21).

En cuanto a las fases de esta investigación se tienen cuatro fases. En una primera fase, se documentó la problemática desde una perspectiva didáctica, curricular y matemática. En una segunda fase, se está diseñando la propuesta didáctica que será aplicada a estudiantes de grado quinto de básica primaria de la institución educativa Núcleo Técnico Agropecuario del municipio de Corinto Cauca, que atiende a 1500 escolares cuya familias pertenecen a los estratos 1, 2 y 3. En la tercera fase y cuarta fase, se espera aplicar la propuesta didáctica y posteriormente realizar el respectivo análisis de los datos recogidos.

Es necesario aclarar en esta parte, que actualmente esta investigación se encuentra en una fase dos, por lo que se espera que en octubre ya se haya avanzado a las siguientes fases.

### 3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Dado que el estudio que se está desarrollando se encuentra en una primera y segunda fase, las conclusiones que se tienen hasta el momento son eminentemente teóricas, entre las que se destacan las siguientes:

- Cuando se realizó una revisión de los estudios que se han hecho en relación al desarrollo del pensamiento variacional en primaria, se evidenció que es muy limitado el estudio de la covariación, tanto que pareciera que se está subestimando a los estudiantes al pensar que no pueden razonar covariacionalmente y por lo tanto, la mayoría de situaciones están vinculadas a variaciones lineales, es decir donde no hay variaciones de magnitudes de modo simultáneo.
- Se puede afirmar que hay una relación de complementariedad entre lo que plantea el Ministerio de Educación Nacional a través de los Lineamientos Curriculares en Matemáticas y los Estándares Básicos de Competencias de la misma área, particularmente, lo que tiene que ver con el pensamiento variacional no discrepa con lo que expresa Carlson et al. (2003) acerca del razonamiento covariacional. Al contrario, además de que la variación implica covariación, coinciden al afirmar que el pensamiento variacional al igual que el razonamiento covariacional se van desarrollando lentamente.

- Otro punto en común es que los estándares y el marco conceptual para el estudio de la covariación et al. (2003), favorecen el análisis y explicación de situaciones en las cuales hay relaciones de dependencia entre cantidades que covarían.
- Aunque el concepto de función no pueda promoverse en el básica primaria puesto que se sugiere abordarlo en grado octavo y noveno, si se pueden estudiar desde la primaria situaciones de covariación en las cuales se encuentren elementos matemáticos asociados a ese concepto, primordialmente porque no se requiere un dominio de la sintaxis algebraica para abordarlos.

#### 4. REFERENCIAS

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: Un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA*, 8(2), pp. 121-156.

Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares: Matemáticas. Santa fe de Bogotá, D.C.: MAGISTERIO.

Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Imprenta Nacional de Colombia.

Posada, F. (ed, 2006). Serie didáctica de las matemáticas: Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico (Vol. 2). Medellín: Artes y Letras Ltda.

Molina, M., (2009). Una propuesta de cambio curricular: Integración del pensamiento Algebraico en educación primaria. *PNA*, 3(3), 135-156.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2006). Metodología de la investigación (Cuarta ed). México, D.F.: McGraw - Hill Interamericana.

## ESTUDIO DE LOS REFERENTES DE CALIDAD EN MATEMÁTICAS SEGÚN EL MEN EN EL MÉTODO SINGAPUR APLICADO EN LA BÁSICA PRIMARIA

Karen Margarita Sotelo Narváez<sup>1</sup>  
Sonia Valbuena Duarte<sup>2</sup>

### Resumen

El problema de investigación consistió en a la luz de los referentes de calidad que propone el MEN saber qué tan pertinente ha sido la implementación del Método Singapur en las Instituciones Educativas de la ciudad de Barranquilla, dado que Singapur y Colombia son países que difieren en muchos aspectos, tales como culturales, socio-económicos y sobre todo educativo. De esta manera el objetivo general consistió en analizar el impacto del Método Singapur aplicado en la básica primaria en las instituciones educativas con base en los Referentes de Calidad del área de Matemáticas propuestos por el MEN de Colombia. El marco teórico que sirvió de base a la investigación es la organización curricular de matemáticas de Singapur y Colombia y el sustento teórico de cada uno de ellos. La metodología fue organizada en 3 fases, siguiendo un enfoque cualitativo, que consistían en seleccionar la literatura pertinente, luego analizar e interpretar la información desde las categorías del marco teórico y finalmente presentar los resultados. Para ello se utilizó la técnica de revisión documental y se aplicaron instrumentos como bitácora de observación y cuestionario. Entre los principales resultados se destaca que son pocos los docentes que están capacitados para desarrollar las clases con este método y que a la fecha no se está implementando en las 162 IED las cuales representan el 100% de las instituciones en el distrito de Barranquilla, por lo que no es posible determinar un impacto en el desempeño de las Pruebas Saber. Tampoco se evidencian actividades suficientes que potencien el desarrollo del Pensamiento Variacional, ni el logro de 3 de los 10 Derechos Básicos de Aprendizajes, en los textos del grado 1° “¡Matemáticas al Máximo!”.

**Palabras clave:** *Calidad Educativa, Currículo, Desempeños, Método Singapur, Referentes de Calidad de Matemáticas.*

### Abstract

The issue of this investigation was to know how relevant the implementation of Singapore methods had been in the Educative Institution in the city of Barranquilla, knowing that Singapore and Colombia are different countries in some aspects as culture, socioeconomics and specially about education. In this way, the general objective was to analyze the Singapore Methods impact with basic primary on the educative institutions with the base of the Quality Referent of the Mathematics department proposed by the “MEN” of Colombia.

The theoretical framework that was used at the base to the experiment is the curriculum organization of Mathematics of Singapore and Colombia and the theoretical support of each of them. The methodology was organized in three steps, following a qualitative focus that consists in selecting the relevant literature, then analyze and interpret information from the categories of the theoretical framework and finally presents the output. For this purpose, the technique of documental review is used and instruments as a blog of observation and survey

---

<sup>1</sup> Licenciada en Matemáticas; Colegio El Divino Niño; Colombia; ksotelo@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>2</sup> Magister en matemática, magister en educación; Universidad del Atlántico; Colombia; soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

are applied. Between the principal outputs, it is highlighted that they are few teachers that were able to develop the classes with this method and that today, it hasn't been implemented in 100% of the institutions, therefore this is not possible to determine an impact on the performance of the "Pruebas Saber". We can neither say that the sufficient activity that improve the variational development, neither the success of three on ten learning basics rights, in the text of the degree 1° "¡Matemáticas al Máximo!"..

**Keywords:** *Quality Referent of the Mathematics, Singapore Methods, performance, quality of education, syllabus.*

## 1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación está orientada hacia el estudio del Método Singapur aplicado en las Instituciones Educativas del Distrito de Barranquilla desde los Referentes de Calidad para el área de Matemáticas; lo que sugirió hacer una revisión documental a los Lineamientos Curriculares y Los Estándares de Competencias Básicas de Colombia, mirar el Mathematics Syllabus Primary One to Six de Singapur, los textos que usan los docentes para dar la clase de matemáticas y realizar algunas entrevistas y observaciones con el propósito de evidenciar que en la implementación de un método de enseñanza de un país como Singapur, que difiere con Colombia en muchos aspectos, como culturales, socio-económicos, político, pero sobretodo en el aspecto educativo, impacta la calidad de la educación desde las aulas de clase.

Según los resultados de las Pruebas Programme for International Student Assessment (PISA), el puntaje promedio de Colombia pasó de 370 a 390 puntos entre 2006 y 2015 representando un aumento de 20 puntos, por lo que en el año 2015 ocupó la posición 62 entre 72 países que aplicaron la prueba (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, 2017, pág. 24). Por otra parte, Singapur es uno de los países que mejores resultados ha tenido en las estas pruebas, dando cuenta de la calidad, la equidad y la eficiencia de su sistema educativo. (OECD, 2016).

El particular Método Singapur, tiene gran auge y reconocimiento a nivel mundial gracias al interés que ha despertado en los diferentes países que consideran que deben mejorar sus políticas educativas para favorecer el desempeño de sus estudiantes. La implementación de este método en Colombia se ha dado únicamente en la ciudad de Barranquilla, Atlántico convirtiéndose en una de las pioneras en su ejecución, el cual se inició en el año 2012 con grados de 1° a 5° en 22 colegios piloto, posteriormente se implementó en 32 colegios con los grados 1° y 2° y en 2016 se amplió la cobertura al 100 % de las Instituciones Educativas Distritales desde transición a 5° de primaria. (Secretaría Distrital de Educación de Barranquilla, 2017).

El Método de Singapur se desarrolla dentro de un marco de currículo, el cual se centra en la resolución de problemas y que además se interrelaciona con 5 componentes, los cuales son: los Conceptos, Habilidades, Procesos, Metacognición y Actitudes. Teniendo en cuenta lo anterior, conviene indagar sobre si en realidad se están teniendo en cuenta los tres ejes fundamentales, los contextos y los pensamientos, estructurados en la didáctica de Los Referentes de Calidad en Matemáticas durante la implementación del Método Singapur en las escuelas oficiales de Barranquilla. De igual modo, es importante saber ¿qué le aporta en este aspecto el currículo de Singapur al currículo de Colombia?, y ¿de qué manera están siendo abordados los procesos, contextos y los pensamientos en los textos que han sido adaptados para la enseñanza de las matemáticas teniendo en cuenta la implementación del Método Singapur?



## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Método Singapur

El Método Singapur desarrolla de habilidades y competencias en sus estudiantes, se basa en la resolución de problema a través de 5 componentes fundamentales, los cuales son los Conceptos, Habilidades, Procesos, Metacognición y Actitudes.

Desde otra perspectiva, las clases de matemáticas se deben abordar desde el enfoque metodológico que trata lo Concreto, Pictórico y Abstracto (CPA), que según Ban Har (2017), "se trata de empezar siempre por una actividad concreta, luego, de consultar los textos donde hay abundante material pictórico y, recién al final, enseñar los símbolos involucrados".

Dado que la resolución de problemas es el centro de este método, su fundamentación teórica está basada en Polya (1945), quien propone 4 pasos para resolver problemas de manera exitosa, tales como 1. Entender el problema, 2. Configurar un plan, 3. Ejecutar el plan, y 4. Examinar la solución.

En este método, los temas son trabajados gradualmente, y se van revisando a medida que se sube a niveles superiores, con crecientes niveles de dificultad. La planificación paso a paso permite al profesor evaluar el aprendizaje a medida que avanza la enseñanza (Ticen Pedagógica).

### 2.2 Referentes de Calidad

Por su parte, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) usa los Referentes de Calidad los cuales son referentes comunes que orientan el diseño del currículo, el plan de estudios, los proyectos escolares, la evaluación e incluso el trabajo de enseñanza en el aula, entre otros elementos. Con ellos se garantiza el acceso de todos los estudiantes a los aprendizajes facilitando así su transferencia entre establecimientos educativos y regiones. En el caso del área de matemáticas, los referentes de calidad son los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y los Lineamientos Curriculares en Matemáticas.

Así mismo, el MEN ha propuesto en los últimos años los referentes para la actualización curriculares, tales como las Mallas de Aprendizaje y los Derechos Básicos de Aprendizaje. Estos guardan una estrecha relación, debido a que las mallas de aprendizaje son un recurso para la implementación de los Derechos Básicos de Aprendizaje, que permite orientar a los docentes sobre qué deberían aprender en cada grado los estudiantes y cómo pueden desarrollar actividades para este fin.

## 6. METODOLOGÍA Y RESULTADOS

El diseño que se tendrá en cuenta en la presente investigación es **descriptivo**, (Hernández, 2003). La metodología está organizada por fases siguiendo un enfoque cualitativo, las cuales orientan la recolección y análisis de la información que se requiere para alcanzar los objetivos trazados. Estas fases o momentos están establecidas según las características de la investigación cualitativa (Rodríguez, Gil, & García, 1996, págs. 72-83).

**Fase 1.** Selección de la literatura que se desea analizar: libros del Método gráfico Singapur, los Referentes de Calidad del área de Matemáticas, Mathematics Syllabus Primary One to Six, análisis al desempeño de los estudiantes en las pruebas de estado realizadas por el ICFES. Además se aplican instrumentos como bitácora de observación y cuestionario.

**Fase 2.** Análisis e interpretación de la información desde las categorías Método Singapur y Referentes de Calidad

**Fase 3.** Presentación y publicación de los resultados obtenidos.

### 1.1 Población Y Muestra

La población objeto de estudio de la presente investigación, son 162 Instituciones Educativas Distritales de la ciudad de Barranquilla que están aplicando el método Singapur. La muestra son 10 IED de la ciudad de Barranquilla, las cuales se han seleccionado mediante un muestreo intencional no probabilístico (Kinnear y Taylor, 1998) y (Hernández, 2010), además se escogieron 19 docentes para la recolección de información a través de entrevistas.

### 1.2 Técnicas E Instrumentos

La observación no participante se realiza en el aula de clases de las IED de Barranquilla que han sido seleccionadas como muestra, a través de la bitácora de observación se registrarán información relacionada con el desarrollo de la clase, la evaluación de aprendizajes, recursos didácticos utilizados y ambiente del aula. La aplicación de la entrevista a los docentes seleccionados, cuyo objetivo es analizar los conocimientos, el dominio y las experiencias que han adquirido los docentes de básica primaria las IED de Barranquilla frente a la aplicación del Método Singapur en la enseñanza de las matemáticas. El cuestionario consta de 7 preguntas. Para la realización de la revisión documental se tendrán en cuenta literaturas como libros utilizados por los docentes de básica primaria adaptados mediante el Método Singapur, los Lineamientos Curriculares en Matemáticas, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, los Derechos Básicos de Aprendizajes y las mallas de aprendizaje.

Después de aplicar los instrumentos de recolección de información se obtuvieron los siguientes hallazgos:

- La Estructura didáctica de los currículos: En los Estándares Básicos de Competencias se habla de Procesos, Contextos y Pensamientos, por su parte el Syllabus de Singapur se habla de la estructura o modelo del pentágono, constituido por conceptos, habilidades, procesos, metacognición y actitudes, y el eje central de este currículo es la resolución de problemas. Ver tabla 1.

**Tabla 1.** Comparación de los componentes curriculares del Syllabus Singapur y los Referentes de Calidad. **Fuente:** Elaboración propia

MÉTODO SINGAPUR		REFERENTES DE CALIDAD	
<b>Conceptos</b>	- Numérico - Geométrico - Algebraico - Analítico - Probabilístico - Estadístico	- Pensamiento numérico. - Pensamiento espacial - Pensamiento variacional - Pensamiento métrico - Pensamiento aleatorio	<b>Conocimientos Básicos</b>
<b>Procesos</b>	- Razonar - Memorizar y hacer conexiones - Aplicar y modelar - Modelar - Habilidades de pensamiento - Heurísticas	- Comunicación. - Formulación, tratamiento y resolución de problemas. - Modelación. - Razonamiento. - La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.	<b>Procesos Generales de La Actividad Matemática</b>
<b>Metacognición</b>	- Monitoreo de los pensamientos propios - Autorregulación del aprendizaje	Según los Estándares Básicos de Competencias (2006), la competencia implica un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras	<b>NoCIÓN de Competencia matemática</b>
<b>Actitudes</b>	Convicción Interés Apreciación Confianza Perseverancia	apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores.	
<b>Habilidades</b>	Cálculo numérico Manipulación algebraica Visualización espacial Análisis de datos Medición Uso de herramientas matemáticas Estimación		

- Organización y secuenciación de los contenidos: Los estándares están distribuidos en columnas por cada tipo de pensamiento y se han diseñado para cada grupo de grados 1° a 3° y 4° a 5° para primaria. En el Syllabus de Singapur, los objetivos de aprendizaje están distribuidos en dos columnas llamadas contenidos y experiencias de aprendizaje, los cuales se encuentran diseñados para cada grado.
- En los libros utilizados en las clases de matemáticas, “¡Matemáticas al Máximo!” del editor Scholastic Education International (Singapore) Private Limited, no se evidencian los pensamientos, ni los procesos de la actividad matemática, propuesto en los Referentes de Calidad del MEN.
- El desempeño de los estudiantes de las IED de Barranquilla en las pruebas saber 3° no depende solamente de la implementación del Método Singapur, sino de otros factores:
- No todos los colegios del grupo piloto, presentaron mejorías en los resultados de las pruebas saber 3°.
- Algunos colegios que no implementan el método Singapur, lograron mejorías en los resultados de las pruebas saber 3°.

#### 4. CONCLUSIONES

Luego de realizar observaciones no participantes y entrevistas en las IED escogidas en la muestra, se puede concluir que:

- El Método Singapur no se está implementando en el 100% de las IED de Barranquilla, encontrándose aspectos que podrían explicar esta situación desde lo expuesto por los docentes, donde afirman que no tienen los materiales didácticos que se requiere para dar la clase con este método, o “les ha tocado” recurrir a la búsqueda de materiales que están a su alcance; algunos no cuentan con los libros que implementan el Método: “¡Matemáticas al Máximo!” completos o simplemente no los tienen. Por otra parte, son pocos los docentes que están capacitados para desarrollar las clases con este método.
- Luego de analizar los textos escolares del grado 1° que se usan en las IED de la ciudad de Barranquilla “¡Matemáticas al Máximo!”, se concluye que no se evidencian actividades que potencien el desarrollo del Pensamiento Variacional, el cual, según los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias, es uno de los pensamientos que hace parte de los conocimientos básicos que se deben desarrollar en el área de matemática.
- Así mismo, en la revisión documental se halló que 2 de los Derechos Básicos de Aprendizaje del grado 1° no se pueden lograr con la utilización de los textos “¡Matemáticas al Máximo!”, ya que carecen de actividades en donde sea posible la realización de actividades que conlleven al cumplimiento de las evidencias de aprendizaje establecidas en cada DBA.
- En cuanto a los Currículos de Matemáticas y Singapur, se lograron establecer algunas similitudes en cuanto a los fines de la educación, el cual para ambos países es indispensable formar estudiantes competentes en matemáticas, en donde se destaquen habilidades que le sirvan en su vida cotidiana. Por su parte, la estructura didáctica de los currículos de ambos países, tienen en común la resolución de problemas como eje central del currículo; además, los Procesos Generales de la actividad Matemática establecidos en los Lineamientos Curriculares están relacionados con los Procesos del currículo de Singapur; Los Pensamientos Matemáticos de los Referentes Curriculares de Matemáticas, se relacionan con los Conceptos establecidos en el currículo de Singapur.
- En cuanto al desempeño de los estudiantes de las IED de Barranquilla en las Pruebas Saber, que hicieron parte de la muestra en la presente investigación, en algunos se evidencian mejorías y en otros no tanto. Esto se debe a diversos factores, tales como el número de estudiantes que presentó la prueba cada año, el cual incide en el número de porcentajes de que se ubican en los desempeños avanzado, satisfactorio, mínimo e insuficiente.

## 5. REFERENCIAS

- Ban Har, Y. (1 de Septiembre de 2017). “Aprender matemáticas y divertirse es posible con el Método Singapur”. (E. SM, Entrevistador)
- Ministerio de Educación Nacional. (9 de Agosto de 2016). MinEducacion. Recuperado el 25 de Febrero de 2018, de Mineducación pone en marcha estrategia para mejorar desempeño

académico de 370.000 estudiantes de primaria:  
<https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-357811.html>

Ministry of Education Singapore. (2012). Mathematics Syllabus. Primary one to six. Singapur: Curriculum Planning and Development Division

Rodríguez, G., Gil, J., & García, E. (1996). Metodología de la investigación cualitativa. Ediciones ALJIBE.

Ministerio de Educación Nacional. (s.f.). Colombia Aprende. Método Singapur. Recuperado el 7 de marzo de 2018, de [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/metodo\\_singapur.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/metodo_singapur.pdf)  
Ticen Pedagógica. (s.f.). CARACTERÍSTICAS DE MATEMÁTICAS MÉTODO SINGAPUR. Recuperado el 4 de junio de 2018, de <https://www.ticen.info/metodologia>

## FORMACIÓN EN INVESTIGACIÓN Y PRÁCTICA PEDAGÓGICA DE DOCENTES DE MATEMÁTICAS: UNA MIRADA DESDE LOS FORMADORES DE FORMADORES, MAESTROS EN FORMACIÓN INICIAL Y EGRESADOS

Robinson Junior Conde Carmona<sup>1</sup>

Ivan Andrés Padilla Escorcia<sup>2</sup>

Sonia Valbuena Duarte<sup>3</sup>

### Resumen

Este trabajo de investigación centra su atención en la formación en investigación y su relación con la práctica pedagógica con las que cuentan los maestros en formación inicial, los docentes de estos maestros en formación inicial; aquí identificados como los formadores de formadores; y egresados del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico, para recolectar la información se hizo uso de diversas técnicas e instrumentos, dentro de las cuales destacan observaciones no participantes y diarios de campo, grupos focales, entrevistas, encuestas a los docentes que dictan las clases de investigación en el programa, egresados recientes del mismo y maestros en formación inicial que han pasado por las cátedras de investigación, esto para triangular la información desde diferentes puntos de vista de los actores que ejercen en el programa y compararlo con la literatura que fundamenta la formación docente e investigativa que establece el currículo de una Licenciatura en Matemáticas en Colombia, evidenciándose que los actores investigados distan del ideal teórico.

**Palabras clave:** *Docente de matemáticas, Formador de formadores, Investigación en Educación, Maestro en formación inicial, Práctica pedagógica.*

### Abstract

This research work focuses on research training and its relationship with pedagogical practice that teachers have in initial training, teachers and graduates of the Bachelor of Mathematics program at the Universidad del Atlántico, to collect information we made use of diverse techniques and instruments, among which non-participant observations and field diaries, focus groups, interviews, surveys of teachers who dictate the research classes in the program, recent graduates and teachers in initial training they have gone through the research chairs, this to triangulate the information from different points of view of the actors that they exercise in the program and compare it with the literature that bases the teacher and research training that establishes the curriculum of a Bachelor in Mathematics in Colombia.

**Keywords:** Mathematics teacher, Teacher in initial training, Pedagogical practice, investigative practice.

### 1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad una de las tareas de más relevancia que debe asumir la educación, es el desarrollo tanto de maestros en formación inicial como de maestros en ejercicio, esto visto desde

---

<sup>1</sup> Licenciado en Matemáticas; American School; Colombia; robinson-conde@hotmail.com

<sup>2</sup> Licenciado en Matemáticas; Colegio Americano de Barranquilla; Colombia; ivanandrespadillaescorcia@hotmail.com

<sup>3</sup> Magister en matemática, magister en educación; Universidad del Atlántico; Colombia; soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

que el docente es un agente de transformación social, y líder gestor de cambio y que a través de metodologías activas ofrecen herramientas para que los estudiantes comprendan el mundo desde diversos lenguajes (Garces, 2010), siendo la investigación influyente en el fracaso o éxito de los centros educativos, pues bien un elemento que asegura la constante renovación de un docente es el fortalecimiento de su práctica investigativa, bien sea a través de la investigación formativa o científica (Restrepo, 2005).

Ahora bien, en el ámbito de la educación matemática las instituciones de educación superior de Colombia afrontan el desafío de formar jóvenes que serán futuros investigadores (Valbuena, Conde, & Ortíz, 2018), esto atendiendo a las diferentes competencias con las que debe contar un docente en la actualidad, las cuales dependen en cierto grado de las exigencias y el constante cambio que sufre el ámbito académico, así mismo el Ministerio de Educación Nacional, MEN (2016) recoge estudios internacionales en los que se establece que mejorar la calidad de la educación, está directamente relacionada con la calidad de los docentes, y de manera particular con su formación inicial, mostrando consenso en lo referente a que la formación inicial de los maestros es un componente de primer orden en la calidad de un sistema educativo, desde esta mirada cobra relevancia este trabajo investigativo, en búsqueda de mejores condiciones para el trabajo en la práctica pedagógica del docente de matemáticas, bien sea a nivel de la educación superior, así como de la educación básica y la búsqueda de acciones que puedan llegar a aportar en la reflexión de la formación de investigadores en educación matemática, como estrategia para aportar al mejoramiento de la calidad de las prácticas educativas o por consiguiente contribuir con la calidad de la educación en todos sus niveles de actuación del Licenciado en Matemáticas, no obstante son escasos los docentes que asumen el rol investigativo en su quehacer, reflejándose esto en la comodidad que encuentran cuando culminan sus estudios de pregrado, asumiendo zonas de confort que los alejan de la esencia de la práctica docente en lo concerniente a lo investigativo (Padilla, Conde, & Valbuena, 2018).

Lo que inclina a presuponer la gran influencia que representa para cada docente la forma como se presenta la tarea educativa, mostrándose a la larga un estancamiento en la práctica docente y una carencia marcada hacia la ausencia de percibir relación alguna entre investigación en particular en educación matemática y práctica pedagógica (Conde, Valbuena, & Ortíz, 2018).

Bajo esa perspectiva el presente proyecto investigativo tiene el interés de describir la relación que existe entre la investigación y la práctica pedagógica desde el discurso que manejan los egresados del programa de licenciatura en matemáticas, los docentes del programa y los maestros en formación inicial en la Universidad del Atlántico, sin embargo existe una necesidad que radica en que los docentes del programa son formadores de personas que en un futuro también lo serán, ante esto se hace evidente relacionar los modelos teóricos de formación de los docentes con su práctica profesional (Badillo, Font, & Martínez, 2013), en ese sentido se pretende crear pautas que contribuyan con una formación de calidad de los docentes de matemáticas a partir de la indagación de su propia praxis, impactando en última instancia la capacidad de sus estudiantes para aprender los saberes específicos del área de matemáticas, ya que la investigación educativa no puede definirse solamente en resolver problemas teóricos, sino que debe operar dentro del marco de los fines prácticos conducidas al fortalecimiento de actividades educativas, Carr y Kemis (1986, p.151) citados por (Saker García, 2014), lo cual va de una u otra forma de la mano del MEN (2014) señala que la práctica pedagógica debe ser concebida como eje central de formación, según el Lineamiento de Calidad del MEN, lo que se constituye en una razón de orden práctico para este proyecto y justifica priorizar la investigación sobre las prácticas pedagógicas en pro de buscar un mejoramiento en la calidad de las mismas en un programa que

forma futuros docentes de manera que los mismos se conviertan en egresados que asuman el rol investigativo en su práctica pedagógica.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Reflexionar sobre la relación entre investigación y la práctica pedagógica e incluir la mediación de la didáctica, a partir de la consideración de la formación en ciencias sociales y humanas y asociadas a la ciencia, en particular en matemática, como un campo de investigación de naturaleza inter y transdisciplinaria ha recibido aportes de Arboleda y Castro (2007) quienes han buscado explicar ciertos problemas y prácticas educativas y pedagógicas en estrecha conexión con los programas de formación de docentes y los proyectos de investigación de interés de estos investigadores.

Ahora bien, el Ministerio de Educación Nacional MEN fomenta en los Lineamientos de Calidad para las Licenciatura en Educación (2014), que el campo propio de la investigación debe ser transversal y se define por los desarrollos teóricos y empíricos relacionados con la educación, la formación de maestros, y la interacción entre pedagogía, didáctica, disciplina e investigación para producir en últimas nuevas formas de pensar las prácticas y siendo que la práctica pedagógica debe ser concebida como eje central de formación. Según el Lineamiento de Calidad del MEN (2014), lo que se constituye en una razón de orden práctico para este proyecto y justifica priorizar la investigación sobre las prácticas pedagógicas en pro de la búsqueda de la mejora en la calidad de las mismas.

En este sentido, existen organizaciones internacionales compuestas de maestros e investigadores, que trabajan y aportan a la investigación en educación matemática investigando al docente y a su praxis, entre otros aspectos. Algunos de estas son: International Congress of Mathematics Education (ICME), el Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM), Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME) del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (CLAME) entre otros, y a nivel nacional, en Colombia tenemos el Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (ECME) de la Asociación Colombiana de Matemática Educativa (ASOCOLME).

El interés de este estudio se centró en la Investigación en educación matemática, La cual como lo asegura Kilpatrick (1998), evidencia una necesidad de que el docente sea investigador, y la investigación elemento fundamental para mejorar el aprendizaje y la enseñanza. Además, asegura que desde la década del noventa se atiende la necesidad de estudiar al docente y no solo al estudiante (Yáñez, 2014). En documentos recientes acerca de la actualidad de la investigación, Artigue (2013) asegura que, dada la poca actividad investigativa de los docentes de matemáticas, estos deben buscar respuestas a su propio contexto, también afirma que se le ha dado poca importancia a enfocarse en el proceso de enseñanza y el de aprendizaje, como eje de investigación.

Teniendo en cuenta el reconocimiento de la diversidad y coexistencia de los distintos enfoques, la investigación en ciencias sociales y humanas, se entiende como una herramienta para generar reflexiones en los formadores y aportar elementos para su formación, la investigación permite interpretar el mundo educativo. En este sentido, la investigación transforma las prácticas, en el campo social y en particular en la formación de los profesores, en definitiva es un proceso que busca conseguir desarrollos significativos en la educación (Sánchez y Torres, 2017).



### 3. METODOLOGÍA

El enfoque metodológico de esta investigación tiene una orientación hermenéutica y enfoque descriptivo en este estudio se busca:

- Caracterizar la investigación formativa en educación matemática en el Programa de la Licenciatura de Matemáticas en la Universidad del Atlántico, vista desde la perspectiva de los docentes, Maestros en formación y egresados
- Identificar las concepciones, creencias y paradigmas, que subyacen en los docentes, maestros en formación y egresados en cuanto a la relación práctica pedagógica e investigación en educación matemática.

La forma en que se va a analizar, interpretar, y presentar resultados es a través de:

Unidades de análisis: Práctica Pedagógica e Investigación en educación matemática en Licenciatura de Matemáticas de la Universidad del Atlántico, docente de matemáticas y las interacciones maestro-alumnos.

Técnicas de recolección: Para recabar la información, se recurrirá a la entrevista y el diario de campo a formadores y egresados del programa, encuestas a estudiantes y grupos de discusión para estos mismos, durante un par de semestre académico.

Entrevistas semiestructuradas con pregunta abierta a todos los docentes que han administrado o administran las asignaturas de investigación formativa y/o prácticas o que pertenecen al grupo de investigación del programa o han asesorado trabajos de grado, además de una muestra de 10 docentes egresados del programa que laboran en instituciones educativas de la región, por último una muestra de maestros en formación inicial de cada semestre de la Licenciatura en Matemáticas que cursen las asignaturas de investigación formativa y/o prácticas.

### 4. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN:

La metodología a implementar para el análisis de la información seguirá la idea de Badillo, Azcárete, & Font (2011) con la adaptación para este proyecto y será:

1. Elaboración del constructo teórico
2. Análisis y caracterización de las categorías de esta investigación
3. Triangulación de la información

#### 4.1 Análisis de las Observaciones, Diarios de Campo y Entrevistas a los Maestros en Formación Inicial, Docentes y Egresados del programa de Licenciatura en Matemáticas.

**Práctica investigativa:** En lo concerniente a Investigación los Maestros en Formación Inicial a través de la encuesta realizada coinciden y son homogéneos en que es un proceso que busca crear o encontrar nuevo conocimiento, en los Grupos Focales los Maestros en Formación Inicial mencionan la Investigación como una herramienta reflexiva del docente, para la transformación de una sociedad a través de la solución de situaciones problemáticas. Es por eso que aseguran que los Docentes encargados de las materias de Investigación en el programa, no están cumpliendo lo que significa Investigar ya que “teorizan mucho y no practican, convirtiéndose sus clases en tradicionales y poco transformadoras”. Por otro lado se pudo apreciar durante las *observaciones* y *diarios de campo* realizadas a los docentes egresados del

programa que en general no asumen el rol de trabajar los tópicos de matemáticas a través de la exploración, haciendo preguntas y abordándolos desde problemas del diario vivir, cabe resaltar que uno de los docentes observados si cumple con lo anterior, priorizando en que sus estudiantes a partir de conceptos creen su propia definición de los temas, a diferencia de los otros docentes que asumen la enseñanza de las matemáticas de manera tradicional, ahora bien, con respecto a la *entrevista* que se les realizó, los docentes egresados coinciden y son claros en que a pesar que la formación recibida durante su época de estudiantes con respecto a la Investigación no fue la mejor, si están convencidos que ésta es de vital importancia en el desarrollo de su práctica pedagógica diaria, a su vez son claros en afirmar que deben comprometerse más en involucrar la investigación a sus clases.

Finalmente se puede afirmar que gran parte del cuerpo docente hace variados intentos por cambiar la perspectiva de los estudiantes hacia la Investigación, fomentando a que la utilicen en su práctica, reflejándose esto desde las asignaturas de Investigación y Práctica Pedagógica, y apreciándose a través del *Diario de campo* realizado que algunos docentes cuentan con estrategias didácticas durante sus clases, siendo estas participativas, colaborativas y con un ambiente agradable.

**Práctica pedagógica:** En cuanto a la Práctica Pedagógica, algunos Maestros en Formación Inicial a través de la encuesta que realizaron, la conciben como un proceso en el que el estudiante de la licenciatura se involucra con las actividades desarrolladas en el aula de clase, desarrollo de una clase o una Investigación, sin embargo, otros consideraron la Práctica Pedagógica en un contexto más amplio como el espacio donde se lleva a cabo el proceso de Educación, partiendo de estudiantes y profesores. Ahora, desde el ámbito de los docentes egresados, durante las observaciones y diarios de campo realizados a algunas de sus clases de matemáticas, se pudo apreciar que la práctica pedagógica con la que cuentan los docentes egresados va de la mano en cada caso, esto puesto que más que contar con repertorios de estrategias que les permitan ganar la atención de sus estudiantes en lo referente al conocimiento matemático, aspecto que es importante también, deben tenerse bases pedagógicas y didácticas que les permita y fomente en estos el autoaprendizaje continuo y la búsqueda de mejorar de manera sistemática y organizada su práctica docente; sin embargo es destacable que uno de los docentes interactúa más con sus estudiantes y utiliza técnicas como la lectura y la participación para atrapar a los estudiantes en la clase, logrando elementos como la concentración y motivación en el aprendizaje de la matemática, cosa que no ocurre con los otros dos docentes que padecen de elementos estimulantes desde su práctica que produzcan empatía de cierto número de estudiantes que no perciben las matemáticas de buena forma.

Finalmente, desde el panorama de los docentes del programa, con respecto a la Práctica Pedagógica se pudo observar que las investigaciones formativas del programa se trabajan desde la teoría únicamente, ya que la producción investigativa solo se muestra en la asignatura Investigación Formativa en Educación Matemática I e Investigación Formativa en Educación Matemática II, las cuales son asignaturas que los estudiantes desarrollan con la carrera ya avanzada.

Con ayuda del Diario de campo se pudo apreciar que los docentes de las Investigaciones en Educación Matemática eran quienes más asociaban la Práctica Pedagógica a través de las actividades que realizaban en el aula, además de los docentes de práctica profesional, sin embargo hubo un pequeño número que no hace el enfoque de que un educador matemático debe ser investigador dentro y fuera del aula de clases.

#### 4.2 Triangulación de la información recolectada

Tanto Maestros en formación Inicial, como docentes egresados del programa y docentes del programa están conectados totalmente en la importancia que tiene la investigación en el contexto actual de la educación, sin embargo cada uno desde donde lo percibe y pone en práctica no está muy lejano de la realidad que se vive en el programa de Licenciatura en Matemáticas, debido a que los docentes egresados no hacen investigación en la institución donde laboran, los Maestros en Formación Inicial no están conformes con las directrices investigativas de programa, y los docentes del programa no se destacan como investigadores a nivel nacional. Poniéndose en evidencia que el programa de Licenciatura en Matemáticas, debió hacer una revisión profunda en cuanto a la investigación en educación matemática y la práctica pedagógica y hacer de este un programa de mayor impacto y calidad en la Educación Matemática en la Región Caribe y en Colombia.

Por el lado de la práctica pedagógica, los docentes del programa por obvias razones cuentan con más experiencia acerca de esto, e intentan inculcarlo a los futuros docentes, sin embargo los docentes ya egresados objeto de estudio están mostrando estrategias en sus clases con un marcado énfasis de enfoques tradicionales y de poco gusto por los estudiantes, afirman que en su época de estudiantes, no se tenía muy en cuenta durante las clases de investigación y didáctica la forma de ¿cómo enseñar?, por lo que es está siendo muy complicado encontrarle una relación a la práctica pedagógica con la investigación en el aula, ya que no cuentan con el conocimiento necesario para hacerlo, y además que los docentes que tuvieron en su época de estudiantes no generaban estímulo ni motivación, teniendo en cuenta que eran escasos los docentes con recorrido investigativo con los que contaron, que les pudieran ser modelos para la situación.

#### 5. CONCLUSIONES

- Durante esta Investigación se alcanzó el objetivo planteado inicialmente de realizar una caracterización del rol Docente en la Investigación y su relación con las Práctica Pedagógica, esto desde la elaboración de constructo que sirve de horizonte para alcanzar el ideal teórico apoyado en las directrices del Ministerio de Educación Nacional, para definir las competencias investigativas que son necesarias para ser investigador en el contexto nacional.
- A través del análisis realizado a los Maestros en Formación Inicial, los formadores de formadores de la Licenciatura en Matemáticas, y Docentes Egresados del Programa que ejercen profesión en algunas instituciones educativas de la región, con base a la información recolectada, se pudo confrontar sus visiones particulares y generales de los procesos investigativos y su relación con las Prácticas Pedagógicas.

#### 6. REFERENCIAS

- Badillo, E., Azcárete, C., & Font, V. (2011). Análisis de los niveles de comprensión de los objetos  $f'(a)$  y  $f'(x)$  en profesores de matemáticas. . Enseñanza de las Ciencias, Págs (191- 206) .
- Badillo, E., Font, V., & Martinez, M. (2013). Visualización gráfica y análisis comparativo de la práctica matemática en el aula. *Investigación y Experiencias Didácticas*, Págs (207-225), Núm.31.3.

- Conde Carmona, R., Valbuena Duarte, S., & Ortíz Ortíz, J. (2018). Perfil de formadores que administran módulos de Investigación y práctica en ciencias sociales y humanas. *Revista Logos Ciencia y Tecnología*, Págs (57 - 66) .
- Garces, R. (2010). El rol del Docente en el contexto actual. *Revista Electrónica de Desarrollo de Competencias (REDEC) N°6, Volumen 2, Universidad de Talca*.
- Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (1998). Educación matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia. Bogotá: una empresa docente.
- MEN, M. d. (2014). *Lineamientos de calidad para las licenciaturas en educación*. . Bogotá .
- MEN, M. d. (2016). *Resolución 09317 del 6 de mayo*. Bogotá.
- Padilla Escorcia, I., Conde Carmona, R., & Valbuena Duarte, S. (2018). La práctica pedagógica en la investigación en educación matemática desde la perspectiva de los egresados. *Universitas Humanistica*.
- Restrepo, B. (2005). *Conceptos y aplicaciones de la investigación formativa, y criterios para evaluar la investigación científica en sentido estricto*. CNA.
- Sánchez, B.J.; y Torres, J. (2017). *Aprender a investigar investigando*. Bogotá: Printed
- Saker García, J. (2014). Práctica pedagógica investigativa en las Escuelas Normales Superiores: contexto y pertinencia de la calidad educativa. . *Educación y Humanismo* , Págs (83-103).
- Valbuena, S., Conde, R., & Ortíz, J. (2018). La Investigación en educación matemática y Práctica Pedagógica, perspectiva de licenciados en Matemáticas en formación . *Educación y Humanismo*, Págs (201-215).
- Yáñez, J. O. (2014). Democracy at school: Let us starts with the right to speak. [Democracia en la escuela: Comencemos con el derecho a la palabra] *Signos Filosóficos*, 16(31), 97-124.

## GEOGEBRA COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA POTENCIAR EL PENSAMIENTO ESPACIAL EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO AGROPECUARIO LA ARENA DE SINCELEJO – SUCRE

Luis Gabriel Payares Coronado<sup>1</sup>  
Carlos Guillermo Hernández Contreras  
Judith Bertel

### Resumen

Esta investigación aportará una nueva metodología para potenciar el pensamiento espacial en niños de séptimo grado, diseñado mediante un sistema de tareas, que fortalece el trabajo independiente de los discentes en su proceso de aprendizaje. El paradigma es empírico analítico, Se tomó una muestra de 28 alumnos y una serie de tareas relacionadas con la temática, para aplicar el tratamiento, constituyéndose en un diseño cuasi experimental, el cual consta de tres fases; orientación, ejecución y posteriormente control y evaluación.

**Palabras clave:** *Potenciar el pensamiento espacial, tecno - matemáticas.*

### Abstract

This research will provide a new methodology to enhance spatial thinking in seventh grade children, designed through a system of tasks, which strengthens the independent work of the students in their learning process. The paradigm is analytical empirical. A sample of 28 students was taken and a series of tasks related to the subject, to apply the treatment, constituting a quasi-experimental design, which consists of three phases; orientation, execution and later control and evaluation.

**Keywords:** *Enhance spatial thinking, techno - mathematics.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Se puede evidenciar que existen dificultades en el desarrollo de situaciones que conllevan al mejoramiento de desempeños en relación al pensamiento espacial. Es por esto que una herramienta didáctica e interactiva como lo es GeoGebra, puede determinar mejores procesos de visualización y consolidación de conceptos y preconceptos necesarios para potenciar este pensamiento. Un programa multimedial interactivo puede convertirse en una poderosa herramienta pedagógica y didáctica que aproveche nuestra capacidad multisensorial. La combinación de textos, gráficos, sonido, fotografías, animaciones y videos permite transmitir el conocimiento de manera mucho más natural, vívida y dinámica, lo cual resulta crucial para el aprendizaje. Este tipo de recursos puede incitar a la transformación de los estudiantes, de recipientes pasivos de información a participantes más activos de su proceso de aprendizaje. Estas tecnologías permiten al maestro revelar al alumno nuevas dimensiones de sus objetos de enseñanza (fenómenos del mundo real, conceptos científicos o aspectos de la cultura) que su palabra, el tablero y el texto le han impedido mostrar en su verdadera magnitud.

De esta forma, este tipo de pensamiento se desarrolla a partir de conocer el origen y la evolución de los conceptos y las herramientas que pertenecen al ámbito matemático, Por

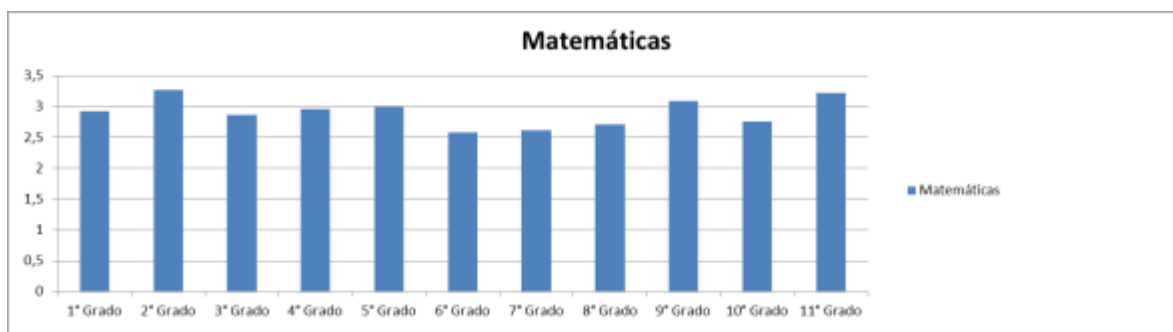
---

<sup>1</sup> Universidad de Sucre; Colombia.

consiguiente, los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias dividen el pensamiento matemático en pensamiento numérico y pensamiento espacial, que eran las dos maneras que históricamente se utilizaban para hacer matemáticas, es decir, a partir de los números y de la geometría respectivamente. Posteriormente dichos pensamientos fueron subdivididos en: pensamiento numérico y los sistemas numéricos, pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas, pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos y el pensamiento espacial y los sistemas geométricos (MEN,1998).

Éste último El MEN (1998) Afirma que el pensamiento espacial es: “... el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (P. 56). Además si se tiene en cuenta los resultados de Colombia en el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, (PISA) quien avala que: “En la mayoría de los países para los que se dispone de datos comparables, el rendimiento medio de los estudiantes en ciencias se ha mantenido prácticamente inalterado desde 2006. Sin embargo, los resultados medios en ciencias mejoraron entre 2006 y 2015 en Colombia, Israel, Macao (China), Portugal, Catar y Rumania. Colombia mejoró entre 2006 y 2015 pero se mantiene en un nivel de rendimiento medio. Ahora, si bien en cierto Aproximadamente 540.000 estudiantes presentaron las pruebas en 2015. Teniendo en cuenta que el departamento de Sucre hace parte de la muestra representativa, actualmente los niveles de aprendizajes son bajos, específicamente en su capital Sincelejo, en uno de los colegios oficiales de la zona rural, según los resultados de las pruebas SABER, que el estado colombiano realiza a todos los cursos de 3, 5 y 9 grado de todas las instituciones del país, con el fin de determinar cuáles son las fortalezas y debilidades sobre lo aprendido en cada colegio.

Resultado de las pruebas saber de todos los niveles educativos de la institución en mención se muestran a continuación:



Si se observa, los grados con más bajo desempeños son los niveles de 7° y 8° por lo que se hace necesario utilizar unas nuevas estrategias que permita mitigar estos resultados.

Es por esta razón que se aplicó un instrumento evaluativo en el grado 7° de la institución en mención para identificar los principales errores que cometen los estudiantes al momento de abordar una situación relacionada con el pensamiento espacial, posteriormente se clasifican los distintos errores según Del Puerto y Minnaard citado por (Rico 1995). Una vez socializado en el aula de informática con recursos audio visuales el programa geogebra y definir todas las funciones de los íconos, se les enseña los conceptos básicos de la geometría y se utiliza el

programa realizando un conjunto de actividades de forma individual (trazar una recta, trazar dos rectas paralelas, perpendiculares, secantes, bisecar un ángulo, crear un triángulo entre otros).

Atendiendo entonces a las pretensiones del Ministerio de Educación Nacional a través de los estándares básicos de competencias cuando dicen que: “Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos.” Motivan en cierta forma a que los docentes replanten las formas metodológicas para el proceso de enseñanza – aprendizaje y teniendo en cuenta que la tics según Pierce, Stacey & Barkatsas (2007), “ofrece nuevos enfoques para la enseñanza y por lo tanto para el aprendizaje dentro y fuera del aula”. Por todo lo anterior, se busca implementar una estrategia didáctica para la enseñanza de las matemáticas que esté guiada y asistida por las TIC’S, con el fin de desarrollar el pensamiento espacial y que ayude a su vez al estudiantado a internalizar los conceptos matemáticos antes mencionados. Entonces ¿Cómo se puede mejorar la comprensión de conceptos relacionados con el plano cartesiano utilizando GeoGebra como recurso didáctico para enriquecer el pensamiento espacial en los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Técnico Agropecuario La Arena año 2018?

## INFLUENCIA DEL CONTEXTO REAL, SIMULADO Y EVOCADO EN LOS MODELOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE POLYA, MAYER Y SCHOENFELD UTILIZADOS POR LOS ESTUDIANTES DE 5° DE BÁSICA PRIMARIA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS APLICADO EN EL PENSAMIENTO NUMÉRICO.

Andrés David Mercado Galván<sup>1</sup>  
José Gregorio Morales Pérez<sup>2</sup>

### Resumen

Sabiendo que la resolución de problema es una competencia para el estudiante y una estrategia para el docente tanto en la instrucción como en la evaluación del conocimiento puede definirse de igual manera como un medio para promover el aprendizaje. El siguiente trabajo investigativo fue desarrollado utilizando la resolución de problemas y como esta se desenvuelve en diferentes contextos a los que se enfrenta el estudiante en el ámbito escolar y cotidiano, utilizando distintos modelos de resolución de problemas pero todo lo anterior en el pensamiento numérico. Con respecto a los resultados del trabajo investigativo estos fueron obtenidos mediante actividades que involucran situaciones problemas adaptadas y modificadas con las características de cada uno de los contextos.

**Palabras clave:** contextos, resolución de problemas, evaluación, procedimientos, modelos.

### Abstract.

Knowing that problem solving is a competence for the student and a strategy for the teacher in both the instruction and the evaluation of knowledge can be defined in the same way as a means to promote learning. The following investigative work was developed using problem solving and how it develops in different contexts that the student faces in the school and everyday environment, using different models of problem solving but all of the above in numerical thinking. With respect to the results of the research work, these were obtained through activities that involve situations adapted and modified problems with the characteristics of each of the contexts.

**Keywords:** contexts, Problem resolution, evaluation, procedures, Models

### 1. INTRODUCCION.

La destreza desarrollada para resolver problemas matemáticos es uno de los objetivos más importantes que busca la educación en ciencias para mejorar las competencias matemáticas, y una de las estrategias más utilizadas por los profesores de ciencias tanto durante la instrucción como en la evaluación.

Pruebas nacionales como las pruebas saber (3°, 5° y 9°), las saber 11° ó ICFES, son ejemplos significativos de la manera como se trabajan la resolución de problemas, ya que su estructura de evaluación para este proceso general se basan en problemas que involucran además del aula de clases, situaciones cotidianas de entorno familiar, personal, laboral, comunitario o sociales

---

<sup>1</sup> Universidad de Sucre; Colombia; MercadoGalvan1997@gmail.com

<sup>2</sup> Universidad de Sucre; Colombia; Jose.morales@unisucrvirtual.edu.co



relacionadas con la interacción social de los ciudadanos y aquello que es propio de la sociedad en su conjunto.

El objetivo general de esta investigación busca distinguir los procedimientos utilizados por los estudiantes en la ejecución de resolución de problemas matemáticos aplicados en diferentes contextos utilizando el pensamiento numérico.

Por esta razón, se abordará la importancia de aplicar, permitir e incentivar contextos en donde estudiantes de grado quinto de primaria de la institución educativa San Vicente De Paul (Sincelejo-Colombia) puedan comprometerse con la gran realidad de las matemáticas en la vida diaria.

Referente a fortalezas y debilidades en las competencias y componentes evaluados en matemáticas, la institución educativa en comparación con los establecimientos educativos que presentan puntajes promedio similares, en el área y grado evaluado, el establecimiento es relativamente:

- Débil en Razonamiento y argumentación.
- Similar en Comunicación, representación y modelación.
- Débil en Planteamiento y resolución de problemas. (recuperado de <http://www2.icfesinteractivo.gov.co>)

Este último es un indicador que permite identificar con certeza que hay una debilidad en los estudiantes de grado quinto al momento de trabajar con el proceso general de la resolución de problemas en comparación a otras instituciones del país.

Además se identificará cómo los diferentes contextos (real, simulado, evocado) tienen cierta influencia en los métodos que los estudiantes de grado 5<sup>o</sup> utilizan para resolver problemas matemáticos.

Se indicará la forma como se trabajó la investigación teniendo en cuenta las necesidades educativas que tenían los estudiantes en momento, se detalla los recursos que se utilizaron para evaluar los modelos por separado y por ultimo los resultados que arrojó la investigación para tomar decisiones con respecto a la problemática.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACION.

### 2.1 Resolución de problemas

Según los estándares básicos de competencias en matemática planteados por el ministerio de educación nacional MEN, este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos.

### 2.2 Modelos de resolución de problemas.

**2.2.1 Modelo de Polya.** Polya, G., & Zugazagoitia, J. (1965) dice que para resolver un problema de necesita:

- Entender el problema.
- Configurar un plan.
- Ejecutar el plan.
- Examinar la solución obtenida.

**2.2.2 Modelo de Mayer.** Mayer, R. E. (1986) enumera los procesos a seguir en la resolución de problemas en los siguientes:

- Representación del problema: conversión del problema en una representación mental interna. Comprende dos pasos:

a) Traducción: capacidad para traducir cada proposición del problema a una representación mental, expresada en una fórmula matemática.

b) Integración de los datos: supone un conocimiento específico de los diversos tipos de problemas, a partir de un esquema adecuado a dicho problema.

- Solución del problema: diseñar un plan de solución, lo que implica:

a) Planificación: búsqueda de estrategias para la resolución.

b) Ejecución: realización de las operaciones/acciones diseñadas.

### 2.2.3 Modelo de Schoenfeld.

Schoenfeld, A. H. (2014) plantea que para abordar el proceso de resolución de problemas, se necesitan cuatro pasos:

- Analizar y comprender un problema: dibujar un diagrama, examinar un caso especial, intentar simplificarlo.
- Diseñar y planificar una solución
- Explorar soluciones: considerando una variedad de problemas equivalentes, considerando ligeras modificaciones del problema original, y considerando amplias modificaciones del problema original.
- Verificar la solución.

### 2.3 Contextos.

Martínez Silva, M., & Gorgorió i Solá, N. (2004) hacen la distinción de los términos contexto real, contexto simulado y contexto evocado.

**2.3.1 contexto real.** Se refiere a la situación de prácticas “reales” de las matemáticas, al entorno sociocultural donde esta práctica tiene lugar, en este ámbito, el conocimiento matemático es usado para resolver una situación de carácter práctico. Ejemplos de estas situaciones son las actividades de compra-venta, el uso de un plano para orientarse en una ciudad, la interpretación de los gráficos o el uso de conceptos y procedimientos matemáticos en las distintas prácticas profesionales.

**2.3.2 contexto simulado.** Tiene su origen en el contexto real, es una representación de éste y reproduce una parte de sus características. Hace referencia a aquellas situaciones o problemas de distintas naturalezas que son retomados de la realidad y transformados en entornos didácticos para que los niños aprendan, desarrollen o apliquen un concepto o procedimiento matemático.

Son ejemplos de contexto simulado la realización de un taller de carpintería con el fin de que los niños desarrollen o apliquen algunos conceptos y procedimientos de medición, la realización de juegos de mesa en la clase de matemáticas con la intención de desarrollar en los niños estrategias de conteo, la escenificación de un juego de compra-venta (la tiendita) para trabajar la resolución de problemas aritméticos a nivel oral y concreto.

**2.3.3 contexto evocado.** Se refiere a las situaciones o problemas matemáticos propuestos por el profesor en el aula, representados oralmente, por escrito o gráficamente, y a través de los cuales se evocan de manera parcial situaciones de uso social de las matemáticas.

Son ejemplos de contexto evocado el planteamiento de problemas con enunciado, con tablas de datos, gráficos o dibujos en los que se representa una situación de compra-venta, los resultados de una competencia deportiva, etc.

Tanto el contexto simulado como el evocado son productos didácticos en tanto que han sido transformados en situaciones de enseñanza por parte del profesor. Ambos son utilizados por el profesor en el aula con el objetivo de contextualizar los contenidos matemáticos escolares.

#### **2.4 Pensamiento numérico.**

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas plantean el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación. Dichos planteamientos se enriquecen si, además, se propone trabajar con las magnitudes, las cantidades y sus medidas como base para dar significado y comprender mejor los procesos generales relativos al pensamiento numérico y para ligarlo con el pensamiento métrico. Por ejemplo, para el estudio de los números naturales, se trabaja con el conteo de cantidades discretas y, para el de los números racionales y reales, de la medida de magnitudes y cantidades continuas.

### **3. METODOLOGIA.**

La presente investigación se desarrolló en la Institución Educativa San Vicente De Paul, situada en el municipio de Sincelejo en el departamento de Sucre. La población objeto de estudio es el grado quinto de la Institución Educativa que tiene 2 grupos en la jornada matinal para un total de 66 estudiantes. En la investigación se tomó como muestra el grupo 5-2 con 33 estudiantes de manera aleatoria.

Teniendo en cuenta que se busca distinguir cómo influye un contexto en la utilización de un modelo de resolución de problemas, se considera que la investigación es de tipo descriptivo con un diseño no experimental y paradigma cuantitativo.

A continuación para evaluar el contexto real se les pidió a los estudiantes resolver una actividad para la casa en la cual debían interactuar con su propia realidad diaria, para el contexto simulado se les propuso a los estudiantes una secuencia didáctica; la cual hacía posible simular una realidad, mientras que para el contexto evocado se les aplicó una prueba escrita a los estudiantes la cual evaluaba aspectos cotidianos presentados desde el papel.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

El análisis de los resultados lleva a plantear las siguientes conclusiones, que hacen referencia a los objetivos planteados en esta investigación.

El objetivo general proyectaba identificar que métodos de resolución de problemas matemáticos son los más usados por los estudiantes del grado 5° al interactuar con los contextos reales, simulados y evocados. La conclusión que se extrae de este objetivo es la siguiente:

La intervención en cada uno de los contextos: real, simulado y evocado, cada uno con una situación problema diferente logro contrastar que para el contexto real el modelo de resolución de problemas más utilizado por los estudiantes fue el de Mayer, para el contexto simulado el modelo de resolución de problemas más utilizado por los estudiantes fue el de Mayer y por último en el contexto evocado donde el modelo de resolución de problemas más utilizado por los estudiantes fue el de Polya.

Importante resaltar que el modelo de resolución de problema de Mayer fue el más utilizado en el contexto real y el contexto simulado.

Para posteriores investigaciones se recomienda evaluar el contexto real creando un formato de recolección de información en el cual se pueda evidenciar procedimientos de cálculo realizado por los estudiantes y realizar este tipo de investigación aplicado a otros pensamientos de la matemática según los estándares básicos de competencias.

#### 5. REFERENCIAS.

- Polya, G., & Zugazagoitia, J. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* (No. 04; QA11, P6.). Trillas.
- Schoenfeld, A. H. (2014). *Mathematical problem solving*. Elsevier.
- Mayer, R. E. (1986). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición* (No. 153.43 M3).
- Martínez Silva, M., & Gorgorió i Solá, N. (2004). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado*. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 6(1), 01-19.

## INSTRUCCIÓN ASISTIDA POR PLATAFORMA DE APRENDIZAJE EN LÍNEA Y GEOGEBRA PARA PROMOVER LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SUPERIOR

Carina Andrea Hernández Pacheco<sup>1</sup>  
Estela de Lourdes Juárez Ruiz<sup>2</sup>

### Resumen

El trabajo de investigación propone estudiar, bajo un enfoque cualitativo, el efecto del diseño e implementación de una propuesta de enseñanza para promover la resolución de problemas de cálculo de áreas de figuras geométricas planas en estudiantes de nuevo ingreso en educación superior, basada en las medidas de instrucción propuestas por Joan Josep Solaz-Portolés y Vicent Sanjosé Lopez, con la asistencia de Geogebra y una plataforma de aprendizaje en línea. Se busca que, con su implementación en un modelo semipresencial, se promueva el desarrollo de conocimientos y habilidades en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes.

**Palabras clave:** Resolución de problemas, Instrucción asistida por tecnología.

### Abstract

The research work proposes to study, under a qualitative approach, the effect of the design and implementation of a teaching proposal to promote solving problems of calculation of areas of flat geometric figures in higher education new entry students, based on the measures of instruction proposed by Joan Josep Solaz-Portolés and Vicent Sanjosé Lopez, with the assistance of an online learning platform. It is sought that with its implementation in a blended model, the development of knowledge and skills in solving mathematical problems in students is promoted.

**Keywords:** Problem-solving, technology-assisted instruction.

### 1. INTRODUCCIÓN

Cuando los matemáticos se enfrentan a problemas de la materia, se ha constatado que despliegan una amalgama de estrategias para resolverlos. Uno de los primeros en cuestionarse sobre las formas de descubrimiento hacia la solución de problemas matemáticos fue George Polya (1887-1985) expuesto en su libro *How To Solve It?* (1945); seguido por Schoenfeld (1985) con su obra *Mathematical problem solving*, que aparte de presentar aspectos de gran relevancia que intervienen en el sujeto solucionador de problemas, manifiesta asombro e insatisfacción al darse cuenta que no fue formado en estrategias de resolución de problemas matemáticos cuando era estudiante, a pesar que existían los muy famosos pasos de Polya. Asimismo, Halmos (1980) hace referencia a que resolver problemas es el corazón de las matemáticas (citado por Santos, 2007, p. 19).

Kleiner (1986) afirma que el desarrollo de conceptos y teorías se origina a partir del esfuerzo por resolver problemas. Del mismo modo, el Consejo Nacional de Profesores de Matemática (NCTM, 1989, 1995) identifica la resolución de problemas como uno de los objetivos

<sup>1</sup> Licenciada en Matemáticas; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla; México; carinah30@hotmail.es

<sup>2</sup> Doctorada en matemáticas; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla; México; estela.juarez@correo.buap.mx

primordiales en el aprendizaje de las matemáticas. Por lo tanto, este trabajo surge precisamente por la dificultad existente en los estudiantes para resolver problemas matemáticos, lo que a su vez complica el aprendizaje de esta disciplina.

Por tal razón, el propósito de la presente investigación es estudiar qué efecto tiene el diseño e implementación de una propuesta de enseñanza para promover la resolución de problemas de cálculo de área de figuras geométricas planas en estudiantes de educación superior, basada en las medidas de instrucción propuestas por Joan Josep Solaz-Portolés y Vicent Sanjosé Lopez, con la asistencia de una plataforma de aprendizaje en línea y el software GeoGebra.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

El matemático Schoenfeld (1985) afirma que su primera reacción ante la obra de Polya (1945) fue de placer, ya que cada vez que leía las estrategias descritas por el autor asentía con la cabeza por su increíble precisión. Sin embargo, también manifestó insatisfacción en cuanto a su formación, puesto que nunca le presentaron tales estrategias para resolver problemas matemáticos cuando era estudiante.

Manifiesta que al leer el libro de Polya (1945) *How to solve it?*, se preguntó "¿Qué significa pensar matemáticamente?" y además "¿Cómo podemos ayudar a los estudiantes a hacer esto?"; con lo que escribe su libro *Mathematical Problem Solving* (Schoenfeld, 1985) para responder estas preguntas, generando una serie de aspectos relevantes que inciden en un sujeto solucionador de problemas. Estos aspectos son sus recursos, las heurísticas (estrategias) que emplea, sus habilidades metacognitivas y sus creencias en relación con las matemáticas.

Primero Polya (1945) y luego Schoenfeld (1985) sugirieron varias estrategias generales para resolver problemas verbales a partir de preguntas como: ¿Qué es lo desconocido? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuáles son las condiciones? ¿Conoces un problema relacionado que ya ha sido resuelto? Preparar un plan para la solución y verificar los resultados obtenidos. Fan y Zhu (2007) incluyen entre las estrategias heurísticas las siguientes: "Dibujar un diagrama", "Adivinar y verificar", "Buscar un patrón", "Hacer una lista sistemática", "Usar antes de la concepción". Stacey (1991) caracteriza la "estrategia de prueba y error".

Solaz-Portolés y Lopez (2007) sugieren las siguientes medidas de instrucción que pueden ayudar a los maestros a desarrollar conocimientos y habilidades en sus estudiantes.

Se debe obtener una comprensión conceptual del tema antes de que los estudiantes resuelvan problemas, en lugar de tratar de obtener esta comprensión mediante la resolución de problemas.

Estimular procesos de estudio específicos y profundos (por ejemplo, explicando, relacionando y confrontando) para alentar a los estudiantes a crear conocimiento procedimental y situacional, que usualmente no es explícito en los textos instructivos.

Desplegar prácticas de instrucción para desarrollar habilidades de razonamiento científico tales como trabajo de laboratorio, ciencia basada en la indagación, simulaciones por computadora, análisis de datos cuantitativos, construcción de explicaciones y pensamiento crítico y capacidad de toma de decisiones. La duración y la intensidad de la exposición a situaciones de razonamiento son factores importantes para el desarrollo de habilidades de razonamiento en los estudiantes.

Fomentar la comprensión de los problemas, en lugar de dar procedimientos numéricos que pueden ser memorizados y utilizados sin comprensión, por ejemplo, usando estímulos basados en texto o en diagramas que requieren un conocimiento de conceptos subyacentes o teorías; realizar discusiones cualitativas mientras se resuelven los problemas; y también pidiendo a los estudiantes que deriven procedimientos generales en lugar de soluciones específicas.

Proporcionar a los estudiantes experiencias diversas de resolución de problemas, continuas y prolongadas, así como fomentar en ellos el hacer conexiones y pensar evaluativamente.

Ofrecer estrategias metacognitivas como las que se encuentran en los pasos de planificación, chequeo (monitoreo del progreso), verificación (de los resultados) e interpretación en la resolución de problemas.

Minimizar las fallas relacionadas con la memoria en las actividades de aprendizaje mediante el uso de instrucciones que sean lo más breves y simples posibles, dividiendo las tareas en pasos separados, proporcionando memoria de apoyo, desarrollando en los estudiantes estrategias efectivas para enfrentar situaciones en las que experimentan fallas en la memoria de trabajo, etc.

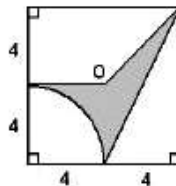
### 3. METODOLOGÍA

Se plantea una investigación de corte cualitativo. La población de estudio estará conformada por un grupo de estudiantes de nuevo ingreso de la asignatura Matemáticas Elementales de la Facultad de Ciencias de la Electrónica, en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, en México.

Al inicio del estudio se aplicará una prueba diagnóstica consistente en dos problemas matemáticos de cálculo de áreas: el primero requerirá hacer cálculos de áreas de figuras geométricas y el segundo requerirá utilizar propiedades de simetría, rotación y traslación de partes congruentes en la figura. Los problemas seleccionados se presentan en la Fig. 1 (tomada de <https://www.pinterest.es/pin/853221091876591834/>) y Fig. 2 (Maláč y Kurfürst, 1981; citado en Novotná, Eisenmann, Příbyl, Ondrušová y Břehovský, 2014).

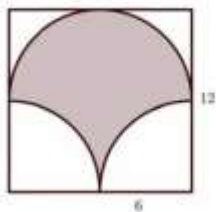
**Figura 1.** Área de la región sombreada. Tomada de: <https://www.pinterest.es/pin/853221091876591834/>.

Calcular el área de la siguiente región sombreada. O es centro del cuadrado.



**Figura 2.** Área de la gota. Maláč y Kurfürst, 1981 (citado en Novotná, et al.,2014)

Calcula el área de la "gota" cuya circunferencia está compuesta de arcos circulares. Los datos en la figura se dan en centímetros.



Posteriormente, se analizarán los resultados de las pruebas diagnósticas con la rúbrica para valoración de tareas de resolución de problemas matemáticos (Egodawatte, 2010) presentada en la Tabla I.

**Tabla I.** Rúbrica para valoración de tareas de resolución de problemas matemáticos (traducida de) Egodawatte, G. (2010). A Rubric to Self-Assess and Peer-Assess Mathematical Problem Solving Tasks of College Students. *Acta Didactica Napocensia*, 3(1), 75-88.

Criterios de evaluación	Estándares de desempeño	Fortalezas y/o necesidades
Entendimiento conceptual y conexiones	<ul style="list-style-type: none"> <li>0- No entendimiento conceptual.</li> <li>1- Casi no se encuentran términos matemáticos importantes o sus conexiones.</li> <li>2- Muestra un poco de comprensión de los términos matemáticos y sus conexiones.</li> <li>3- Utilizó la mayoría de los términos matemáticos correctamente y mostró una comprensión de sus conexiones.</li> <li>4- Usó los términos matemáticos correctamente y mostró una comprensión completa de cómo se conectan.</li> </ul>	
Estrategias y razonamiento	<ul style="list-style-type: none"> <li>0- No muestra ningún plan.</li> <li>1- Muestra un plan que no es razonable o con información innecesaria.</li> <li>2- Muestra algunos de los pasos, pero el plan no está claro.</li> <li>3- Muestra un plan razonable y la mayoría de los pasos utilizados para resolver el problema.</li> <li>4- Muestra todos los pasos utilizados para resolver el problema.</li> </ul>	
Cálculo/ Ejecución	<ul style="list-style-type: none"> <li>0- Sin cálculos.</li> <li>1- Todos los cálculos son incorrectos, pero intentaron todos o algunos de ellos.</li> <li>2- Errores importantes en el cálculo y llegó a una respuesta incorrecta.</li> <li>3- Errores menores en el cálculo.</li> <li>4- Cálculos sin errores.</li> </ul>	
Comunicación	<ul style="list-style-type: none"> <li>0- Sin explicación escrita</li> <li>1- Comunica algo que no es la respuesta.</li> <li>2- Comunica algo sobre lo que se hizo o por qué fue hecho pero no ambos.</li> <li>3- Comunica principalmente sobre lo que se hizo y un poco sobre por qué fue hecho.</li> <li>4- Comunica completamente lo que se hizo y por qué fue hecho.</li> </ul>	

La descripción de cada nivel en términos del desempeño de los estudiantes es: 0 - Por debajo de las expectativas, 1 - Marginal, 2 - Emergente, 3 - En desarrollo y 4 - Desarrollado.

Con base en el análisis de la prueba diagnóstica se diseñará el proceso de aprendizaje con las medidas de instrucción propuestas por Solaz-Portolés y Lopez (2007) y el uso de GeoGebra, en la plataforma de aprendizaje en línea Blackboard.

En la instrucción se propondrán ejercicios equivalentes a los de la prueba diagnóstica con actividades de andamiaje tanto de contenidos conceptuales, como de contenidos



procedimentales y la realización de ejercicios que pongan en práctica estos conceptos y procedimientos con el uso de GeoGebra (Quesada, 2001).

Antes de iniciar el proceso de instrucción se realizará un grupo focal, con el propósito de identificar las dificultades encontradas en los problemas de la valoración diagnóstica. Al final del proceso de instrucción, se aplicará nuevamente la prueba diagnóstica y se valorarán las respuestas de los estudiantes analizando si hubo mejora en los procesos.

Un ejemplo de actividad con GeoGebra es el siguiente problema (Fig. 3):

Figura 3. Área de la región destacada. Vísquez, H., 2016, <https://www.monografias.com/trabajos-pdf/algebra-funciones-geometria-trigonometria/algebra-funciones-geometria-trigonometria2.shtml>



El cuadrilátero ABCD corresponde a un cuadrado de lado 12cm, las ocho circunferencias implícitas son congruentes. Hallar el área de la región destacada con negro.

Los estudiantes trabajarán en Geogebra online realizando construcción del problema planteados utilizando la herramienta de rotación, con el objetivo de identificar figuras congruentes, como se muestran en las Fig. 4, 5 y 6 .

Figura 4. Figura sin rotación. Construcción propia

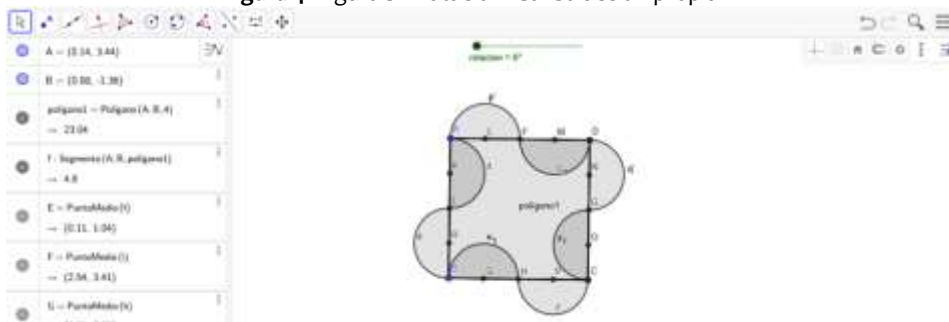


Figura 5. Figura con rotación de 90°. Construcción propia

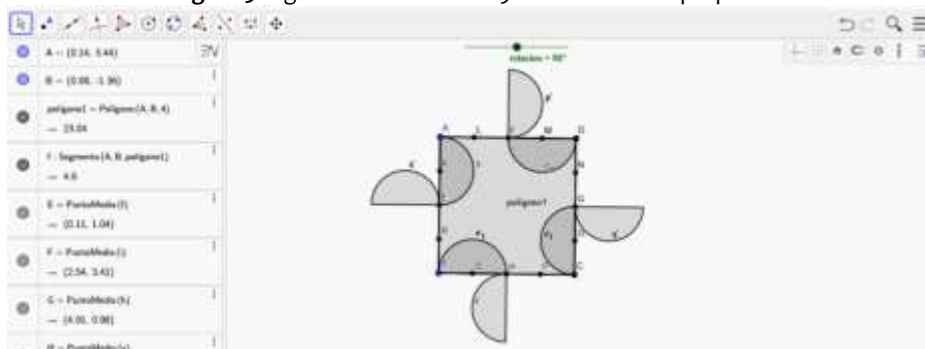
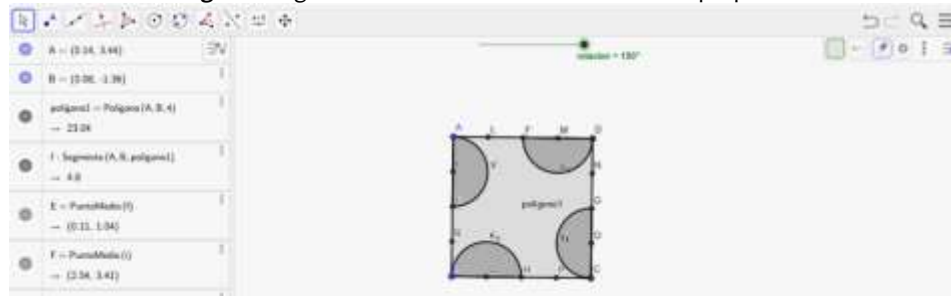


Figura 6. Figura con rotación de  $180^\circ$ . Construcción propia



#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Se espera que con la implementación de esta propuesta se promueva la resolución de problemas matemáticos del tipo cálculo de áreas en figuras geométricas, pues se considera que uno de los problemas más serios a la hora de resolver problemas matemáticos es el uso de las estrategias adecuadas que coadyuvan a encontrar la solución (Schoenfeld, 1985). Con esta propuesta se pretende desarrollar habilidades en el uso de propiedades de simetría y congruencia de figuras planas para el cálculo de áreas de figuras planas.

#### 5. REFERENCIAS

- Egodawatte, G. (2010). A Rubric to Self-Assess and Peer-Assess Mathematical Problem Solving Tasks of College Students. *Acta Didactica Napocensia*, 3(1), 75-88.
- Fan, L. and Zhu, Y. (2007) 'Representation of Problem-Solving Procedures: A Comparative Look at China, Singapore, and US mathematics textbooks', *Educational Studies in Mathematics*, vol. 66, no. 1, pp. 61-75.
- Kleiner, I. (1986). Famous problems in mathematics: An outline of a course. For the learning of mathematics, 6(1), 31-38.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: The Council.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1995). Professional standards for teaching mathematics. Reston, VA: The Council.
- Novotná, J., Eisenmann, P., Příbyl, J., Ondrušová, J., & Břehovský, J. (2014). Problem solving in school mathematics based on heuristic strategies. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 7(1), 1-6.
- Polya, G. (1945) *How to Solve It*, Princeton: Princeton University.
- Quesada, R. (2001). *Cómo planear la enseñanza estratégica*. México: Limusa.
- Santos, T. L. M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. México: Trillas.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. California: Academic Press.

Solaz-Portolés, J. J., & Lopez, V. S. (2007, December). Representations in problem solving in science: Directions for practice. In *Asia-Pacific Forum on Science Learning and Teaching* (Vol. 8, No. 2, pp. 1-17). The Education University of Hong Kong, Department of Science and Environmental Studies.

Stacey, K. (1991) 'The effects on student's problem solving behavior of long-term teaching through a problem solving approach', *Proceedings of the 15th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, vol. 3, pp. 278–285.

## LA CALCULADORA DE CUATRO REGLAS: ALGUNAS REFLEXIONES DIDÁCTICAS SOBRE SU USO PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Oscar Andres Murillo<sup>1</sup>  
Divisay Gamboa Sinisterra<sup>2</sup>  
David Benitez<sup>3</sup>

### Resumen

Esta es una propuesta, que pretende dar una reflexión sobre el uso responsable de la calculadora de cuatro reglas dentro del salón de clase en el marco de la resolución de problemas matemáticos, potencializando habilidades. Asimismo, vale la pena resaltar que este trabajo ha tomado autores como Polya, pionero en el campo relacionado con la resolución de problemas; Udina, autor que habla claramente sobre el uso de la calculadora dentro del aula de clase. Todos estos siendo parte del marco teórico de investigación.

**Palabras clave:** calculadora, resolución, problemas matemáticos, utilización, aula de clase

### Abstract

This is a proposal, which aims to give a reflection on the responsible use of the calculator of four rules within the classroom in the framework of solving mathematical problems, potentiating skills. It is also worth noting that this work has taken authors such as Polya, a pioneer in the field related to problem solving; Udina, author who speaks clearly about the use of the calculator in the classroom. All these being part of the theoretical research framework.

**Keywords:** calculator, resolution, mathematical problems, use, classroom

### 1. INTRODUCCIÓN

Muchos estudios como muestra el documento denominado *Del diseño instruccional al diseño de aprendizaje con aplicación de las tecnologías* (Góngora y Martínez, 2012) las consecuencias de implementar tecnologías en el campo educativo resultan ser significativas, conllevando de igual forma a que los estudiantes muestren gran interés y motivación al momento de trabajar conceptos matemáticos dentro las aulas de clase con el uso de estas. Es importante tener presente que el implementar las TIC dentro del campo educativo matemático abre puertas ante los posibles conocimientos que se esperarían que muchos logren desarrollar con ayudas de estas, sin causar algún tipo de dependencia. No obstante, es claro decir que no podemos dejar de lado el papel y el lápiz, ya que muchos de estos procesos trabajados en las aulas de clase terminan siendo al igual que las TIC un medio auxiliar que posibilita la buena comprensión e interiorización de los contenidos trabajados.

Considerando lo anterior, se puede decir que las calculadoras son un buen medio auxiliar de cálculo, que de una u otra manera estarán presentes dentro del aula de clases, puesto que los

---

<sup>1</sup> Estudiante de la Licenciatura en Educación Básica Con Énfasis en Matemáticas; Universidad del Valle; Colombia  
Oscar.andres.murillo@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Estudiante de la Licenciatura en Educación Básica Con Énfasis en Matemáticas; Universidad del Valle; Colombia  
Divisay.gamboa@correounivalle.edu.co

<sup>3</sup> PhD. Educación matemática; Universidad del Valle Del Área de Educación Matemática; Colombia;

estudiantes inevitablemente estarán expuestos a usarlas, puesto que estas hoy día han logrado ser parte de la vida cotidiana. Es por ello, que como docentes se debe intervenir de manera significativa y responsable sobre el uso de este medio auxiliar de cálculo para que los estudiantes no terminen dependiendo de esta, que sería en definitivamente lo que se espera que no suceda. De aquí surge el hecho del que muchos maestros impidan el uso de esta dentro del aula, sin considerar que el estudiante siempre tendrá una calculadora a su disposición ya sea en casa, bibliotecas o demás lugares que hagan parte de su cotidianidad.

Debido a ello hemos tenido en cuenta el uso de la calculadora de cuatro reglas como un medio auxiliar de cálculo tecnológico dentro del aula de clase para la resolución de problemas matemáticos, es por tal razón que el trabajo busca mostrar

¿Cómo el uso de la calculadora de cuatro reglas puede ayudar a potenciar las habilidades en los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos?

Además de analizar las estrategias que utilizan los estudiantes en el proceso de resolución de problemas matemáticos con apoyo de la calculadora de cuatro reglas.

## 2. MARCO DE INVESTIGACIÓN

### 2.1 Resolución de problemas

En esta sección se presentarán algunos elementos teóricos que servirán de base en la componente de resolución de problemas. Se analizará algunos trabajos que documentan la manera como se plantean y se resuelven problemas de matemáticas y se identificarán elementos clave en cada acercamiento teórico.

Bell (1978) define problema como “Para que una situación constituya un problema para una persona, debe estar enterada de la existencia de la situación, reconocer que debe ejecutar algún tipo de acción ante ella, desear o necesitar actuar, hacerlo y no estar capacitado, al menos en lo inmediato, para superar la situación”. Pero no es el único aspecto a destacar. También hay que caracterizar los “problemas” por oposición a los “ejercicios”.

### 2.2 Una discusión sobre la resolución de problemas de matemáticas.

A finales de los años 50 del siglo XX, la enseñanza de las matemáticas sufrió la influencia del movimiento denominado *aprendizaje significativo*. Ello dio lugar a una serie importante de reformas a la matemática escolar, estos movimientos vinculados al aprendizaje significativo fueron: *el movimiento mundial de las matemáticas modernas, el regreso a lo básico y la resolución de problemas*.

### 2.3 El movimiento de la resolución de problemas

Este movimiento surge a finales de la década de los 70 como rechazo a los movimientos anteriores de la matemática moderna y del regreso a lo básico. La mirada fue puesta de inmediato sobre los trabajos de G. Polya.

#### 2.4 el trabajo de Pólya

Polya, documenta su experiencia como matemático y como profesor. En su trabajo hace una descripción de la manera como se resuelven los problemas matemáticos. Una primera característica que hay que señalar es que la estrategia utilizada para realizar tal descripción fue la observación, es decir, una reflexión sobre su experiencia personal como matemático. Creía que su propuesta era aplicable a la solución de problemas de cualquier tipo.

El autor deja ver el propósito de la lista: ayudar al alumno en forma efectiva y natural cuando esté resolviendo un problema. Polya reitera en que no se debe dejar solo al alumno mientras intenta resolver el problema. Tampoco se debe imponerle lo que se debe hacer. Con respecto al maestro su posición debe ser intermedia: hacer preguntas y sugerencias de modo que el estudiante progresivamente vaya adquiriendo buenos hábitos y desarrollando autonomía.

Polya considera la resolución de problemas como un proceso en el que se aplican las etapas siguientes: Comprender el problema, Trazar un plan, Ejecutar el plan, Visión retrospectiva.

A continuación, se hará una breve descripción sobre cada una de las etapas del proceso:

- a. **Comprender el problema.** En esta etapa inicial deben quedar claro los datos, las incógnitas y las condiciones del problema. Estos elementos deben ser encontrados cuando se respondan las preguntas: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? las respuestas a estas preguntas deben contribuir significativamente a la comprensión de los problemas que se tratan de resolver. Esta etapa inicial es considerada crucial para el éxito en las etapas futuras. Polya afirma: intentar resolver un problema sin entenderlo es algo tonto. Una vez que el resolutor entienda el problema, debe entrar en una fase de diseño del plan de solución.
- b. **Trazar un plan.** Esta segunda etapa trata de captar las relaciones que existen entre los diversos elementos que componen el problema con el propósito de explorar posibles caminos de solución. En este proceso, puede resultar de mucha utilidad las estrategias heurísticas, éstas son estrategias generales que por sí mismas no garantizan éxito, pero resultan de bastante ayuda cuando se utilizan. Algunas estrategias que pueden ayudar a trazar un plan incluyen: considerar parte de la hipótesis, pensar en problemas conocidos, dividir un problema en subproblemas, formular el problema de forma diferente y usar diagramas para representar el problema en forma diferente. Las heurísticas son presentadas en forma de sugerencias y preguntas, éstas pueden ser utilizadas en el aula por estudiantes y maestros, simulando el monólogo que sostiene un matemático.
- c. **Ejecutar el plan.** Una vez que se ha obtenido un plan es necesario materializarlo, es decir, realizar todas y cada una de las tareas pensadas en la fase anterior hasta obtener la solución.
- d. **Visión retrospectiva.** Encontrar la solución no es el final del proceso. Una vez que el resolutor supone que ha encontrado la respuesta al problema que está atacando, se inicia un nuevo proceso que incluye: verificar los resultados, los razonamientos, explorar caminos más cortos y contundentes, así como aplicar el resultado obtenido en la solución de otro problema. La descripción del proceso de solución se pone en términos de un resolutor ideal y trata de describir conceptualmente las tareas “generales” que éste realiza al atravesar por cada una de las fases del proceso.

## 2.5 La Calculadora Y Sus Caracterizaciones

En este apartado se definirán los tipos de calculadoras que se encuentran en la actualidad, además de algunas funciones que se pueden realizar con el apoyo de este recurso, del mismo modo se definirá el tipo de calculadora que se utilizará como medio auxiliar de cálculo tecnológico para el objeto de investigación, todas estas definidas por el autor Frederic Udina I Abello, en su libro *Aritmética Y Calculadoras* (1992)

### 2.5.1 Calculadoras de 4 reglas

Se tratan de los modelos más sencillos, son aquellas calculadoras que suelen tener además de las cuatro reglas (sumar, restar, multiplicar, dividir). La raíz cuadrada y una memoria acumulativa.

Figura 1. Calculadora de cuatro reglas.

Fuente <https://es.dreamstime.com/stock-de-ilustraci%C3%B3n-calculadora-image49290402>



### 2.5.2 Calculadoras no jerárquicas

Este tipo de calculadora no tienen estructura operatoria, ni algebraica o notación lineal, en otras palabras, para realizar la operación  $5 \times 4 + 7$  o  $7 + 5 \times 4$  note que, que sus resultados son 27 o 48, siendo así que tocaría en una primera instancia introducir cada operación por separado para poder lograr el resultado deseado. (Udina, 1992).

### 2.5.3. Calculadoras jerárquicas

Por otro lado, las calculadoras jerárquicas normalmente de precio superior a las anteriores presentan jerarquía en las operaciones, la operación sumar y restar presentan jerarquía menor que las de multiplicar y dividir.

Ejemplo para efectuar una fracción del tipo  $\frac{2 - 3}{4}$  con una calculadora jerárquica bastara con teclear  $2 - 3 \div 4$ , puesto que la tecla  $\div$  forzara que se efectuó la resta antes que la división, mientras que la calculadora que opera de forma no jerárquica habrá que teclear  $2 - 3 = \div 4$  para conseguir el resultado deseado. A estas calculadoras jerárquicas se le llaman calculadoras con estructura operatoria algebraica. Operaciones realizadas con la calculadora

### 2.5.4. Operando constantes

Hoy día se puede ver que la mayoría de las calculadoras presentan un operador fijo, sin embargo para esto existen tres formas distintas: operando constante automático, operando constante por doble pulsación y operando constante por tecla especial.

### 2.5.5. Operando constante automático

En este caso la calculadora registra uno de los operandos y el tipo de operación de tal forma que cada vez que pulsamos  $=$ , se repite la operación sobre el número que se halla teclado

en la calculadora; este tipo de operando es conocido como operando constante automático (ver tabla 1)

Tabla 1. Operador constante. Fuente: recuperado de: Aritmética y Calculadoras. Udina, F. (1992)

Teclado	Pantalla	Comentario
$2 \times 2$	4	Primera operación
$5 =$	10	Vamos introduciendo
$12 =$	24	Operandos y con =
128.6	257.2	Obtenemos el operador $\times 2$

### 3. METODOLOGIA DE LA INVESTIGACIÓN

Para nuestra metodología y análisis se realizó un trabajo de corte mixto, llamado así debido a que las fichas fueron analizadas desde el enfoque cualitativo y cuantitativo. Ya que desde lo cualitativo se estudiaron las posturas, reflexiones, consideraciones, creencias que tomaron los estudiantes al momento de desarrollar las respectivas fichas con el apoyo de la calculadora de cuatro reglas. Por otro lado, desde el enfoque cuantitativo se logra mostrar de forma global y en porcentajes los resultados obtenidos por parte de los estudiantes, ya que, según Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2006) este tipo de método posee varias ventajas como son: amplitud en los datos que serán recolectados, diversidad, profundidad, riqueza interpretativa y mayor sentido del entendimiento, además de poder usar la conversión de datos cualitativos en cuantitativos y viceversa.

Esta investigación conto con cinco fases, las cuales tienen como propósito diseñar y mostrar los instrumentos que permitirán dar solución a los objetivos planteados con anterioridad al momento de solucionar y analizar los problemas matemáticos desarrollados con el apoyo de la calculadora cuatro reglas. Estas fases fueron: DISEÑO, VALIDACION, USO DE LA TECNOLOGIA, RECOLECCION, ANALISIS.

#### 3.1 Breve Análisis

En primera instancia cabe decir que para este segmento se consideraron los aportes de Polya en la resolución de problemas siendo un proceso en el que se evidenciaron las etapas siguientes:

**3.1.1 Comprender el problema:** en este sentido polya propone que esta es una etapa inicial donde deben quedar claro los datos, las incógnitas y las condiciones del problema. Considerando lo anterior y relacionado al trabajo abordado se reflexionó constantemente en que la actividad fuera clara para los estudiantes, es decir, que todos los estudiantes contemplaran el hecho sobre que debían hacer al momento de desarrollar las operaciones presentadas en la tabla, considerando que para el desarrollo de algunas de las operaciones si se necesitaban del apoyo de la calculadora como medio auxiliar de cálculo, mientras que en otras esta quedaba en un segundo plano.



**3.1.2 Trazar un plan:** En esta segunda etapa Polya afirma que es una fase en donde se busca algún tipo de estrategia que puedan ayudar a trazar un plan incluyendo: considerar parte de la hipótesis, pensar en problemas conocidos, dividir un problema en subproblemas, formular el problema de forma diferente y usar diagramas para representar el problema de forma diferente.

Es pertinente decir que aproximadamente el 98% de los estudiantes recurrieron a utilizar los mismos procedimientos para desarrollar dicho problema, incluyendo los ejercicios con el apoyo de la calculadora de cuatro reglas como medio auxiliar de cálculo. En otras palabras, los estudiantes reestructuraron las operaciones presentadas en el problema, de tal forma que al segmentarlo pudieran desarrollar operaciones conocidas por ellos para dar solución al nuevo problema, cabe decir que para los estudiantes este tipo de actividad era totalmente nueva.

**3.1.3 Ejecutar el plan:** Polya muestra que esta es una fase en la que se ejecuta dicho plan. En este caso el plan fue abordado por los estudiantes y en definitiva les sirvió como puente para obtener los resultados esperados por parte de ellos.

**3.1.4 Visión retrospectiva:** en esta fase Polya abarca conceptos particulares donde se asume que no solo se queda tal procedimiento en su verificación, sino en la profundización de lo trabajado. Para ello se tomaron algunos conceptos trabajados por Schoenfeld que son: *las estrategias cognitivas, estrategias metacognitivas, recursos, y sistemas de creencias.*

Iniciando con las *estrategias cognitivas*, su papel principal fue tomado por la *heurística*, donde los estudiantes recurrieron a utilizar diversas técnicas para comprender el problema, una de ellas se evidenció cuando los estudiantes segmentaron los problemas propuestos enunciando el problema de forma diferente para poder llegar al desarrollo del mismo.

En cuanto a las *estrategias metacognitivas*, no se tuvo un resultado esperado, ya que solo el 6.89% de los estudiantes verificaron sus respuestas tanto las operaciones realizadas por ellos mismos, como las operaciones desarrolladas con el apoyo de la calculadora de cuatro reglas. Por consiguiente, un 55,17% de los estudiantes se percataron que sus resultados debían ser iguales al tratarse de mismas operaciones, pero fue al momento de utilizar los recursos, que se logró evidenciar un resultado poco favorable en sentido que muchos no tenían claro los conceptos y definiciones acerca de la jerarquía de las operaciones.

#### 4. CONCLUSIÓN

No se trata de pensar que la calculadora de cuatro reglas sea el remedio para solucionar todas las dificultades que se presentan en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; se trata más bien de abrirles un espacio en el cual estas herramientas puedan mostrar, en igualdad de condiciones frente a los demás elementos tradicionales de la clase, su potencialidad y debilidades.

#### 5. REFERENCIAS

Benítez, D. (1998). *La importancia que tiene percibir la estructura superficial o profunda en el proceso de solución*. Tesis de Maestría. Departamento de matemática Educativa. CINVESTAV-I.P.N, México.

Góngora Parra, Y., & Martínez Leyet, O. (2012). Del diseño instruccional al diseño de aprendizaje con aplicación de las tecnologías. *Education In The Knowledge Society (EKS)*, 13(3), 342-360. Recuperado de <http://revistas.usal.es/index.php/revistatesi/article/view/9144>

Peitgen et al. (1992). *Fractals for the Classroom*, vol. 1 (Introducción de B. Mandelbrot).

Polya, G. (1947) *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Santos T., L. M. (1992). *La resolución de problemas: El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas*. *Educación matemática*, 2(2), (pp. 16-24).

Santos T., L. M. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las*

Udina, F.A (1992). *Aritmética y calculadoras: La calculadora como instrumento didáctico*. Madrid: Síntesis.

## LA DISCALCULIA Y LAS DIFICULTADES DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO

Luis Felipe Raad Arias<sup>1</sup>  
Greizy Karr Saez Galvis<sup>2</sup>  
Germán Alberto Tovío David<sup>3</sup>

### RESUMEN

Este escrito reporta los hallazgos de una investigación, que tuvo como objetivo analizar la relación del rendimiento académico de los estudiantes de sexto grado con posibles casos de discalculia. Se usaron métodos cualitativos enfocados en el estudio descriptivo de casos. Los test fueron aplicados a una muestra de 13 estudiantes que presentaron bajo rendimiento en matemáticas. Los resultados muestran que los estudiantes presentan dificultades al momento de realizar operaciones básicas con números reales y no saben cómo resolver situaciones problemas.

**Palabras clave:** *Discalculia, trastorno, inteligencia normal, habilidades, signos.*

### ADSTRACT

This paper reports the findings of an investigation, which aimed to analyze the relationship of the academic performance of sixth grade students with possible cases of dyscalculia. Qualitative methods focused on the descriptive case study were used. The tests were applied to a sample of 13 students who showed low performance in mathematics. The results show that students have difficulties when performing basic operations with real numbers and do not know how to solve problems situations.

**Keywords:** *Dyscalculia, disorder, normal intelligence, abilities, signs.*

### 1. INTRODUCCIÓN

En el ámbito escolar el rendimiento académico de los estudiantes en el área de matemáticas se ha convertido en una problemática, en la que muchos niños se encuentran en desnivel con sus compañeros al momento de hacer cálculos mentales, analizar y resolver problemas. Esto afecta notoriamente el rendimiento escolar, pues complica el establecimiento de taxonomías para los estudiantes. Estas dificultades causan un retraso a nivel educativo principalmente en los primeros años de escolaridad, en los que el dominio de las bases conceptuales es de gran importancia, debido a que el aprendizaje de la matemática es de tipo acumulativo.

### 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

---

<sup>1</sup> Bachiller académico; Universidad de Sucre; Colombia; luispipe1901@gmail.com

<sup>2</sup> Bachiller académico; Universidad de Sucre; Colombia; greykarrsaez@gmail.com

<sup>3</sup> Bachiller académico; Universidad de Sucre; Colombia; germantovio@gmail.com

Las dificultades en el área de matemática son comunes en cualquier grado de escolaridad, especialmente con electo-escritura de números, la ejecución de operaciones y su comprensión. Los problemas de aprendizajes interfieren significativamente el rendimiento académico o las actividades de la vida cotidiana que requieren lectura, cálculo o escritura. (López, y Aliño). En cuanto corresponde a los estudiantes de sexto grado deben saber realizar las operaciones básicas, manejo de decimales y las centésimas, simbología de orden, resolución y representación de problemas matemáticos.

“La discalculia es un trastorno específico en la competencia numérica y en las habilidades matemáticas, que se manifiesta en niños de inteligencia normal. Se observa una discrepancia sustancial entre las competencias en el área y su nivel intelectual. Las dificultades no pueden explicarse por algún otro trastorno neurológico o sensorial porque se trata de un déficit primario. Interfiere significativamente en el rendimiento académico o inclusive en las tareas de la vida cotidiana, por ser un cuadro severo, persistente y selectivo” (Torresi, 2012).

Una persona con discalculia presentan debilitamiento en varias habilidades tal y como; la dificultad de reconocer los símbolos matemáticos, hacer cálculos, desarrollar operaciones, aprender y poner en práctica fórmulas, identificar números, entre otras (Ramírez, 2011).

## 5. METODOLOGÍA: Estudio de casos.

Para observar y analizar los posibles casos de discalculia relacionadas con las dificultades en matemáticas se les aplicó a los estudiantes una encuesta “yo y las matemáticas” donde se trató de indagar sobre la percepción del alumno hacia las matemáticas. Los resultados evidencian que el 53,8% de los estudiantes están conforme con las clases y un 46,15% le gustan las clases de matemáticas, por lo tanto, hay una regular aceptación de los estudiantes en cuanto a las clases. En la entrevista al docente se le pidió responder cuáles son las debilidades y fortalezas de sus estudiantes al momento de resolver ejercicios y actividades matemáticas, a lo cual respondió que las fortalezas que tienen son las operaciones básicas, señalando la suma y resta, expresando que las dificultades de los alumnos se presentan momento de resolver situaciones matemáticas.

En los test correspondientes a las habilidades matemáticas se les pedio al estudiante que identificaran en una tabla una serie de números a partir de 100.000, en el cual el 69.2% de los estudiantes presentan confusión en los números 9.999 y 99.999 e incluso el 7.6% de los estudiantes no respondió porque no lo logró identificar el número. En este test también se identificó una confusión en los signos, ya que se les pedía que encerraran en círculo el signo matemático que se le iba indicando, en este ejercicio los estudiantes confunden el signo (mayor que) “>”; pero el 23% nos indicó que no sabían cuál era ese signo, algo muy particular es que el 7.6% de los estudiante encerró los dos signos “mayor que” que se encontraba en la tabla; luego señalan uno de los signos escribiendo “esta no es” sin notar que el símbolos estaba repetido en la tabla y eran iguales, por lo cual se pudo notar que estos alumnos no diferencian el símbolo “mayor que”. En cuanto a la suma y resta es muy preocupante, ya que ningunos de los estudiantes pudo sumar decimales; cuando intentaron resolver la resta “1.000-998” el 23.0% respondió “no sé”; el 46.1% de los estudiantes sumó dando como respuestas “1998” y un 7.6% dio como respuesta “0998”; en la multiplicación los estudiantes afirmaron no saber resolver esta clase de operación, y los que trataron dar respuesta a la multiplicación 456x3, lo realizaron de la siguiente forma: 3x6, escribe 18 luego 3x5, escribe 15 y finalmente 4 x 3, escribe 12 dando como resultado 121.518; por otra parte en la división ningún estudiante pudo resolver los ejercicios. En la resolución de problemas cuando se le plantea la situación de un agricultor que tiene un naranjal

con 345 árboles y aproximadamente un árbol produce 1.000 naranjas; los estudiantes que trataron darle solución sumaron  $345+1.000$ . Por otro lado, se les planteo que Juanita tiene 823 postres y vende algunos a sus compañeros, y le quedan 121 postres, a lo cual se les pregunta cuantos postres vendió. El 23.0% de los estudiantes sumó, el 15.3% realizaron la operación de sustracción, pero al momento de escribir el signo que corresponde a la operación escribieron el signo “mas” +, el resto de los alumnos no pudo dar ninguna respuesta y a lo cual respondieron “no sé”. En análisis estos estudiantes presentan confusión de los símbolos matemáticos; y en las situaciones planteadas no realizan el cálculo adecuado, las operaciones básicas que más se les dificulta son: la multiplicación y división.

## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La mayoría de los estudiantes presentan confusión de los símbolos y no razonan lógicamente las situaciones planteadas, por lo que se les dificulta argumentar y realizar los cálculos de manera adecuada. Las operaciones básicas en las que tienen falencias son la multiplicación y división; además, no conocen los números decimales. Los estudiantes presentan dificultades relacionadas con posibles casos de discalculia. Fundamentándonos en los tipos de discalculia de (Giordano, L; Ballent, E, P.98) los estudiantes podrían presentar discalculia de tipo natural también conocida como Seudo-discalculia o Pre-discalculia, esta se da al comenzar del aprendizaje del cálculo y está vinculada con sus primeras dificultades específicas, que son las que presentan los estudiantes de dicho grado. Éste tipo de discalculia se va corrigiendo hasta la primera mitad del ciclo escolar y se puede ir normalizando, es por esto que los docentes deben motivar a estos alumnos al aprendizaje de las matemáticas, crear nuevas estrategias de aprendizaje e implementar nuevos modelos pedagógicos.

## 7. REFERENCIAS

- Giordano, L; Ballent, E. G. (1976). Discalculia escolar: dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Buenos Aires: Editorial IAR
- López, J; Aliño, I; Valde, M. 2002. DSM-IV-TR: manual diagnóstico y estadístico de los trastornos mentales, texto revisado. Masson, cop. Barcelona, España.
- Ramírez, C. PROBLEMÁTICAS DE APRENDIZAJE EN LA ESCUELA. Revista Iberoamericana, Corporación Universitaria Volumen 13. N° 1. 2011
- Torresi, S. “Discalculia... No es solo una cuestión de cálculos”. en. Revista El Cisne. Edición digital. N° 257. Editorial Perfil. Enero 2012.

Jennifer Cadenas Cardona<sup>1</sup>  
Evelio Bedoya Moreno<sup>2</sup>

## Resumen

Esta propuesta, la cual ofrece una reflexión sobre la idea de concebir y reconocer a los docentes de matemáticas como *sujetos políticos*, adopta como referente teórico, el enfoque de la Educación Matemática Crítica (en adelante, EMC) pero pensada desde la Formación Docente y tiene como propósito, caracterizar la formación (teórica y práctica) del docente de matemáticas como sujeto político, a través de los diferentes aportes de la Educación Matemática Crítica. Para ello, se plantea una revisión documental, la cual se preestructura por medio de la sistematización de experiencias, surgida a partir del reconocimiento de múltiples voces enunciadas en discursos, documentos, entrevistas, textos, etc. A su vez, cabe resaltar que este trabajo ha recibido la influencia de autores como Valero y Skovsmose (2012); de Freire (1971); Skovsmose (1999); y de Martínez (2008), en los cuales se visibilizan reflexiones que llevan a la apreciación de la figura del docente como sujeto político.

**Palabras clave:** Educación Matemática, Educación Matemática Crítica, Formación docente, sujeto político.

## Abstract

This proposal, which offers a reflection on the idea of conceiving and recognizing mathematics teachers as *political subjects*, adopts as a theoretical reference, the focus of Critical Mathematical Education (hereinafter, EMC) but thought from the Teacher Training and has as a purpose, to characterize the training (theoretical and practical) of the mathematics teacher as a political subject, through the different contributions of the Critical Mathematical Education. To do this, a documentary review is proposed, which is structured through the systematization of experiences, arising from the recognition of multiple voices enunciated in speeches, documents, interviews, texts, etc. In turn, it should be noted that this work has received the influence of authors such as Valero and Skovsmose (2012); de Freire (1971); Skovsmose (1999); and Martínez (2008), in which reflections are made visible that lead to the appreciation of the figure of the teacher as a political subject.

**Keywords:** Mathematical Education, Mathematical Critical Education, Teacher training, political subject.

## 1. INTRODUCCIÓN

Reconocer que la formación política del profesor de matemáticas es un asunto de fundamental importancia para la *vida democrática de la sociedad*, nos lleva a virar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas hacia una perspectiva social y política de la educación matemática; para ello, esta propuesta ha adoptado la influencia de autores como Valero y Skovsmose (2012) en su libro donde se recolecta el trabajo de casi una década de estos dos autores, sobre lo que es la educación matemática crítica; de Skovsmose (1999); Freire (1971) con su educación como práctica de la libertad y de Martínez (2008) con su tesis doctoral en el marco del movimiento pedagógico colombiano.

---

<sup>1</sup> Estudiante de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas; Universidad del Valle; Colombia; [jennifer.cadenas@correounivalle.edu.co](mailto:jennifer.cadenas@correounivalle.edu.co)

<sup>2</sup> Ph.D. Ciencias Matemáticas, DM; Universidad del Valle del Área de Educación Matemática; Colombia; [evelio.bedoya@correounivalle.edu.co](mailto:evelio.bedoya@correounivalle.edu.co)

No obstante, estas investigaciones y el contexto de nuestra sociedad en crisis, nos pone de manifiesto la existencia de ciertas dificultades que todavía se visibilizan en la escuela, en donde aún, no ha sido asumida en su totalidad, por parte de algunos docentes de matemáticas su formación como sujetos políticos, hecho que ha imposibilitado al educando y al educador de la capacidad de asumir una actitud crítica y reflexiva de las matemáticas y de sí mismos, frente al mundo social, político, histórico, cultural y religioso. Por esta razón, la presente propuesta problematiza la idea de concebir y reconocer a los docentes de matemáticas como *sujetos políticos*, dicho de otra manera, seres que actúan en un espacio social y político con toda la capacidad de decidir y revolucionar en él; con miras a aportar elementos que permitan atender a las dificultades enunciadas —presentes en el ámbito escolar— y especialmente al desarrollo del pensamiento crítico, en busca del fortalecimiento de los procesos democráticos, deliberativos y participativos. Para ello se pretende llevar a cabo la sistematización de una experiencia, con el propósito de caracterizar la formación (teórica y práctica) del docente de matemáticas como sujeto político, a través de los diferentes aportes de la Educación Matemática Crítica.

En consecuencia, estas consideraciones permitieron formular el siguiente interrogante: ¿Cómo caracterizar la formación (teórica y práctica) del docente de matemáticas como sujeto político, asociado a los aspectos de la educación matemática crítica?

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1. Sujeto político

De acuerdo con Morin (2002) y Zemelman (2010) se podría decir que, en la constante de estos dos autores, se construye la noción de un sujeto potente, capaz de reflexionar, elegir y decidir; ligado a una visión y conexión con el mundo interdependiente, con capacidad de resignificarse y resignificar el contexto en el cual se desenvuelve.

De este modo, lo anterior deja entrever que junto con el concepto de sujeto aparece la noción de sujeto político. De acuerdo con Valero, el adjetivo “político” contempla “la naturaleza intrínseca del ser humano como un ser actuante y generador de sus condiciones sociales y materiales de vida” (Valero, 2002, p.56). De esta manera, para Valero, los sujetos políticos son seres de acción, de tal forma que, aparte de actuar en el mundo en términos de su dimensión cognitiva, es decir, “pensando solo en el vacío”, también participan en las diversas esferas de la sociedad; participación por medio de la cual, “piensan, conocen, producen y se involucran con el mundo” (Valero, 2002). En esta misma dirección, León (2013) posiciona el docente como sujeto político, en la medida que “reconoce su papel como maestro a nivel social, cultural y político, con la posibilidad de repensarse a sí mismo, de reflexionar y reconstruir su práctica” (León, 2013, p.118), a la vez que gestiona y lleva a cabo acciones políticas en el contexto en el cual desarrolla su práctica (León, 2013); es decir, que realiza transformaciones de pensamiento y de acción.

Por lo tanto, el docente de matemáticas se reconoce como un sujeto político en el hecho de llevar a cabo acciones políticas (críticas), es decir acciones pensadas para transformar el entorno en el cual incursiona; en particular el contexto educativo, el cual incluye unas normas, proyectos, leyes y políticas. Esta transformación la emprende a través de un pensamiento crítico y un actuar reflexivo sobre sí mismo, el saber científico y su contexto, las cuales materializa en la producción pedagógica y didáctica como experiencia de sí, que busca transformar y reafirmar las propias subjetividades de sus estudiantes, en una relación de interdependencia con ellos. Ya que es precisamente, en esta relación con los otros, ejerciendo diversos roles en los espacios en los cuales participan que se habla entonces del docente como sujeto político.

Sin embargo, la gran pregunta que surge al pensar en la Educación Matemática es: ¿Por qué un profesor de matemáticas tendría que pensarse como sujeto político? ¿Cómo la educación matemática tiene unos roles y unas formas de entenderse, que hacen que el profesor sea un sujeto político?

Proseguiré con Skovsmose (1999) al plantear, que las matemáticas se pueden denominar de varias formas, entre ellas como un lenguaje. Como tal, las matemáticas son un lenguaje pero filosófico, con la cual se busca traducir e interpretar aquellos fenómenos de la realidad social; y es, en ese proceso o intento por interpretar aquellas expresiones observables del mundo social, que las matemáticas, se convierten en un medio para cuestionar e interrogar el mundo; a su vez, ese cuestionamiento, lleva a razonar, a pensar, a desarrollar y elaborar todo un razonamiento lógico, a asumir posturas y a prepararnos para la toma de decisiones, acción que conforma el acto político, logrando con todo esto, desarrollar y adoptar un pensamiento crítico frente a lo que se observa, a buscarle a las cosas una razón, un sentido o un porqué.

Lo anterior para decir, que todo este proceso de cuestionamiento, razonamiento y pensamiento crítico se conjuga y constituye lo que es un sujeto político. La esencia misma de las matemáticas, es decir su formación de crítica, de cuestionamiento y razonamiento lleva a quien las estudie, en particular, al docente de matemáticas, a pensarse y a formarse como sujeto político.

De esta manera, con lo que se ha venido desarrollando, se puede evidenciar que las categorías de sujeto, política y educación matemática llevan a pensar que el docente de matemáticas es, entonces, eminentemente político; haciendo evidente la importancia del rol del docente de matemáticas como un transformador de sociedades.

## 2.2. Educación Matemática Crítica

La EMC, desde sus inicios se ha inquietado por entender como el conocimiento de las matemáticas escolares se relaciona en y con la sociedad y sus procesos políticos, históricos, económicos y culturales, además en como “la sociedad hace uso de las matemáticas, sus consecuencias e implicaciones como parte de las prácticas educativas” (Valero, Andrade-Molina y Montecino, 2015, p.289). Desde el punto de vista de Skovsmose, la EMC alude a una forma de comprender la relación de la Educación Matemática, alrededor de *preocupaciones* como el trabajo por la justicia social, la equidad, la democracia, en contra de los procesos de exclusión y supresión social, además de abrir nuevas posibilidades para los estudiantes y abordar críticamente los usos de las matemáticas en todas sus formas y aplicaciones (Valero, Andrade-Molina y Montecino, 2015).

No obstante, lo esbozado hasta aquí, nos lleva a validar la afirmación: “la Educación Matemática es Crítica” (Scaglia, 2012, p. 207). Para clarificar un poco más esta afirmación, o ir más allá, Skovsmose (2008) en *crítica como incertidumbre* afirma: “Una educación matemática crítica puede ser caracterizada en término de la preocupación con respecto a los diferentes roles socio-políticos que la matemática en acción y la educación matemática podrían jugar” (p. 4).

Conectando lo dicho inicialmente, con la cita anterior, un elemento que surge claramente de este tipo de contexto—en asociación con el contexto sociopolítico— y de la definición de poder, es la figura del docente de matemáticas como sujetos sociales y políticos; con esto, quiero decir que sería ingenuo pensar, hablar o llevar en acción, un contexto sociopolítico en las matemáticas, y seguir asumiendo a los docentes de matemáticas como *sujetos cognitivos*, que



solo actúan y piensan en el vacío, es decir, seres sin identidad, en vez de pensar y formar a los docentes de matemáticas en y como sujetos políticos.

Por tanto, cuando pensamos en la EMC a veces obviamos el papel privilegiado y preponderante en el que la EMC sitúa al educador matemático. De esta manera, cuando el docente de matemáticas asume este rol de “héroe”, se asume como sujeto político, y a su vez, convierte las matemáticas en una herramienta política; es decir, en un medio para desarrollar pensamiento crítico, para razonar y cuestionar la visión que cada persona tiene del mundo, su contexto y realidad. Es en este sentido, en el que las matemáticas cobran vida en el aula, y en la vida de los seres involucrados en el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. A la vez, que genera en las prácticas docentes, una conciencia crítica y colectiva, sobre cómo sus elecciones y acciones están influenciadas por ese contexto sociopolítico del cual se ha venido hablado, y en el que se encuentran entrelazados aspectos sociales, políticos, culturales, económicos y religiosos (Guerrero, 2008). En consecuencia, es el profesor de matemáticas como sujeto político (crítico) que puede hacer uso de las matemáticas como herramienta crítica para transformar e influenciar el medio educativo y social en el que se encuentra y de esta forma emancipar a sus estudiantes, quienes a su vez serán sujetos políticos.

### 3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Debido que el camino hacia la caracterización de la formación del docente de matemáticas como sujeto político, exige trayectos por distintos laberintos, tanto teóricos como prácticos; en esta sección, se plantea como estrategia metodológica, la sistematización de experiencias, con el objetivo de contribuir a la reflexión teórica-crítica y a un oportuno análisis con conocimientos surgidos directamente de las experiencias; es decir, a partir del reconocimiento de múltiples voces enunciadas en discursos de los entrevistados, documentos, textos, etc. Para ello, proponemos estructurar el desarrollo de este proceso a partir de unos momentos –lógicos, secuenciales y complementarios entre sí– que corresponden a la propuesta metodológica impulsada por el CEPEP<sup>1</sup> (Campó *et al.*, 2010). De igual manera, el enfoque de la sistematización como investigación es de tipo interpretativo y se sustenta desde un enfoque metodológico cualitativo.

#### 3.1. Plan de trabajo

**3.1.1. Técnicas e instrumentos de recolección de la información.** Como técnica para la recolección de la información, se realizarán entrevistas semiestructuradas, en las cuales se utilizará como herramienta, un guión de entrevista (Hernández, 2014). Además, se llevará a cabo una revisión documental, dado que primeramente se debe seleccionar aquellos documentos que guarden cierta relación con el problema de estudio y analizar la información de cada uno, luego se busca hacer una reflexión e interpretación de la información para evidenciar los aspectos más importantes que aporten al desarrollo del trabajo. Posteriormente, para el análisis de los resultados se utilizarán rejillas que permitan la organización y visualización de la información de manera relacionada y cuantitativa; a la vez que faciliten hacer interpretaciones y análisis cualitativos, recuperar la experiencia y describir algunos aspectos con mayor profundidad, contrastando aquí, los diferentes referentes teóricos con las diversas reflexiones suministradas por los entrevistados.

**3.1.2. Actividades del proceso de investigación.** Para efectos de lograr intentar responder a la propuesta de trabajo, se han diferenciado tres fases, que guían el desarrollo de este trabajo:

---

<sup>1</sup> Centros de Estudios para la Educación Popular

**Fase I:** Recolección de la Información

**Fase II:** Procesamiento de la información

**Fase III:** Análisis de la información y discusión de los resultados.

## 2. REFERENCIAS

- Campó, W., et al., (2010). La Sistematización de Experiencias: un método para impulsar procesos emancipadores. Caracas, Venezuela: Fundación Editorial El perro y la rana.
- Freire, P. (1971). La educación como práctica de la libertad. México: Siglo veintiuno editores
- Hernández-Sampieri, R. (2014). Metodología de la investigación. 6 ed. México: McGraw-Hill
- León, A. (2013, Junio). El maestro como sujeto político: dilemas entre los imaginarios y su formación. *Infancias imágenes*, 12 (1), 117-123.
- Martínez, M. (2008). Redes pedagógicas: la constitución del maestro como sujeto político. Bogotá: Magisterio.
- Morin, E. (2002). La noción de sujeto. En: la cabeza bien puesta. Repensar la reforma, reformar el pensamiento. (pp. 129-140). Buenos Aires: Nueva visión.
- Scaglia, S. (2012). Educación Matemática Crítica. En: Pochulu, M, y Rodriguez, M. (2012). Educación Matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. (pp. 201-226). Buenos Aires: Universidad Nacional de General Sarmiento.
- Skovsmose, Ole (2008). Critique as uncertainty. Recuperado de <https://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/ALL/Papers/SKOVVS.pdf>
- Skovsmose, Ole (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: una empresa docente.
- Valero, P., Andrade-Molina, M., y Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18 (3), 287-300.
- Valero, P., y Skovsmose, O. (2012). Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante, Revista Teórica e de Investigaçao*, 11 (1), 49-59
- Zemelman, H. (2010). Sujeto y subjetividad: la problemática de las alternativas como construcción posible. *Polis, Revista de la Universidad Bolivariana*, 9 (27), 355-366.

## LA GESTIÓN DEL DOCENTE DE MATEMÁTICAS CUANDO USA LAS HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES, COMO RECURSO PEDAGÓGICO EN EL AULA PARA EL APRENDIZAJE DE SUS ESTUDIANTES DE GRADO SEGUNDO SOBRE EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Alisson Dayan Rodríguez Carlosama<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Estudiante de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas; Universidad del Valle; Colombia; [alisson.rodriguez@correounivalle.edu.co](mailto:alisson.rodriguez@correounivalle.edu.co)

Alison Vanessa Martínez Sarria<sup>1</sup>  
Ronald Andrés Grueso<sup>2</sup>

## Resumen

En la presente investigación, se quiere estudiar la manera en la que los profesores están haciendo uso de las herramientas computacionales como recurso pedagógico y las decisiones que toma en relación con dichos recursos para la enseñanza de un objeto matemático, en particular el sistema de numeración decimal. Para caracterizar el uso de los profesores se hará un estudio de caso en los distintos momentos de la práctica docente, la planeación y planificación, la puesta en acto y la sistematización de experiencias, en marcándose en la teoría de la Orquestación Instrumental de Trouche, L. y las decisiones didácticas que toma el docente según Lima, I.

**Palabras clave:** *Sistema de numeración decimal, Orquestación Instrumental (OI), recurso pedagógico, práctica docente, Herramientas computacionales.*

## Abstract

In this research, we want to study the way in which teachers are making use of computational tools as a pedagogical resource and the decisions they make regarding these resources for the teaching of a mathematical object, in particular the decimal numbering system. To characterize the use of teachers, a case study will be made in the different moments of the teaching practice, the planning and planning, the implementation and the systematization of experiences, in the theory of the Instrumental Orchestration of Trouche, L and the didactic decisions made by the teacher according to Lima, I.

**Keywords:** *Decimal numbering system, Instrumental Orchestration (OI), pedagogical resource, teaching practice, Computational tools.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Durante el primer semestre del presente año, se desarrolló el curso de seminario de trabajo de grado orientado al diseño de un proyecto que aportará a nuestra formación como profesionales, en el cual nuestro interés se orientó a analizar al docente de matemáticas en su práctica. Para ello se han tomado antecedentes en los cuales se evidencian que el estudio en torno al docente no es muy analizado. La mayoría de investigaciones que preceden el problema que se desarrolla en este trabajo, elaboran secuencias didácticas en el aula y su incidencia en la enseñanza de un objeto matemático, además las investigaciones que analizan el uso de herramientas computacionales, arrojan conclusiones que califican y cuantifican el uso de estos recursos pedagógicos. También está el caso que los docentes se dedican a realizar búsquedas de los recursos que les puede favorecer en la enseñanza más no se toman el tiempo para diseñar sus propios recursos o al menos, rediseñar los que ya se encuentran en diferentes plataformas, sin embargo lo que analizaremos en este trabajo de grado, gira en torno a la siguiente pregunta: ¿Cómo se puede caracterizar la gestión del docente de matemáticas cuando usa las herramientas computacionales, como recurso pedagógico en el aula para el aprendizaje de sus estudiantes de

---

<sup>1</sup> Estudiante de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas; Universidad del Valle; Colombia; alison.martinez@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Profesor Contratista Universidad del Valle; Colombia; ronald.grueso@correounivalle.edu.co

grado segundo en la Institución Educativa Técnica Industrial Pedro Antonio Molina sobre el Sistema de Numeración Decimal?

En este trabajo el sujeto de análisis será el docente y el aspecto que se analiza dentro de su práctica, son las decisiones que toma dentro y fuera del aula de clases en torno a los recursos pedagógicos, particularmente las herramientas computacionales. El docente a analizar deberá cumplir con algunas características, como por ejemplo, que sea competente en el uso de las herramientas computacionales. La investigación permite experimentar el enfoque social de la carrera, por ende los posibles beneficios de este trabajo van dirigidas a la comunidad educativa, especialmente a los profesores que se desenvuelven en el ámbito escolar. Adicionalmente, en el transcurso de la investigación se pretende hacer un estudio de caso para profundizar en las decisiones que el profesor toma frente a las elecciones que tiene, esto entendiéndolo como Lima (2006) y evidenciando estas decisiones en los momentos considerados por la Orquestación Instrumental de Trouche.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Para esta investigación se ha propuesto un marco conceptual que comprende los algunos elementos clave para poder analizar la gestión del docente en el aula. De esta manera, se hace énfasis en la orquestación instrumental, las decisiones didácticas y aspectos teóricos del SND.

### 2.1 La Orquestación Instrumental.

En términos de Trouche (citado por Santacruz, 2011), es definida como la gestión didáctica del sistema de instrumentos a cargo del profesor lo que implica que él tenga en consideración los artefactos (computadores, lápiz y papel, GeoGebra, calculadoras, entre otros) que se van a integrar a la clase, así como la intencionalidad didáctica de los mismos, con el objetivo de proporcionar construcciones mentales en los estudiantes acerca de las nociones matemáticas, además el profesor debe tomar decisiones respecto al diseño de la clase y a los criterios que orientan el diseño de las actividades.

Existen también una tipología al interior de esta teoría, a continuación presentaremos los tipos de OI.

**Techinal-demo:** Se define como la demostración de las técnicas de la herramienta por parte del profesor y trabajo individual del estudiante. Dentro de la configuración didáctica de este tipo de orquestación, se presenta la inclusión del acceso al applet y al entorno de matemáticas. El modo de aprovechamiento por parte del docente, está en el permiso que tiene para demostrar técnicas en una actividad o utilizar el trabajo de sus estudiantes.

**Explain-the-screen:** El profesor explica la clase guiado por lo que sucede en la pantalla del ordenador. Dentro de la configuración didáctica sucede similar al anterior. En el modo de aprovechamiento, el profesor puede utilizar el trabajo de los estudiantes como punto de partida para su explicación o dar solución a las actividades.

**Link-screen-board:** El profesor hace hincapié entre lo que ocurre en un entorno tecnológico y cómo esto se presenta en las matemáticas convencionales. Se hace uso del tablero, cuaderno y un computador. El profesor puede tomar el trabajo del estudiante como punto de partida o comenzar con la actividad propuesta.

**Discuss-the-screen:** Discusión con toda la clase con lo que sucede en la pantalla del ordenador. Se proyecta el trabajo de algún estudiante para discutirlo en clase. El trabajo recogido de los estudiantes, puede servir como punto de partida para las retroalimentaciones.

**Spot-and-show:** El razonamiento del estudiante se pone en primer plano a través de la identificación del trabajo en el entorno digital de matemáticas. Acceso al entorno digital de matemáticas durante la lección. El profesor pide algunos estudiantes que expongan sus razonamientos con el fin de generar un debate en el aula de clase.

**Sherpa-at-work:** La tecnología para presentar el trabajo realizado. Control por parte del estudiante en el uso de la tecnología. El profesor puede presentar trabajo o puede ser explicado por el estudiante mostrando acciones en el entorno tecnológico.

## 2.2 Las Decisiones Didácticas.

Las decisiones didácticas es el referente que guiará el análisis de la observación al docente de matemáticas, esta teoría fue desarrollada por Iranete Lima, la cual tuvo en cuenta a Margolinas 1993 (citado en Lima I., 2006, p. 99) cuando hace la distinción entre elección y decisión, en ella se considera que una elección es libertad o posibilidad de elegir entre varias rutas; la decisión es la acción voluntaria para la elección, elegir un camino entre las posibles formas.

En Lima (2006) se interesan por las decisiones didácticas que conlleva al aprendizaje del estudiante en relación con un conocimiento específico. Esas decisiones pueden ser tomadas por el docente mientras da un discurso en el aula e interactúa con los estudiantes, aunque el proceso escolar no se restringe necesariamente por lo que sucede en el aula. Las decisiones didácticas son ejecutadas por el docente cuando él planea su siguiente clase y piensa en lo que será mejor para el aprendizaje de los estudiantes. Margolinas 2002, 2005, Bloch, 2000 (citado en Lima I., 2006, p. 20) muestran que varios elementos pueden intervenir en la toma de decisiones del profesor: el conocimiento del contenido que se enseñará y sus concepciones de aprendizaje y enseñanza, por ejemplo.

En Lima (2006) se propone estudiar los elementos que pueden influir en las decisiones didácticas tomadas por los maestros en el contexto del aprendizaje de la simetría ortogonal.

En este sentido se habla de las micro-decisiones y las macro-decisiones que puede tomar el docente. En Comiti, Grenier, Margolinas, 1995 (citado por Lima I, 2006, p. 40) se define que las micro-decisiones son decisiones inmediatas tomadas por el maestro de aula de clase mientras que las macro-decisiones son decisiones tomadas por el profesor en una situación de proyecto. Por lo que la enseñanza puede verse como una secuencia en la que el docente toma decisiones, ya sea micro-decisiones o macro-decisiones, las cuales representan un momento importante en la gestión del docente.

## 2.3 Sistema De Numeración Decimal.

El objeto matemático que el docente de matemáticas llevará a cabo en su práctica es el sistema de numeración decimal. Según el MEN (2004) desde primero hasta finalizar tercer grado de primaria, el estudiante debe usar representaciones (principalmente concretas y pictóricas) para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal y explicar el valor de la posición en el sistema de numeración decimal (p. 80).

Teniendo en cuenta a Lerner, y Sadovsky. (1994) se puede afirmar que el sistema de numeración es un enigma para los estudiantes, debido a que no logran relacionar las unidades, las decenas y las centenas. En el estudio que realizaron se hace una propuesta didáctica pero antes de ponerla a prueba en el aula, debían considerar los siguientes aspectos:

“emprender un estudio que permitiera descubrir cuáles son los aspectos del sistema de numeración que los niños consideran relevantes, cuáles son las ideas que han elaborado acerca de ellos, cuáles son los problemas que se han planteado, cuáles son las soluciones que han ido construyendo, cuáles son los conflictos que pueden generarse entre sus propias conceptualizaciones o entre éstas y ciertas características del objeto que están intentando comprender” (p. 97)

Aunque en los estudiantes no reconozcan oralmente los números, si pueden hacerlo visualmente para comparar las cantidades que se les presenta, de esto modo, Lerner, y Sadovsky. (1994) afirman que en su investigación los niños que fueron entrevistados muestran que ellos ya tienen elaborada una hipótesis, la cual es la siguiente: “cuanto mayor es la cantidad de cifras de un número, mayor es el número” (p. 100). Por lo que los estudiantes se basan en la visualización para poder reconocer cuándo un número es mayor que otro.

Adicional a esto, los estudiantes durante el proceso de enseñanza del sistema de numeración que se planteó en Lerner, y Sadovsky. (1994) logran reconocer una característica puntual en el sistema posicional, la cual consiste en observar el primer número. Para ello, se les plantea un ejercicio en el que los estudiantes deben argumentar qué número es mayor, teniendo en cuenta que tendrán las mismas cifras, en este caso, los estudiantes se fijaban en el primer número, si éste era mayor que el otro, deducen que ese era el mayor. En otro ejercicio, se les planteó dos números que empezaban por la misma cifra, asimismo, los estudiantes argumentaban que debían fijarse en el segundo número para decidir cuál era el número mayor.

Cabe resaltar que los estudiantes antes de iniciar su etapa escolar, ya habrán tenido un acercamiento con el sistema de numeración, lo importante es que se logre comprender, de qué manera la sociedad le ha enseñado a concebir el sistema de numeración, por lo tanto las hipótesis mencionadas anteriormente deben ser aprovechadas en la escuela para acercar al estudiante a la conceptualización del sistema de numeración decimal.

### 3. METODOLOGÍA

Esta investigación se llevará a cabo bajo el enfoque cualitativo de investigación, tal y como lo plantea Hernández, R. Collado, C. Baptista, M. Méndez, S. y Mendoza, C. (2014) el enfoque cualitativo utiliza la recolección y análisis de los datos para afinar las preguntas de investigación o revelar nuevas interrogantes en el proceso de interpretación (p. 7). Las preguntas se puedan construir basándose en los antecedentes, ya que al tener definido un tema de interés, se busca bibliografía referente a él y se pueden encontrar en las conclusiones o en las recomendaciones, futuras investigaciones que pueden ser de interés para el investigador.

También, es necesario resaltar que el enfoque cualitativo va de lo particular a lo general, pero para efectos de esta investigación, se realizará un análisis únicamente de lo particular, además, las hipótesis son generadas dentro del estudio y se estudian dentro del mismo proceso llegando a un resultado y en el caso de los métodos de recolección de datos, en este enfoque los instrumentos que se usen pueden tener preguntas abiertas para luego realizar una revisión de

esos documentos y generar una sistematización de experiencias, además de poderlas analizar críticamente y del mismo será una evidencia de la investigación.

Por otro lado, se realizará un estudio de caso teniendo en cuenta el enfoque cualitativo, con el cual se comprenderá la particularidad del caso. Según Latorre et al (1996) señalan las ventajas que tiene el uso del estudio de casos en el nivel socioeducativo:

- “Pueden ser una manera de profundizar en un proceso de investigación a partir de unos primeros datos analizados.
- Es apropiado para investigaciones a pequeña escala, en un marco limitado de tiempo, espacio y recursos.
- Es un método abierto a retomar otras condiciones personales o instituciones diferentes.
- Es de gran utilidad para el profesorado que participa en la investigación.
- Favorece el trabajo cooperativo y la incorporación de distintas ópticas profesionales a través del trabajo interdisciplinar; además, contribuye al desarrollo profesional.
- Lleva a la toma de decisiones, a implicarse, a desenmascarar prejuicios o preconcepciones, etc.” (p. 237).

Así pues, el caso, será el de dos profesoras que serán observadas. En consecuencia, en nuestra investigación, se tendrá en cuenta dos docentes de matemáticas en formación las cuales son estudiantes de la licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas que se encuentran la elaboración de su trabajo de grado y su objeto de análisis es el SND (desde el estudio del valor posicional) haciendo uso de herramientas computacionales, con un enfoque desde la mediación instrumental. Esto quiere decir, que mientras las dos docentes en mención adelantan su propuesta de aula, serán observadas para tratar de analizar su planificación, configuración del recurso y gestión en el aula, mientras implementan la propuesta. Nuestro interés subyace a los aspectos relacionados con las decisiones didácticas en el momento del diseño e implementación.

El instrumento de medición que se trabajará en esta investigación será una entrevista no estructurada, la cual tendrá dos momentos, uno a priori y otro a posteriori, esta última será diseñada desde la observación que se le realice al docente de matemáticas.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Esta investigación es una propuesta de trabajo de grado que se está desarrollando en el momento, por lo tanto, a continuación se enuncian algunas conclusiones preliminares desde lo que se ha documentado en los antecedentes, en la problemática y algunos de los referentes teóricos abordados:

Proponer una investigación que estudie al docente en su práctica posibilita indagar de manera teórica y práctica sobre su quehacer y todo lo que implica ser un docente dentro y fuera del aula.

La teoría de la Orquestación instrumental (OI) enmarca en distintos momentos y tipos la práctica docente, lo que nos permite observar de manera específica y delimitada al docente en la planeación y planificación de clase. La OI también nos permitió hacer una analogía entre un orquestador y el profesor, el profesor como orquestador, se prepara para la presentación;



durante la clase, cuando desarrolla la clase el profesor trata de ejercer todo lo que orquestó, teniendo disponibilidad para el cambio de orquesta o melodía (Recursos pedagógicos y la manera en la que los presenta para que los estudiantes los empleen) y finalmente lo que sucede después de la clase, en la que el docente recoge conclusiones sobre su misma práctica y se aproxima a sugerencias para mejorar la presentación.

Las decisiones del docente y sobre todo las que toma en acto (dentro del aula) determinan el desarrollo de la clase, es decir todos los aspectos que se relacionan en una clase de matemáticas y los comportamientos que tienen los estudiantes frente a su proceso de aprendizaje.

Desde los antecedentes, se puede inferir que las instituciones educativas también han dejado de ser sistemas cerrados, para convertirse en grupos colaborativos y de intercambio que buscan aprovechar eficientemente los recursos disponibles a nivel mundial. Por lo tanto, los profesores también se ven inmersos en estos cambios y, por consiguiente, es indispensable que desarrollen las habilidades necesarias para aprender a realizar su tarea educativa en las condiciones actuales, aprovechar las potencialidades de las innovaciones tecnológicas y escalar en sus niveles de apropiación

## 5. REFERENCIAS

- Latorre, A., et al (1996). Bases metodológicas de la investigación educativa. En: Barcelona-Hurtado. (p.237)
- Lima, I. (2006). De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs. Étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, Français. <tel-00119448>
- Lerner, D. y Sadovsky, P. (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En: Parra, C. y Saiz, J. (comp.). Didáctica de las matemáticas. Buenos Aires, Paidós
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9(3), 281–307.
- Hernández, R. Collado, C. Baptista, M. Méndez, S. y Mendoza, C. (2014). Metodología de la Investigación. Ed 6. México: McGraw-Hill Interamericana.

## LAS SUPERFICIES EN EL CÁLCULO MULTIVARIADO PARA INGENIERÍA: ESTADO DEL ARTE

Pablo Andrés Acosta Solarte<sup>1</sup>

### Resumen

---

<sup>1</sup> Universidad Distrital Francisco José de Caldas; paacostas@udistrital.edu.co; paacostas@unal.edu.co

La investigación en educación matemática en educación superior es visible en cursos de cálculo diferencial, integral y ecuaciones diferenciales, pero es menos visible o quizás poco conocida en el cálculo en varias variables. El presente trabajo muestra un acercamiento al estado del arte de investigaciones en cálculo en varias variables con miras al estudio de la noción de superficie en el marco de la Educación Matemática Realista y la Matemática en Contexto en carreras de ingeniería. Es parte del estado del arte del proyecto de tesis del autor en el doctorado en educación matemática en la Universidad Antonio Nariño, sede Bogotá. Se muestra investigaciones publicadas en los últimos 5 a 10 años en revistas que se encuentran en la clasificación top 10 de la colección Scimago y en las bases de datos de Colciencias, tanto revistas indexadas como homologadas.

**Palabras clave:** *Cálculo en varias variables, educación superior, estado del arte.*

## Abstract

Research in mathematics education in higher education is visible in differential and integral calculus and differential equations, but is less visible or perhaps little known in multivariate calculus. The present work shows an approach to the state of the art of research in multivariate calculus with a view to the study of the notion of surface in the framework of Realistic Mathematics Education and Mathematics in Context in Engineering Careers. It is part of the state of the art of thesis project of the author in the doctorate in mathematics education at the Universidad Antonio Nariño, Bogotá. It shows research published in the last 5 to 10 years in journals that are in the top 10 classification of the Scimago collection and in the databases of Colciencias, both indexed and approved journals.

**Keywords:** Multivariate calculus, higher education, state of the art.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las investigaciones en educación matemática para cursos universitarios han centrado la atención en mayor medida en los cursos de cálculo diferencial, cálculo integral y han dado un salto a las ecuaciones diferenciales.

Al parecer en el salón de clase tiende a asumirse que el paso de dos dimensiones a tres dimensiones en el cálculo es automático. Eso ha llevado a que las investigaciones en el cálculo en varias variables no se realicen o, en buena medida, se realicen en menor proporción. Investigaciones presentadas en Montiel, Wilhelmi, Vidakovic y Elstak (2009), Trigueros y Martínez-Planell (2010), Rasmussen, Marrongelle y Borba (2014), Törner, Potari y Zachariades (2014), Lee Mcgee y Moore-Russo (2015) han identificado esa posible tendencia, mostrando la necesidad de, entre otras, complementar la literatura existente de investigaciones en el cálculo en varias variables.

La presente propuesta forma parte de la investigación que busca identificar la manera en que se desarrolla el pensamiento matemático en el estudiante de ingeniería por medio de la noción de superficie en el proceso de enseñanza y aprendizaje del cálculo en varias variables. La investigación está enmarcada en la Educación Matemática Realista (Freudenthal (1971), Treffers (1993), entre otros) y la Matemática en Contexto (Camarena (2012, 2015), entre otros) y busca aportar herramientas valiosas para la enseñanza y aprendizaje del cálculo en varias variables en las carreras de ingeniería.

Acá se presenta el estado del arte de la propuesta de investigación.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Los fundamentos teóricos que soportan el trabajo se enmarcan desde un punto de vista global, regional y local. Esto en el sentido de asumir posiciones de teorías internacionalmente conocidas (Educación Matemática Realista y el Marco Teórico DNR); posiciones de teorías o metodologías aplicadas en países cercanos a Colombia en proyectos que muestran resultados valiosos en la enseñanza y aprendizaje de la matemática en educación superior, como es el caso de la Matemática en Contexto, bastante conocida en México y Latinoamérica, y por último se asume algunas posiciones de la propuesta de Aprendizaje Basado en Problemas que se ha usado en Colombia aunque en otras áreas del conocimiento.

Es importante destacar que las teorías de Educación Matemática Realista y La Matemática en el Contexto de las Ciencias forman los cimientos de la propuesta y de manera general e implícita, se toman algunos apartes del modelo pedagógico DNR y el Aprendizaje Basado en Problemas.

## 3. METODOLOGÍA

La investigación en el desarrollo del pensamiento matemático por medio de la noción de superficie en un curso de cálculo en varias variables de las carreras de ingeniería, por el hecho de ofrecerse a futuros ingenieros, y teniendo en cuenta la forma de trabajo que ellos desarrollan, parece tener posibilidades de buenos resultados al desarrollarse planteando una ingeniería didáctica: *“un conjunto de secuencias de clase, concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos”* (Douady, 1996, p. 241).

La investigación del estado del arte de la propuesta se hizo consultado resúmenes de artículos de revistas y colecciones clasificadas en las bases de datos Scopus. Se tomaron las clasificadas en el Top 10 y en el primer cuartil (482 títulos) del CiteScore Percentile en las áreas de Matemática aplicada, Artes y Humanidades, Educación y Matemáticas. De ellas se tomaron, según área de interés, 237 títulos de los cuales se consultó su contenido en los últimos 5 años (22 revistas del tema).

Se amplió la consulta usando las bases de datos de revistas indexadas y homologadas por el Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación de Colombia (CeTel-Colciencias). Entre las revistas indexadas a 2014, se consultaron 4 de las 148 en categoría A2, 12 de las 124 en categoría B y 16 de las 226 en categoría C. Entre las revistas homologadas a 2016 se consultaron 5 en categoría A1, 7 en categoría A2, 4 en categoría B y 9 en categoría C. De la revisión de las revistas se extrajeron 20 artículos que por su nombre o resumen hacían alusión al cálculo multivariado o al cálculo en educación superior.

Las revistas analizadas son publicadas en Estados Unidos (11 revistas), Reino Unido (12 revistas), Países Bajos (4 revistas), Alemania (1 revista), Taiwán (1 revista), Canadá (1 revista), Australia (3 revistas), España (6 revistas), Brasil (2 revistas), Francia (2 revistas), México (3 revistas) y Colombia (33 revistas).

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La conclusión general de la construcción del estado del arte por medio de las revistas consultadas es que las investigaciones en el cálculo en varias variables y más específicamente en el aprendizaje y enseñanza de las superficies son muy escasas o quizás no se ha publicado (Montiel et al. (2009, p. 140); Trigueros y Martínez-Planell (2010, p. 3); Törner et al. (2014, p. 549)). La propuesta de investigación planteada ampliará entonces la literatura existente en el tema.

#### 5. REFERENCIAS

- Camarena, G. P. (2012). La matemática en el contexto de las ciencias y la modelación. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 7, No 10, 183-193.
- Camarena, G. P. (2015). Teoría de las ciencias en contexto y su relación con las competencias. *INGENIUM, Revista de la Facultad de Ingeniería*, 16(31), 108-127.
- Douady, R. (2006). Ingeniería didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas de collège-seconde. En De Faria Campos, E. *Ingeniería didáctica. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1(2).
- Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 413-435.
- Lee Mcgee, D., & Moore-Russo, D. (2015). Impact of explicit presentation of slopes in three dimensions on students' understanding of derivatives in multivariable calculus. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(Suppl 2), 357-384.
- Montiel, M., Wilhelmi, M., Vidakovic, D., & Elstak, I. (2009). Using the onto-semiotic approach to identify and analyze mathematical meaning when transiting between different coordinate systems in a multivariate context, *Educational Studies in Mathematics*, 72(2), pp. 139-160.
- Rasmussen, C., Marrongelle, K., & Borba, M. C. (2014). Research on calculus: what do we know and where do we need to go? *ZDM Mathematics Education*, 46, 507-515.
- Törner, G., Potari, D., & Zachariades, T. (2014). Calculus in European classrooms: curriculum and teaching in different educational and cultural contexts. *ZDM Mathematics Education*, 46, 549-560.
- Treffers, A. (1993). Wiskobas and Freudenthal: realistic mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 25, 89-108.
- Trigueros, M., & Martínez-Planell, R. (2010). Geometrical representations in the learning of two-variable functions, *Educational Studies in Mathematics*, 73(1), 3-19.

## MOTIVACIÓN QUE PRESENTAN ESTUDIANTES SOBRE PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN CON DERIVADAS

Oscar Daniel Toral Rodríguez<sup>1</sup>  
Celenne Mazón Saenz<sup>2</sup>

### Resumen

Una de las problemáticas de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, tiene que ver con la enseñanza del cálculo, y en particular con la enseñanza de las derivadas. Este trabajo de

---

<sup>1</sup> Estudiante de maestría en ciencias área matemática educativa; Universidad Autónoma de Guerrero; México; [otoral@uagro.mx](mailto:otoral@uagro.mx)

<sup>2</sup> Estudiante de maestría en ciencias área matemática educativa; Universidad Autónoma de Guerrero; México; [cmazon@uagro.mx](mailto:cmazon@uagro.mx)

investigación se realizó con estudiantes de licenciatura en matemáticas y licenciatura en matemática educativa. Se aplicaron entrevistas clínicas apoyadas de un instrumento previamente diseñado, con el objetivo de conocer qué les motiva a los estudiantes en el resolver problemas que tienen solución mediante la derivación, y que tipo de ellos son los más motivantes, extra-matemáticos (contextualizados) o intra-matemáticos. La investigación es de tipo cualitativa sustentada mediante la teoría expectativa-valor. Se encontraron resultados concordes a la teoría donde se obtiene cuáles son los ejercicios que más les motivan resolver.

**Palabras clave:** *Derivada, Motivación, Problemas sobre derivación, Teoría expectativa valor.*

## Abstract

One of the problems of the teaching-learning of mathematics has to do with the teaching of calculus, and in particular with the teaching of derivatives. This research work was carried out with undergraduate students in mathematics and undergraduate in educational mathematics. Clinical interviews supported by a previously designed instrument were applied, with the objective of knowing what motivates students to solve problems that have a solution through referral, and which type of motivation is the most motivating, extra-mathematical (contextualized) or intra-mathematics. The research is of a qualitative type supported by the expectation-value theory. We found results consistent with the theory where you get which exercises are the most motivating to solve.

**Keywords:** *Derivative, Motivation, Problems on derivation, Theory expectation value.*

## 1. INTRODUCCIÓN

El estudio del cálculo es una de las ramas de la matemática que ha tenido mayor impacto en la época actual y como tal dentro de la matemática educativa. Los vínculos del cálculo, tanto con la matemática elemental como con la avanzada y su papel en las ciencias lo transforman en un conjunto de conocimientos con valor teórico y empírico indispensable en la educación superior (Engler & Camacho, 2012). Según (Pineda, 2013) una de las ideas centrales del cálculo es el concepto de derivada, que son un tema que se considera complejo para los estudiantes de nivel medio superior y superior, y por ello se ha convertido en un tema de relevancia en estudios de la matemática educativa.

Las derivadas son un objeto de estudio del cálculo diferencial que se enseñan desde el nivel medio superior, donde se les introduce a los alumnos sobre el concepto, se le muestra algoritmos para calcularlas, y generalmente se enseñan ejercicios únicamente matemáticos, para poner en práctica los conocimientos adquiridos. “Frecuentemente el estudiante se ve imposibilitado de percibir las relaciones que tienen los procedimientos con las aplicaciones más cercanas a la vida cotidiana y se priva de experimentar sus propios aprendizajes en escenarios diferentes a los que se les proveen en el aula” (Engler & Camacho, 2012).

Pero es en el nivel superior donde el cálculo diferencial toma mayor importancia pues se convierte en una herramienta básica que los alumnos deben aprender a usar para su futuro profesional, como puede ser: matemáticas, ingeniería, arquitectura, química, economía, etc., pero vemos que “la comprensión de la noción de derivada presenta dificultades para los estudiantes de Bachillerato (16-18 años) y primeros años de Cálculo en la Universidad” (Sánchez-Matamoros, García, & Llinares, 2008). Otros autores como Middleton, Jansen y Goldin, “no consideramos que las matemáticas sean más difíciles, más complejas o más aburridas en sí mismas que otros

contenidos académicos. Más bien, las normas, creencias y prácticas que han surgido durante el último siglo y medio relacionadas con la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas, han ignorado o mal articulado el papel de los procesos motivacionales en el aprendizaje de las matemáticas” (Goldin et al., 2016).

El estudio que aquí presentamos forma parte del dominio afectivo, nuestro objetivo es:

Conocer qué les motiva a estudiantes de licenciatura, en el resolver problemas que tienen solución mediante la derivación y que tipo de ellos son los más motivantes, contextualizados a la vida real o intra-matemáticos, para ver reflejados sus conocimientos adquiridos en cálculo diferencial. Este trabajo es de tipo cualitativo sustentado mediante la teoría expectativa valor, y basado en entrevistas, donde el diseño guía surgió a partir del análisis de libros de cálculo, de donde se estudiaron los diferentes ejercicios propuestos, se eligieron algunos buscando diversificar en su contenido y de ellos se aplicaron pruebas piloto que permitieron hacer ajustes hasta llegar al cuestionario final.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Como citan (Marín, Infante, & Troyano, 2000) las relaciones entre motivación y rendimiento académico han sido analizadas por medio de varias teorías referidas a la motivación de logro, las teorías sobre expectativas o el locus de control.

Y siendo la teoría expectativa-valor una de las más importantes para la motivación, este trabajo se sustenta mediante ella.

### 2.1 Teoría expectativa-valor

Todo lo referente a la teoría expectativa-valor que a continuación se va a enunciar fue tomada de (Wigfield & Cambria, 2010).

**2.1.1 Modelos modernos de expectativa y valor en la psicología del desarrollo y la educación:** Las teorías modernas de expectativa-valor y otras, se basan en el trabajo seminal de teóricos como Lewin (1938) y Tolman (1932) que definieron las construcciones de expectativa-valor, y también en el modelo de motivación de logro de Atkinson (1957, 1964). Las teorías actuales difieren del trabajo anterior de varias maneras: en primer lugar, tanto la expectativa como los componentes de valor se definen de manera más rica, y están vinculados a una gama más amplia de determinantes psicológicos, sociales y culturales; y en segundo, estos modelos han sido probados en situaciones de logro del mundo real en lugar de las tareas de laboratorio que a menudo se usan para probar la teoría de Atkinson.

**2.1.2 El Modelo de Expectativa-Valor de Eccles:** El modelo de expectativa-valor de Eccles y sus colegas propone que estos dos constructos son los predictores más inmediatos o directos del rendimiento y la elección del logro, y que están influenciados por una variedad de factores psicológicos, sociales, contextuales y culturales. En su investigación, Eccles y sus colegas se han centrado en cómo las expectativas, los valores y sus determinantes influyen en la elección, la persistencia y el rendimiento. También han examinado el curso evolutivo de las expectativas y valores de los estudiantes y cómo están influenciados por diferentes contextos educativos. Inicialmente desarrollaron el modelo para ayudar a explicar las diferencias de género en las expectativas y valores matemáticos y cómo estos influyeron en las elecciones de cursos y especialidades de matemáticas de los estudiantes.

Las expectativas y los valores en sí mismos están influenciados por creencias específicas de tareas tales como percepciones de competencia, percepciones de la dificultad de diferentes tareas, y los objetivos y el esquema del individuo, junto con sus recuerdos afectivos para diferentes eventos relacionados con el rendimiento. Las percepciones e interpretaciones de los estudiantes están influenciadas por una amplia gama de factores sociales, contextuales y culturales. Estos incluyen las creencias y comportamientos de los socializadores (especialmente padres y maestros), las experiencias y aptitudes específicas de rendimiento de los estudiantes y el medio cultural en el que viven.

### **2.1.3 Definiendo los constructos de expectativa, valor y creencia de habilidades en este modelo:**

Eccles y sus colegas ampliaron las definiciones originales de Atkinson (1957) tanto de la expectativa como del valor construido. Definieron las expectativas de éxito como las creencias de los estudiantes sobre lo bien que lo harán en una próxima tarea actualmente o más adelante en el futuro (por ejemplo, ¿qué tan bien cree que lo hará en matemáticas el próximo año?). Ellos distinguieron las expectativas conceptuales de éxito de las creencias individuales sobre competencia o habilidad. Estas últimas creencias se refieren a las evaluaciones de los niños de su competencia o capacidad actual, tanto en términos de sus evaluaciones de su propia capacidad y también cómo piensan que se comparan con otros estudiantes. Las creencias relacionadas con la habilidad son prominentes en muchas teorías de motivación de logro.

En la literatura, los valores tienen definiciones amplias y específicas de tareas. Los valores más amplios tienen que ver con el sentido de los individuos de lo que son cosas apropiadas para hacer, los estados finales deseables de las actividades y los comportamientos deseables para producir esos estados finales positivos. Eccles y sus colegas se centran en los valores específicos de la tarea, ya que definen los valores con respecto a las cualidades de diferentes tareas y cómo esas cualidades influyen en el deseo del individuo de realizar la tarea. Además, estos valores son subjetivos porque son las propias creencias de los estudiantes sobre la actividad y, por lo tanto, existe una variación entre los estudiantes en ellas. Eccles y sus colaboradores propusieron cuatro componentes principales de los valores de tarea de logro: valor o importancia de logro, valor intrínseco, valor de utilidad o utilidad de la tarea y costo.

Es importante notar que, en este modelo teórico es la tarea lo que produce el disfrute. Sin embargo, la actividad también puede reflejar algunos objetivos importantes que la persona tiene profundamente, como el logro de una determinada ocupación.

## **3. METODOLOGÍA**

La toma de datos de la presente investigación se hace mediante entrevistas clínicas grabadas, las cuales se guiaron mediante un instrumento previamente diseñado.

### **3.1 Diseño del instrumento.**

Para el diseño del instrumento se consideró el plan de estudios de la licenciatura en matemáticas y la licenciatura en matemática educativa. Los problemas fueron tomados de tres libros reconocidos de cálculo: uno literalmente antiguo que es el “Calculus Tomo I” de Tom M. Apóstol en 1967, otro más reciente que es “Cálculo infinitesimal” de Michael Spivak en 1992, y uno relativamente actual “Cálculo de una variable” James Stewart en el año 2008.



La actividad consta de ejercicios que el estudiante tiene que numerar del 1 al 10, donde 1 es el que más le motiva y 10 el que menos le motiva resolver, aclarando que la indicación es que no necesita resolver ni uno de ellos.

Los ejercicios (ver Imagen 1) fueron elegidos de dos tipos según su naturaleza, que los libros identifican como intra-matemáticos y extra-matemáticos (contextualizados).

Imagen 1: Instrumento.

- Sea  $f(x) = \frac{1}{9}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$  para todo  $x$ . Hallar los puntos de la gráfica de  $f$  en los que la recta tangente es horizontal.
- Hallar el máximo y el mínimo en los intervalos indicados, en la siguiente función:  
 $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$  sobre  $[0,5]$
- Sea  $(x_0, y_0)$  un punto del plano, y sea  $L$  la gráfica de la función  $f(x) = mx + b$ . Hallar el punto  $x$  tal que la distancia de  $(x_0, y_0)$  a  $(x, f(x))$  sea mínimo. Tener en cuenta que hacer mínima esta distancia es lo mismo que hacer mínimo su cuadrado. Esto puede simplificar algo los cálculos.
- Se desplaza un ángulo recto a lo largo del diámetro de un círculo de radio  $a$  tal como se indica en la figura. ¿Qué longitud máxima  $(A + B)$  puede ser interceptada por el círculo?
- Miguel el ecologista, tiene que cruzar un lago circular de una milla de radio. Puede hacerlo ya sea atravesándolo a remo a 2 millas por hora, o bordeándolo a pie a 4 millas por hora, o parte a remo y parte andando. ¿Cómo tendrá que hacerlo para cruzar lo más rápido posible?
- Suponga que se deja caer una pelota desde la plataforma superior de observación de la Torre CN, 450 m sobre el nivel del suelo.  
a) ¿Cuál es la velocidad de la pelota después de 5 segundos?  
b) ¿Con qué velocidad viaja cuando choca contra el suelo?
- El automóvil A se dirige hacia el oeste a 50 millas/h y el vehículo B viaja hacia el norte a 60 millas/h. Ambos se dirigen hacia la intersección de los dos caminos. ¿Con qué rapidez se aproximan los vehículos entre sí cuando el automóvil A está a 0.3 millas y el vehículo B está a 0.4 millas de la intersección?
- Un granjero tiene 2400 pies de cerca y desea cercar un campo rectangular que limita con un río recto. No necesita cercar lo largo del río. ¿Cuáles son las dimensiones del campo que tiene el área más grande?
- Una tienda ha vendido 200 quemadores de DVD a la semana, a \$350 cada uno. Una investigación de mercado indica que por cada \$10 de descuento que se ofrezca a los compradores, el número de aparatos vendidos se incrementa en 20 a la semana. Encuentre las funciones de demanda y de ingreso. ¿Qué tan grande debe ser la rebaja para maximizar el ingreso?
- Si  $f(x) = 2 + x + x^2$ , calcular  $f'(0), f'(\frac{1}{2}), f'(1), f'(-10)$ .

### 3.2 Aplicación del instrumento.

Se aplica mediante entrevistas clínicas video-grabadas a 13 estudiantes del 4° semestre de la lic. en matemática educativa (LME) y lic. En matemáticas (LM), de la Unidad Académica de Matemáticas, de la Universidad Autónoma de Guerrero, México.

En la entrevista, después de que el alumno enumera los ejercicios según se le demanda en el instrumento, el investigador le pide que explique el motivo del porque el orden de cada uno de los problemas de la actividad.

## 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 2.2 Análisis de resultados mediante la teoría expectativa-valor

En la Tabla 1 se muestra la motivación que tienen los estudiantes al enfrentarse a resolver ejercicios sobre derivación, vistos a partir de la teoría expectativa-valor: algunos tienen una expectativa de éxito, otros le otorgan cierto valor, y algunos muestran ambas. También se da luz, qué tipo de ejercicios son los que más les motiva, (si los intra-matemáticos o los extramatemáticos «contextualizados a la vida real») y que no sesga de manera considerable hacia uno u otro, aunque se refleja que los extra-matemáticos son un poco más motivantes.

Tabla 1. Motivos que presentan los alumnos-muestra al resolver ejercicios sobre derivación.

Estudiante	Expectativa de éxito	Valor otorgado	Tipo de ejercicios que más les motivan
LME01	Aquellos que puede resolver con sus conocimientos previos		Intra-matemáticos
LME02	Aquellos donde no tiene que razonar mucho y puede resolver		Intra-matemáticos
LME03	Aquellos que puede resolver ya sean sencillos o complejos		Intra-matemáticos y extra-matemáticos
LME04	Aquellos que se le facilita encontrar su solución.		Intra-matemáticos y extra-matemáticos
LME05		Aquellos que le son más difíciles, pues aprenderá más, y que no vio en su curso	Extra-matemáticos
LME06		Aquellos que se le hacen un reto por su complejidad	Extra-matemáticos
LME07		Importancia del estudio de fenómenos para después llegar a la generalidad	Extra-matemáticos
LME08	Aquellos que se le hacen más fácil resolver	Aquellos que le gustan	Intra-matemáticos
LM01	Poder resolverlos	Aquellos que le gustan	Intra-matemáticos
LM02		Aquellos que tienen más contenido matemático	Intra-matemáticos
LM03		Los que le llaman la atención, aunque sean difíciles	Extra-matemáticos
LM04		Aquellos que lo hacen pensar más le son interesantes	Extra-matemáticos
LM05		Aquellos que le son más difíciles de resolver	Extra-matemáticos

### 3. CONCLUSIÓN

Después de haber analizado los datos obtenidos, se concluye que existen algunos problemas (que se resuelven con derivadas), que motivan más a los estudiantes para poner en práctica los conceptos y herramientas aprendidos durante su curso de cálculo diferencial y sobre todo seguir estudiando el tema. Esos ejercicios son aquellos que los estudiantes, captan más sencillos y que es cómo si los llevaran de la mano para ir avanzando poco a poco, o que sus profesores les enseñaron a resolver y recuerdan muy bien el procedimiento y les es fácil llegar a su solución. Además, la mayoría de ellos comentan que se ven desmotivados si un ejercicio es difícil y no lo pueden solucionar, y por ello ya no quieren seguir avanzando en el tema, pero qué si

un ejercicio lo pueden resolver, ellos se muestran más motivados para tratar de resolver nuevos desafíos. Esto concuerda con la teoría expectativa valor que dice que los estudiantes se motivan según la expectativa de logro al alcanzar un fin determinado. Pero, por otro lado, también hay estudiantes que explican que algunos ejercicios les motivan más por ser: ricos en cuanto a contenido matemático, atractivos por su contexto, o porque son desafiantes y les van a ayudar a aprender más sobre el tema, todo esto concuerda con el valor otorgado a algo, que también la teoría expectativa-valor engloba.

A priori se esperaba que los estudiantes mostraran motivación por los ejercicios contextualizados a la vida real, y lo fue, pero no la principal, ya que después de analizar los resultados de esta investigación, se obtuvo que la principal causa de motivación, es la facilidad de solución que ellos captan. Se sugiere que se trabaje con ejercicios contextualizados pero sencillos, y que poco a poco vayan subiendo la dificultad, aunque también no se deben omitir los ejercicios intra-matemáticos, pues los estudiantes los miran más sencillos y son un buen comienzo para motivarlos, es decir, que se deben combinar el tipo de ejercicios y no se debe sesgar a solo enseñar de un tipo o de otro.

## 6. REFERENCIAS

Apostol, T. M. (1967). Calculus Tomo I.

Engler, A., & Camacho, A. (2012). Una mirada a investigaciones sobre la derivada desde la perspectiva del pensamiento y lenguaje variacional. *Premisa. Soc. Arg. Inv. Ed. Mat.*, (54), 18–36. Retrieved from [http://www.soarem.org.ar/Documentos/54\\_Engler.pdf](http://www.soarem.org.ar/Documentos/54_Engler.pdf)

Goldin, G. A., Hannula, M. S., Di Martino, P., Pantziara, M., Zhang, Q., Morselli, F., ... Jansen, G. A. (2016). Attitudes, Beliefs, Motivation and Identity in Mathematics Education.

<https://doi.org/10.1007/978-3-319-32811-9>

Marín, M., Infante, E., & Troyano, Y. (2000). EL FRACASO ACADÉMICO EN LA UNIVERSIDAD : ASPECTOS MOTIVACIONALES E INTERESES PROFESIONALES. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 32(3), 505–517. Pineda, C. E. (2013). Una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de la derivada en el último grado de educación secundaria. Retrieved from <http://www.bdigital.unal.edu.co/39569/>

Sánchez-Matamoros, G., García, M., & Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 11(2), 267–296. Retrieved from [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-24362008000200005&lng=es&nrm=iso&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200005&lng=es&nrm=iso&tlng=es)

Spivak, M. (2003). *Calculo Infinitesimal*.

Stewart, J. (2008). *Cálculo de un variable*.

Wigfield, A., & Cambria, J. (2010). Expectancy-value theory: Retrospective and prospective. *Advances in Motivation and Achievement* (Vol. 16 PARTA). [https://doi.org/10.1108/S0749-7423\(2010\)000016A005](https://doi.org/10.1108/S0749-7423(2010)000016A005)

## NO SE ES DEMASIADO JOVEN PARA EL ÁLGEBRA

Natalie Belalcazar Vélez<sup>1</sup>  
Kevin Alexander Jaramillo Giraldo<sup>2</sup>  
Valentina Saavedra Arredondo<sup>3</sup>  
David Benitez Mojica<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup> Universidad del valle; Colombia; natalie.belalcazar@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Universidad del valle; Colombia; kevin.jaramillo@correounivalle.edu.co

<sup>3</sup> Universidad del valle; Colombia; valentina.saavedra@correounivalle.edu.co

<sup>4</sup> Docente de Univalle; david.benitez@correounivalle.edu.co

## Resumen

Teniendo en cuenta que el early-algebra es muy importante en la escuela, hemos diseñado una propuesta pedagógica en wix, basados en la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau. Las actividades permiten el reconocimiento de patrones tanto de sucesiones numéricas como geométricas, esto se trabaja en las actividades por medio de acomodación de objetos y números, también en el reconocimiento de la covarianza entre la cantidad de elementos de un conjunto y la posición del mismo en la sucesión. Lo que deseamos impulsar con nuestro trabajo es el aprendizaje de patrones en un grado temprano de escolaridad mediante las actividades diseñadas en geogebra, las cuales permiten a los estudiantes mover objetos y validar a través del mismo recurso; también se espera que por medio del discurso empleado, las actividades y el vídeo se logre la institucionalización de las sucesiones numéricas y geométricas.

**Palabras clave:** *Early-Algebra, Sucesiones Geométricas, Sucesiones Numéricas, Patrón, Diferencia.*

## Abstract

Taking into consideration that the principle of algebra is very important in high school, we have developed a pedagogical proposal in Wix® website based on *The Theory of Didactic Situations of Guy Brousseau*. These activities allow students to recognize numerical and geometric sequences patterns; these activities works by accommodating objects and numbers taking into account the changes done before, as well as recognizing the relationship between the number of elements in a set and the position of the same in a succession. What we want to achieve with our work in early grade of schooling is the learning of patterns through the proposed method carrying out activities in GeoGebra which allow students to move objects and validate them by using the same resource; It is also expected the institutionalization of the numerical and geometric sequences through the use of the discourse, activities and videos.

**Keywords:** *Early-Algebra, Geometric Sequences, Numerical Successions, Pattern, Difference.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Es importante mostrar a los estudiantes que el álgebra no solo se estudia o es útil de octavo grado en adelante. Por ejemplo en Colombia, los resultados de las pruebas Saber 11° son muy bajos y uno de los factores que influyen en este hecho es que muchos estudiantes llegan a dicho grado de escolaridad sin la capacidad de pensar y desarrollar problemas algebraicamente y se limitan a aplicar algoritmos, realizar cálculos, entre otras cosas sin realizar un proceso de retrospcción.

El problema que se aborda en este trabajo es la tardanza en iniciar la enseñanza del álgebra en el sistema educativo Colombiano. Nosotros proponemos anclar a un sitio web en Wix una serie de actividades que hemos diseñado en geogebra, las cuales contribuyen a la implementación del early-algebra en la escuela por medio de la tecnología. Además de las actividades, en el sitio web se pueden observar un vídeo y unas fichas para el profesor donde se explica el recurso, una propuesta de cómo ser aplicado y el objeto matemático que se desea institucionalizar.

El sitios se ambientó con los personajes de los minions, ya que la actividad es para estudiantes de cuarto grado de educación básica que están familiarizados con ellos, por tal

motivo hacemos uso de estos para la enseñanza del álgebra y el desarrollo del pensamiento variacional por medio de sucesiones numéricas y geométricas. El objetivo específico planteado para este trabajo es la construcción de la noción de patrón (creciente) de una sucesión a través de una herramienta tecnológica, un blog en wix y el programa dinámico Geogebra.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Esta actividad está dirigida al early-algebra ya que la implementación del álgebra en grados tempranos de escolaridad es muy importante para el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes; además es igualmente importante familiarizarlos con esta área de las matemáticas. Varias investigaciones han demostrado que “La enseñanza tradicional del álgebra es ampliamente criticada por numerosos investigadores (Booth, 1999; Kaput, 1995, 1998, 2000; Lee, en prensa). La crítica internacional se basa, principalmente, en el gran número de estudiantes que fracasan en esta sub-área y dejan de estudiar matemáticas, la falta de conexión entre el álgebra y las demás sub-áreas de las matemáticas, y la ausencia de significado en el aprendizaje algebraico adquirido por los estudiantes.” ( Molina, 2006)

Los patrones se pueden considerar como las razones de cambio en un conjunto de datos, es decir que, si una sucesión de números puede ser modelada por una función, dicha sucesión es un patrón.

Con base en la teoría de situaciones didácticas de Gay Brousseau, se realizaron diferentes actividades que puedan servir de medio para el estudiante y ayudarlo a pasar por todas las fases de una situación didáctica ( situación de acción, situación de formulación, situación de validación y situación de institucionalización. ); a su vez, estas actividades están en un blog virtual en la plataforma de Wix, atendiendo así a las múltiples propuestas relacionadas con la integración de los medios virtuales en la enseñanza de la educación matemática debido a que para la generación de estudiantes actuales, el medio virtual, dada la familiaridad que tienen con él, se torna en un espacio cómodo y flexible para su proceso de aprendizaje.

## 4. METODOLOGÍA

La actividad cuenta con tres etapas: La primera es de inicio y versa sobre el cambio del orden de ciertas figuras; la segunda trata sobre sucesiones geométricas y la última trata sobre sucesiones numéricas. Todo ello teniendo en cuenta la Teoría de Situaciones Didácticas.

La etapa de inicio se desarrolla a manera de introducción y brinda al estudiante un ejemplo de lo que es tener unas figuras en un orden y cambiarlas a otro orden siguiendo unas reglas; entonces, se le dan al estudiante tres figuras que sufren un cambio. El estudiante debe acomodar otras siguiendo el orden de las primeras, teniendo en cuenta el cambio que sufrieron aquellas. Esta actividad es de acción y el estudiante debe explorar e intentar acomodar los minions de forma correcta, en la actividad se encuentra una pregunta que debe responder correctamente para poder continuar.

La segunda etapa (Sucesiones Geométricas) se inicia con una observación de tres clases de balones que están organizados de cierta forma pero hace falta un balón, el estudiante debe identificar cuál es el que hace falta y para poder continuar debe responder de forma correcta.

Al continuar se encuentra con el siguiente ejercicio, éste ya un poco más complejo. En él ya involucramos tanto figuras como números y el estudiante debe decir cuántos cuadrados tiene

la 5ta posición. Esta sucesión es sobre la suma de los números naturales consecutivos. Al igual que en la etapa anterior, el estudiante solo podrá avanzar si contesta correctamente.

En el último ejercicio de esta etapa el estudiante debe hacer uso de los deslizadores para que la sucesión se muestre, y debe tomar figuras dadas para armar las posiciones que se le piden. Después de armar la posición que se le pide, debe ir a la siguiente parte donde se le hacen una serie de preguntas a manera de validación y las cuales permiten que el estudiante formule conjeturas e interactúe con sus compañeros.

En la tercera etapa (Sucesiones Numéricas), al inicio el estudiante debe encontrar los números que hacen falta para completar la sucesión, teniendo en cuenta el orden que han presentado anteriormente. Al continuar, se encuentra con un ejercicio que involucra fracciones y debe ver el cambio que sufre tanto el numerador como el denominador. Por último y aumentando la dificultad, se le presenta al estudiante una sucesión numérica donde debe tener en cuenta la diferencia entre los números correspondientes, al responder de forma correcta, la aplicación le pondrá los cuadritos de la parte inferior verdes, de lo contrario se le pondrán rojos.

Cuando el estudiante responde de manera incorrecta la aplicación se lo hace saber y genera una retroacción la cual intenta explicar de manera diferente lo que tiene que tener en cuenta para la culminación de la actividad, es importante que el estudiante conteste de manera correcta para que valde y pueda avanzar.

Por último se presenta un vídeo que explica el término patrón a manera de institucionalización. Cabe resaltar que en el desarrollo de las actividades casi no se menciona la palabra patrón sino sucesión, ya que es un término que los estudiantes pueden conocer fácilmente y ayuda a definir el término patrón.

#### **4. RESULTADOS ESPERADOS Y CONCLUSIONES**

Dado que esta propuesta se basa en la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau y aclarando que no ha sido aplicada se espera, en primer lugar, que el estudiante sea capaz de generar conjeturas acerca de lo que ve y el cambio que se presenta; en segundo lugar, que logre comunicar a sus compañeros lo analizado y por último que sea capaz de expresar por medio de lenguaje natural el patrón que se presenta en la sucesión. Cabe resaltar que como la propuesta es para estudiantes de cuarto grado de educación básica, no se espera que lleguen a una expresión general que logre identificar la posición  $n$ -ésima de la sucesión.

Además esperamos que con esta serie de actividades, los estudiantes se familiaricen un poco con los patrones y entiendan que en matemáticas no sólo se trabaja desde lo particular sino que también hay herramientas que nos permiten expresar la generalidad de las cosas tal como la hace el álgebra.

#### **5. REFERENCIAS**

Borja, Y. (2016). Diseño de un recurso pedagógico en una comunidad de práctica que integra un agd para la enseñanza de la geometría. Santiago de Cali, Colombia. Recuperado de: [http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:3\\_YAce5qibkJ:bibliotecadigital](http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:3_YAce5qibkJ:bibliotecadigital).

univalle.edu.co/bitstream/10893/10251/1/7412-0525637.pdf+&cd=1&hl=es-419&ct=clnk&gl=co

Guy Brousseau (2007) *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*, trad. de Dilma Fregona, Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator*.

Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. A broadening of sources of meaning. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*

Ministerio de Educación Nacional, (2006). *Estándares Básicos de competencias en matemáticas*. Santafé de Bogotá, Colombia: MEN

Ministerio de Educación Nacional, (2012). Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa. Santafé de Bogotá, Colombia. Recuperado de: [http://www.mineduc.gob.gt/digeduca/documents/cuadernillosPedagogicos/No.%204/Matemáticas%20No.%204/4\\_sexto\\_matematica.pdf](http://www.mineduc.gob.gt/digeduca/documents/cuadernillosPedagogicos/No.%204/Matemáticas%20No.%204/4_sexto_matematica.pdf)

Molina, Marta (2006). *Desarrollo de Pensamiento Relacional y Comprensión del Signo igual por Alumnos de Tercero de Educación Primaria*. Tesis doctoral. Granada: Universidad de Granada.

## ESTRATEGIAS BASADAS EN LA VISUALIZACIÓN DE CONCEPTOS Y OBJETOS MATEMÁTICOS PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN MEDIA

Alex Humberto Rolong Molinares<sup>1</sup>

### Resumen

Esta investigación, tuvo como objetivo general evaluar la efectividad de estrategias basadas en la visualización de conceptos y objetos matemáticos para un aprendizaje significativo. El enfoque epistemológico fue cuantitativo y paradigma positivista, de tipo explicativo y diseño

---

<sup>1</sup> Institución Educativa Distrital del Desarrollo Humano y Cultural del Caribe, Universidad del Atlántico; lexrolong@mail.uniatlantico.edu.co



cuasiexperimental, de campo y longitudinal. La población estuvo conformada por 345 estudiantes, y la muestra por 95 estudiantes. Se utilizó la medición numérica, el conteo y la estadística para la validación de dichas estrategias, las técnicas de observación y el cuestionario. Los resultados manifestaron en los gráficos de medias que en la pre prueba, no se encontraron diferencias significativas entre el grupo control y los grupos experimentales, ni entre los grupos experimentales; en la post prueba no se encontraron diferencias significativas entre los grupos experimentales, pero entre los grupos experimentales y el grupo control si se encontraron diferencias significativas, observándose dos patrones de comportamiento diferenciados en el intervalo de confianza.

**Palabras claves:** *Aprendizaje, concepto, objeto, visualización.*

## Abstract

The general objective of this research was to evaluate the effectiveness of strategies based on the visualization of concepts and mathematical objects for meaningful learning. The epistemological approach was quantitative and positivist paradigm, of explanatory type and quasi-experimental design, field and longitudinal. The population was conformed by 345 students, and the sample by 95 students. Numerical measurement, counting and statistics were used to validate these strategies, observation techniques and the questionnaire. The results showed in the mean charts that in the pretest, no significant differences were found between the control group and the experimental groups, nor between the experimental groups; in the post test no significant differences were found between the experimental groups, but between the experimental groups and the control group if significant differences were found, observing two different behavior patterns in the confidence interval.

**Key words:** *Learning, concept, object, visualization.*

## 1. INTRODUCCIÓN

El proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas ha presentado un alto nivel de complejidad a través del tiempo, lo cual ha obligado al hombre a desarrollar y aplicar diferentes tipos de estrategias, recursos, instrumentos, metodologías, entre otros, para lograr la mayor eficacia posible de dicho proceso. En este orden de ideas, se hace necesario reflexionar en torno a algunos interrogantes, como por ejemplo: ¿Cómo deberían enseñarse las matemáticas? ¿Cómo influye la visualización en el proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas?. La importancia de esta investigación consiste en el aporte a la cognición, desde la visualización y al proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas, a partir de las diferentes representaciones semióticas de los conceptos y objetos matemáticos, ya que busca reducir la brecha de comprensión entre la conversión del pensamiento analítico al geométrico, y viceversa; entre otros.

En este sentido, el objetivo general de esta investigación consistió en evaluar la efectividad de las estrategias basadas en la visualización de los conceptos y objetos matemáticos para un aprendizaje significativo en estudiantes de educación media en la Institución Educativa Distrital de las Nieves. En el primer capítulo se planteó el problema, en el segundo capítulo se desarrollaron los antecedentes, la fundamentación teórica - conceptual, el sistema de variables correspondientes a la Visualización, el Aprendizaje Significativo, teniéndose en cuenta los conocimientos científicos expresados por Quesada, Rojas, Macías, Quintero, Badillo y Planchart, así como investigaciones recientes que soportan la presente investigación. El tercer capítulo hace referencia al marco metodológico, en el cual se desarrolla el enfoque epistemológico, el paradigma, el nivel, tipo y diseño de la investigación, población y muestra, las técnicas e

instrumentos, la validez y confiabilidad de los instrumentos, las técnicas estadísticas utilizadas para procesar los datos obtenidos durante el desarrollo de la investigación y finalmente el derrotero enmarcado en el procedimiento de la investigación.

En el cuarto capítulo se ha desarrollado el análisis de los resultados obtenidos a partir de la aplicación de los instrumentos en pre prueba y post prueba (tanto en los grupos experimentales  $X_1$  y  $X_2$ , como también en el grupo control). Con la finalidad de evaluar la efectividad de las estrategias basadas en la visualización de los conceptos y objetos matemáticos para un aprendizaje significativo en estudiantes de educación media, por lo cual se ha usado la herramienta informática SPSS (Paquete estadístico para ciencias sociales, por sus siglas en inglés) versión 20. Finalmente, se presentan las conclusiones de la investigación, a partir de la pregunta de investigación, el objetivo general y los objetivos específicos, además del análisis de los resultados en cada uno de los instrumentos aplicados. Así mismo, se plantean las conclusiones y recomendaciones para los docentes de matemáticas, investigadores afines y para estudios posteriores que involucren las diferentes representaciones de un concepto u objeto matemático, el proceso de visualización, estrategias basadas en la visualización de objetos, entre otros.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Antecedentes de la investigación.

En el inicio del siglo XXI y específicamente en los últimos años, se han retomado con fuerza las investigaciones científicas que apuntan a la unificación del campo perteneciente a las estrategias de visualización de los conceptos y objetos matemáticos que permitan lograr un aprendizaje significativo, los aspectos semióticos y las conexiones entre las diferentes inscripciones o registros matemáticos, entre ellas, se destacan como soporte de este trabajo de investigación las desarrolladas por: Quesada (2014), en su tesis doctoral “Análisis de la coordinación entre los procesos de visualización y los procesos de razonamiento en la resolución de problemas en geometría”; Rojas (2014), en su tesis doctoral “Articulación y cambios de sentido en situaciones de tratamiento entre representaciones simbólicas de objetos matemáticos”; Macías (2014), en su trabajo “Los Registros Semióticos en Matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje”.

Planchart (2013), en su tesis doctoral “La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función”; Quintero, Fernández y Meneses (2014), destacan en su trabajo científico la baja comprensión matemática del alumnado que accede a la Universidad y sus dificultades al interpretar y organizar la información de los enunciados en problemas matemáticos y la carencia de estrategias para abordar su resolución. Por otra parte, Badillo & Figueiras (2013), en su trabajo científico “Visualización gráfica y análisis comparativo de la práctica matemática en el aula”, abordaron la visualización de la práctica en el aula, donde quedaron resaltados los elementos esenciales de la actividad matemática; González, F, Veloz, J, Rodríguez, Veloz, E, Guardián & Ballester (2013, pp. 107 - 132), manifiestan en su trabajo científico: los modelos de conocimiento como agentes de aprendizaje significativo y de creación de conocimiento, en donde el cambio educativo propugnado en el contexto actual exige un desplazamiento del modelo conductista - positivista aún predominante.

### 2.2. Bases teóricas.

Con respecto a la Visualización como un proceso del pensamiento matemático, Arcavi (2003, p. 217) la define como: La capacidad, el proceso y el producto de la creación, interpretación, uso y reflexión sobre figuras, imágenes, diagramas, en nuestra mente, sobre el papel o con herramientas tecnológicas con el propósito de representar y comunicar información, reflexionando sobre el desarrollo de ideas previamente desconocidas y el conocimiento avanzado. En otras palabras, la visualización matemática involucra las diferentes representaciones

de un objeto y la realización de actividades que permitan optimizar el proceso de enseñanza – aprendizaje. Ahora, Duval (2006a) dice que los signos y representaciones en matemáticas no tienen como función primordial la de comunicar o evocar algún objeto ausente, sino que el papel fundamental, y verdaderamente importante, lo constituyen las transformaciones de unas representaciones en otras, ya que permiten obtener nuevas informaciones, propiedades, y extraer nuevos conocimientos de los objetos, ideas y conceptos representados.

Por otra parte, Ausubel (1963, p.58) afirma que “el aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo del conocimiento”. En este sentido, manifiesta la importancia de las principales características del aprendizaje significativo, las cuales son la no arbitrariedad y la sustantividad. Es decir, el aprendizaje significativo es un proceso activo (depende de la asimilación de las actividades por parte del individuo) y personal (ya que la significación de aprendizaje depende de los recursos cognitivos del individuo, además del desarrollo y puesta en práctica de los mismos), mediante el cual, cualquier individuo a partir de una actitud favorable, logra establecer una relación o vínculo entre los nuevos conocimientos y los que él ya posee en su estructura cognitiva, para facilitar la retención del nuevo conocimiento.

### 3. METODOLOGÍA

#### 3.1 Enfoque epistemológico.

En el presente trabajo, el investigador asumió un enfoque epistemológico cuantitativo y paradigma positivista, en donde, según Barrera (2010, p.70) “prevalecen los hechos antes que las ideas, las ciencias experimentales ante las teóricas”. Además, la experiencia prima sobre las ideas y sobre la razón, pero es la comprobación, en su condición necesaria y emergente la que nos acerca a la posibilidad de determinar la validez de lo conocido y de aquello por descubrir y conocer. De la misma manera, el positivismo corresponde a una forma de abordar los problemas del conocimiento y de la ciencia a partir del realismo. A partir de las consideraciones anteriores, el estudio consistió en utilizar la recolección de datos y el análisis de los mismos, con el ánimo de contestar la pregunta de investigación, se utilizó la medición numérica, el conteo y la estadística para la validación de dichas estrategias.

#### 3.2 Tipo y diseño de la investigación.

El estudio constituye una investigación de tipo Explicativo, el diseño es cuasiexperimental, de campo y longitudinal. Según Hernández (2014, p.95), la investigación es de tipo explicativo ya que va más allá de una simple descripción de los conceptos y objetos matemáticos. Así mismo, se buscó evaluar la efectividad de las estrategias basadas en la visualización de los conceptos y objetos matemáticos que permitieran generar un aprendizaje significativo en estudiantes de educación media. Además, es de campo ya que al apoyarnos sobre hechos reales, se hizo necesario diseñar, aplicar y validar las estrategias.

Sobre la base de las consideraciones anteriores, el diseño de la investigación es Cuasi experimental, teniendo en cuenta que la variable independiente visualización, permitió al investigador observar su efecto y relación con la variable dependiente aprendizaje significativo, pero identificando y separando los efectos de los tratamientos del resto de factores que afectan a la variable dependiente. En esta investigación, los sujetos no fueron asignados al azar, ni se emparejaron, así los grupos estuvieron establecidos antes del experimento. En este orden de ideas, el presente estudio es de carácter longitudinal, ya que la obtención de los datos de los grupos experimentales ( $X_1$ ,  $X_2$ ) y el grupo control, se realizaron en diferentes espacios de tiempo. Además, en la fase inicial de la investigación y para realizar posteriormente inferencias acerca del problema de investigación, se realizó en las mismas condiciones.

### 3.3 Población y muestra.

Teniendo en cuenta que la unidad de muestreo / análisis para la presente investigación estuvo conformada por estudiantes de la Institución Educativa Distrital de las Nieves (INEDIN), ubicada en la localidad Sur – Oriente de Barranquilla, con una población de 345 estudiantes en el nivel medio y cuyas edades oscilan entre 15 y 19 años, de sexo masculino y femenino, ubicados en 11 grupos como lo muestra la siguiente distribución poblacional:

Tabla 1. Distribución poblacional de la INEDIN. Fuente: Elaboración propia.

Grupo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
No. Estudiantes	30	32	30	35	30	30	34	31	32	31	30

Se estableció una población de tipo finita, además, compuesta por 2 docentes del Departamento de Matemáticas con edades de 35 y 43 años, ambos de sexo masculino con títulos profesionales de Licenciado en Matemáticas y Física; Maestría en Educación con Énfasis en Cognición Matemática. La muestra utilizada estuvo conformada por 95 estudiantes de nivel medio de la INEDIN, la cual se puede visualizar en la siguiente tabla:

Tabla 2. Muestra poblacional INEDIN. Fuente: Elaboración propia.

Grupo A	34 estudiantes	Grupo experimental con X1
Grupo B	30 estudiantes	Grupo experimental con X2
Grupo C	31 estudiantes	Grupo de control

Por otra parte, el esquema para el anterior cuadro poblacional y diseño con pre prueba – post prueba y grupos intactos es el siguiente:

Tabla 3. Diseño con pre prueba, post prueba y grupo control. Fuente: Elaboración propia.

G1	O <sub>1</sub>	X1	O <sub>2</sub>
G2	O <sub>3</sub>	X2	O <sub>4</sub>
G3	O <sub>5</sub>	-----	O <sub>6</sub>

Según Hernández (2014, p.145), el arreglo anterior define un diseño con pre prueba, post prueba y grupo control, donde el tratamiento experimental (X1 y X2) lo recibieron los grupos G1 y G2, mientras que el grupo control G3, no recibió ningún tratamiento. En este orden de ideas, cada tratamiento generó dos observaciones (O<sub>1</sub>,...,O<sub>6</sub>), debido a la aplicación de una pre prueba y una post prueba. Con referencia a lo anterior, se tuvieron en cuenta las posibles comparaciones de este diseño, de la siguiente manera: las pruebas de comparación entre grupos experimentales, además entre grupos experimentales y grupo control, tanto en pre prueba como en post prueba, es decir, se pudieron comparar las puntuaciones obtenidas en pre y post prueba para cada grupo y entre grupos (experimentales y control).

### 3.4 Técnicas e instrumentos.

**3.4.1 Técnicas:** La presente investigación utilizó como técnicas: en primer lugar, la observación, la cual se realizó de manera directa e individual para registrar de manera sistemática, válida y confiable los comportamientos y conductas de los estudiantes en educación media de la INEDIN, cuando se enfrentaron a situaciones o problemas que involucraron estrategias basadas en la visualización de conceptos y objetos matemáticos, para posibilitar en ellos, un aprendizaje significativo. La observación fue durante dos períodos académicos en el área de matemáticas, la cual se desarrolló tres veces a la semana, para un total de cinco (5) horas y en segundo lugar, la encuesta.

**3.4.2 Instrumentos:** Para este estudio, después de haber definido el diseño, la población y muestra, se utilizó como instrumento de obtención y registro de datos el cuestionario, teniendo en cuenta su versatilidad y la posibilidad que ofrece de consultar a una población amplia de una

manera rápida y económica. Además, el instrumento obedeció a un conjunto de preguntas relacionadas con las variables visualización y aprendizaje significativo, objeto del presente estudio. En este sentido, se elaboró: en primer lugar, un cuestionario pre prueba, donde se tuvieron en cuenta las características de la población (nivel cultural, socioeconómico, edad, entre otros) y a partir de allí se determinaron algunos aspectos del instrumento como por ejemplo, el tipo de preguntas (registro, tratamiento y conversión), el número, el lenguaje y el formato de respuesta. En segundo lugar, un cuestionario después de la aplicación de las estrategias basadas en la visualización de objetos y conceptos matemáticos (post prueba).

### 3.5 Validez y confiabilidad de los instrumentos.

La validez de contenido descansó en el método de juicio, para lo cual se utilizó el criterio de Lawshe (1975), quien propone la siguiente expresión para calcular el IVC:

$$IVC = \frac{n_e - \frac{N}{2}}{\frac{N}{2}} \quad (Ec. 1)$$

Donde:

$n_e$ : Número de expertos que valoraron el ítem como esencial.

$N$ : Número total de expertos evaluadores del ítem.

Además se tuvo en cuenta la escala del IVC, la cual oscila entre +1 y -1, siendo las puntuaciones positivas las indicadoras de una mejor validez de contenido y los ítems con una bajo IVC fueron eliminados. Ahora, en referencia a la confiabilidad interna del cuestionario, se tuvo en cuenta la elaboración del instrumento en escala tipo Likert, y se aplicó una prueba de Alpha de Cronbach, la cual midió la razón existente entre la variabilidad en las respuestas de cada ítem con la variabilidad total del instrumento.

## 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al finalizar la presente investigación se pudo concluir que el diseño y aplicación de estrategias basadas en la visualización de los conceptos y objetos matemáticos, contribuye notoriamente al aprendizaje de los estudiantes de educación media en la Institución Educativa Distrital de las Nieves. Lo anteriormente expuesto está sustentado en la prueba Post Hoc y el gráfico de medias en la post prueba, donde los grupos experimentales ( $X_1$  y  $X_2$ ), se ubicaron de acuerdo al baremo en un rango alto (61 – 80), mientras que el grupo control se mantuvo en el rango moderado (41 – 60). A partir de este estudio, se proponen las siguientes recomendaciones para futuras investigaciones: fomentar el diseño y aplicación de estrategias basadas en la visualización de los conceptos y objetos matemáticos en todos los niveles educativos en el área de matemáticas, realizar estudios de tipo descriptivo – correlacional de corte transversal, de tal manera que se puedan aplicar técnicas de análisis multivariado factorial, para posibilitar la generación de grupos de dimensiones distintas a las actuales.

## 5. REFERENCIAS

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215 - 24.

Ausubel, D (1963). *The psychology of meaningful verbal learning*. NewYork, Grune and Stratton.

- Badillo, E & Figueiras, L (2013). Visualización gráfica y análisis comparativo de la práctica matemática en el aula. *Revista Enseñanza de las Ciencias*. Número 31, pp 207 – 225. ISSN: 0212 - 4521
- Barrera, M (2010). *Modelos Epistémicos en Investigación y Educación*. Caracas: Servicios y Proyecciones para América Latina. Quirón Ediciones. Sexta Edición. ISBN 978 – 980 – 6306 – 68 – 4.
- Congreso de la República de Colombia (1994). *Ley General de la Educación 115*. Santafé de Bogotá D. C.
- Duval, R. (2006a). Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques. *Relime*, Número Especial 1, 45 - 81.
- González, F, Veloz, J, Rodríguez, I, Veloz, E, Guardián, B & Ballester, A (2013). Los Modelos de Conocimiento como Agentes de Aprendizaje Significativo y de Creación de Conocimiento. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*. Universidad de Salamanca. *TESI*, 14(2), pp. 107 – 132.
- Hernández, R. Fernández, C y Baptista, P (2014). *Metodología de la Investigación*. Sexta edición. McGraw – Hill / Interamericana de editores S. A. de C. V. ISBN: 978 – 1 – 4562 – 2396 – 0. México.
- IBM SPSS (2013). *Statistical Package for the Social Sciences*. Paquete Estadístico para las Ciencias Sociales. Universidad de Chicago.
- Lawshe, C. H. (1975). A quantitative approach to content validity. *Personnel Psychology*, 28, 563 - 575.
- Macías Sánchez, J (2014). Los registros semióticos en matemáticas como elemento personalizado en el aprendizaje. *Revista de Investigación Educativa Conect@2*, 4(9): 27 – 57.
- Planchart, O (2013). *La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma del Estado de Morelos. Cuernavaca, Morelos.
- Quesada, H (2014). *Tesis Doctoral: Análisis de la coordinación entre los procesos de la visualización y los procesos de razonamiento en la resolución de problemas en geometría*. Universidad de Alicante. Departamento de innovación y formación didáctica. Alicante.
- Quintero, J, Fernández, M & Meneses, J (2014). Propuesta didáctica con enfoque constructivista para mejorar el aprendizaje significativo de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. Número 38. ISSN: 1815 – 0640, p. 33 – 49.
- Rojas, P (2014). *Articulación de saberes matemáticos: representaciones semióticas y sentidos*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. ISBN impreso: 978 – 958 – 8832 – 19 – 7. Primera edición.

## OBSTÁCULOS DIDÁCTICOS DEL DOCENTE DE MATEMÁTICA EN EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA EN EL MUNICIPIO DE VALLEDUPAR.

Teovaldo García Romero<sup>1</sup>  
Wilcar Damián Cifuentes Álvarez<sup>2</sup>  
Jhonys Bolaño Ospino<sup>3</sup>  
Ever De la Hoz molinares.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup> Lic., Esp., Msc., Dr.; Universidad Popular del Cesar; Colombia; teovaldogarcia@unicesar.edu.co.

<sup>2</sup> Lic., Msc (c); Universidad Popular del Cesar; Colombia; wilcarcifuentes@gmail.com.

<sup>3</sup> Lic., Msc., Dr. (c); Universidad Popular del Cesar; Colombia; jhonysbolano@unicesar.edu.co.

<sup>4</sup> Lic., Msc., (c); Universidad Popular del Cesar; Colombia; everdelahoz@unicesar.edu.co.

Marlon de Jesús Rondón Meza.<sup>1</sup>

## Resumen

Este trabajo analizó los obstáculos didácticos de los docentes de matemática, en la Educación Básica Secundaria y Media, del Municipio de Valledupar. Implicando esto, orientar y proponer, estrategias metodológicas que permitan evitar y superar los obstáculos didácticos presentes en el quehacer del aula de matemáticas. Se trató, de una investigación de diseño no experimental, transeccionales descriptiva y de campo. Para la recolección de los datos se utilizó una encuesta, tipo Likert aplicada a 46, de 135 docentes en 11 de las 24 Instituciones Educativas Urbanas del Municipio de Valledupar. Así mismo, los análisis de los resultados, admitieron conocer las dificultades que poseen los docentes para identificar, producir, difundir e integrar el conocimiento matemático al proceso de enseñanza-aprendizaje en su hábitat. Con base en estos resultados, se hacen sugerencias que pueden ser de gran utilidad, para que exista una adecuada directriz que propicie novedosos procesos de Enseñanza-Aprendizaje, en las Instituciones Educativas Valduparense.

**Palabras claves:** *Obstáculos didácticos, procesos, enseñanza-aprendizaje, globalización de la investigación matemática.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Los antecedentes investigativos que orienta este trabajo, gira en torno a las investigaciones, que desde los inicios de las disímiles épocas históricas de la humanidad, han tenido los obstáculos didácticos del docente de matemáticas en el proceso Enseñanza-Aprendizaje de la matemática, orientados infaliblemente a la apropiación y construcción social del conocimiento matemático, como una actividad primitiva y polivalente, con diferentes soportes, rutinas e interpretaciones épocales.

(De Guzmán, 2010), afirma que este proceso fue iniciando por los Pitagóricos, quienes lo consideraron como un camino de acercamiento a la divinidad; luego en el Medioevo, fue estimado como un elemento disciplinador del pensamiento. De igual manera, en el Renacimiento como una herramienta versátil e idónea para la explotación del Universo. En consecuencias, fue un elemento de gran valía del pensamiento filosófico entre los pensadores del Renacimiento y los filósofos contemporáneos, utilizándolo como un elemento de creación de belleza artística, y como un campo de ejercicio lúdico, entre los matemáticos de todos los tiempos.

Es por ello, que la temática objeto de estudio propuesta en esta investigación, ha sido estudiada a partir, de distintas perspectivas y en diferentes países, concernientes específicamente a los componentes de la formación de profesores en general, y de la matemáticas en particular, donde han tomado partido profesionales de muy diversos ámbitos (investigadores, formadores de profesores, profesionales de la enseñanza), desde campos diversos y generales, (psicología, pedagogía y educación) o más específicos (didáctica de las matemáticas, de las ciencias experimentales, sociales), (García, 2005).

Razón por la cual, los diligentes estudiosos de la educación matemática en sus diferentes trabajos entre otros como: (Rico, 1995); (Esteley y Villarreal, 1996); (Caputo y Soto, 2002); (Hitt, 2003); (Di Blasi Regner y Otros, 2003); (Abrate; Pochulu y Vargas, 2006); (Espinoza, Barbé, Gálvez,

---

<sup>1</sup> Lic., Msc., Dr.,; Universidad Popular del Cesar; Colombia; marlonrondonm@unicesar.edu.co



2011); (Mulhern 1989, citado por Rico, 1995), coinciden en afirmar que los obstáculos didácticos de los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática, pueden ser:

1°. Superados y aceptados, no como algo que no tendría que haber aparecido, sino como una instancia cuya aparición es útil e interesante, ya que permite la adquisición de un nuevo y mejor conocimiento; donde los errores que se reiteran en los distintos años, niveles y ciclos, que conforman el Sistema Educativo, resultan ser básicamente los mismos para cada contenido del currículo.

2°. Igualmente, explicar el proceso Enseñanza-Aprendizaje de las matemáticas, resulta complejo si no se tiene en cuenta los campos sociales, teóricos y contextuales; lo mismo que las características de desarrollo del aprendiz. Por ende, los obstáculos didácticos matemáticos, resultan del proceso de Enseñanza-Aprendizaje entre los actores del binomio docente/aprendiz.

3°. La Enseñanza-Aprendizaje de las matemáticas, enfrenta hoy una importante dificultad: está instalada en el sistema escolar, y en particular en la escuela, como una concepción de las matemáticas. En concomitancia con lo anterior, se tienen los estudios de, (Godino, Batanero y Font, 2011), los cuales destacan el carácter evolutivo del conocimiento matemático; afirmando con ello que el fin primordial del profesor en el aula, es ayudar a sus alumnos a desarrollar el razonamiento matemático, su capacidad de formular y resolver problemas, de comunicar sus ideas matemáticas y relacionar e integrar, las diferentes partes de las matemáticas entre sí y con las restantes disciplinas.

Por último otro grupo de estudiosos, de los obstáculos didácticos en los procesos de Enseñanza-Aprendizaje de las matemáticas que son tenidos en cuenta como antecedentes son: (Vásquez, 2014); (Arboleda, 2011); (Socas y Machín, 2003); (MEN, 1998); (Federici, 2004); (Brousseau, 1989), cuyos aportes están orientados a que:

1°. Nadie duda hoy de la importancia y aplicación de las matemáticas en la educación, en la ciencia, en la industria, las economías, las finanzas, la ecología, la climatología, la medicina, o el atractivo cosmos de la imagen, ya que las matemáticas como disciplina fundante, representa junto con el método experimental, el esquema conceptual en que está basado la ciencia moderna y en el cual gravita la tecnología.

2°. Muchas de las posiciones didácticas y las dificultades asumidas por los docentes, en los procesos de Enseñanza-Aprendizaje de las matemáticas, estarán limitadas por las tipologías, los factores condicionantes, los conocimientos básicos, sus contextos y sus particularidades intrínsecas de dicho conocimiento; lo mismo, que las limitaciones heurísticas, tanto de la complejidad de los conceptos como, a las metodologías vistas desde la concepción de la educación matemática tradicional. En tal sentido, para una mejor disertación los obstáculos didácticos son clasificados en: ontogenéticos, epistemológicos y didácticos.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En consecuencia, los obstáculos didácticos son barreras que impiden la adquisición de un nuevo conocimiento (Andrade, 2008), esto es evidente en el Municipio de Valledupar, puesto que los resultados obtenidos en las pruebas estandarizadas estén por debajo de la media nacional, por lo que se hizo manifiesta la necesidad de identificarlas para buscar estrategias que permitan

superar dichos obstáculos y así el Índice Sintético De La Calidad Educativa (ISCE) del Municipio de Valledupar alcance los estándares mínimos pedidos desde el MEN.

El equipo investigador para una mejor comprensión de los obstáculos didácticos del docente de matemática en el proceso Enseñanza-Aprendizaje de la Educación Básica Secundaria y Media del Municipio de Valledupar, se identifica con las genealogías sistematizadas en tres ejes centrales, propuestas por (Brousseau, 1989), cuya estructura la categoriza en los diversos orígenes según el desarrollo del sujeto y la incursión en modelos culturales específicos en: Ontogenéticos, epistemológicos y didácticos.

Los primeros son aquellos, que tiene que ver con todo lo relacionado con las limitaciones del sujeto en algún momento de su desarrollo, por lo tanto, provienen de las condiciones genéticas específicas de los humanos; los epistemológicos, son los obstáculos que ciertos conceptos tienen para ser aprendidos, es propio del concepto y por último los didácticos, los cuales están en íntima relación, con las decisiones que tome el docente al momento de diseñar una situación de Enseñanza-Aprendizaje, (Federici, 2004).

### 3. METODOLOGÍA.

El marco metodológico, se situó intrínsecamente dentro del modelo de enfoque cuantitativo, puesto que se utilizó la recolección y el análisis de datos para dar respuesta a la pregunta (¿cuáles son los obstáculos didácticos de los docentes de matemática, en la Educación Básica Secundaria y Media, del Municipio de Valledupar?), gravitado indiscutiblemente en la medición numérica, el conteo y repetidamente en el uso de estadísticas, con el fin de instituir con exactitud los patrones de comportamiento de la población objeto de estudio. (Hernández y Otros, 2010).

Igualmente, es de enfoque, empírico-inductivo, puesto que el conocimiento matemático, se fundamenta en la experiencia de los docentes objetos de la muestra, y de las situaciones particulares de lo disciplinar e interdisciplinar de la matemática, lo mismo que de la realidad concreta específica puntual, para llegar a las generalizaciones de los obstáculos didácticos en los procesos de Enseñanza-Aprendizaje de la matemática.

### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

4.1. Las tipologías de los obstáculos ontogenéticos, de los docentes de matemática, son efectivamente los factores condicionantes que obstaculizan al docente de matemática, desarrollar de mejor forma el proceso Enseñanza-Aprendizaje, en los entornos académicos dispuestos para llevar a cabo tal proceso. Razón por la cual, impiden al docente ser competitivos frente a la complejidad de la globalidad de la Enseñanza-Aprendizaje del conocimiento matemático. Dicho de otra manera, son los que coexisten en correspondencia con las limitaciones y características propias de cada individuo, están directamente ligados a su desarrollo neurofisiológico, (Brousseau, 1989).

4.2. Los epistemológicos, son los obstáculos que ciertos conceptos tienen para ser aprendidos, es propio del concepto. Entre ellos, la dificultad del concepto de conceptuar el cero, los números relativos, el salto conceptual entre los números naturales y los números racionales, entre otros, (Brousseau, 1989). Todos estos han sido problemas históricos en cuanto a su

desarrollo conceptual. Es decir, son parte del proceso de aprendizaje y no solo no se deben evitar sino que se deben enfrentar porque juegan un papel muy importante en la adquisición del nuevo conocimiento, (Brousseau, 1989).

4.3. El diseño de las estrategias didácticas y metodológicas que se tienen por parte de los docentes de matemáticas en los procesos Enseñanza-Aprendizaje son exiguas, insuficientes, obsoletas, tradicionales e inequitativas, en su quehacer como formador de la nueva sociedad del conocimiento matemático. Implicando esto, poca coherencia con la articulación de la superación de los factores condicionantes de los obstáculos didácticos, en el proceso de enseñanza-aprendizaje matemático, en la persistencia sistemática de la educación tradicional, la cual gravita y enfatiza su accionar en aprender a manipular números y figuras geométricas. Esto no es enseñar matemáticas porque “(...) estamos enseñando a manejar números, no a pensar sobre ellos. Para hacer matemáticas, no basta realizar operaciones, contar y calcular. La matemática comienza con la toma de conciencia de lo que está involucrado en esas operaciones”, (Federici, 2004).

## 5. REFERENCIAS.

- Abrate, R., Pochulu, M., & Vargas, J. (2006). Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo. *Villa María: Universidad Nacional de Villa María*.
- Arboleda, L. C. (2011). Objetividad matemática, historia y educación matemática. En L. C. Recalde y G. I. Arbeláez (Eds.), *Los números reales como objeto matemático: una perspectiva histórica epistemológica*. Cali: Universidad del Valle.
- Borja, M. (1992). Las ludotecas como instituciones educativas, enfoque sincrónico y diacrónico
- Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. *Construction des savoirs*, 41-63.
- Caputo, L. y Soto, N. (2002). Proporcionalidad directa e inversa: dificultades en su aprendizaje. *Universidad Nacional Del Nordeste*.
- Carl, I.M. (1989). Essential mathematics for the twenty-first century: the position of the National Council of Supervisors of Mathematics. *Mathematics Teacher*. 82 (6), pp. 470- 474.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. AIQUE, Buenos Aires, Argentina. (Edición original, 1985).
- De Guzmán, M. (2010). Organización de Estados Iberoamericanos. Para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. *MATEMÁTICA*. Extraído el 10 de julio de 2010 del sitio: <http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm#B>.
- Di Blasi Regner, M. y Otros (2003). Dificultades y Errores: Un estudio de caso. Comunicación breve presentada en el II Congreso Internacional de Matemática Aplicada a la Ingeniería y Enseñanza de la Matemática en Ingeniería (Buenos Aires, diciembre 2003).
- Espinoza, L.; Barbé, J. y Gálvez, G. (2009). Estudio de fenómenos didácticos vinculados a la enseñanza de la aritmética en la educación básica chilena. *Enseñanza de las Ciencias* 27 (2), 157-168.

- Federici, C. (2004). Una construcción didáctica del Sistema de Numeración Decimal. Bogotá: en imprenta.
- Gamboa, J. (1997). Los errores en el aprendizaje de la Matemática. Distribución en Internet: <http://macareo.pucp.edu.pe/~jhenost/articulos/errores.htm>
- García, M. (2005) La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Revista Educación Matemática*, 17(2), 153-166.
- Godino, Batanero y Font, (2011), *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para Maestros*, Los autores Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada 18071 Granada ISBN: 84-932510-6-2 Depósito Legal: GR- 138-2003 Impresión: Repro Digital. Facultad de Ciencias Avda. Fuente nueva s/n. 18071 Granada. Distribución en Internet: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista L., (2010). *Metodología de la Investigación*. Décima edición. McGraw-Hill Interamericana, México.
- Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. Décimo primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior. Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Ministerio de Educación Nacional, (MEN, 1998), *Lineamientos curriculares en matemáticas. Áreas obligatorias y fundamentales*, Bogotá, Cooperativa Editorial Magisterio.
- Lerman, S, (1994). "Metáforas de la mente y metaphors para la enseñanza y el aprendizaje "las matemáticas, en procedimiento de la Conferencia Internacional de Eighteenth de PME, III. Lisboa 1994, 144-151
- Llinares. S (1998). "La investigación el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional". *Aula 10*, (1998):153-179
- Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de la Matemática. En Kilpatrick Jeremy, Gómez Pedro y Rico Luis (Editores) *Educación Matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 69 – 108.
- Rico, L. y Gutiérrez, J. (Eds.) (1994). *Formación científico-didáctica del profesor de matemáticas de secundaria*. Granada: Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada.
- Rico, L. y Sierra, M. (1994). *Educación matemática en la España del siglo XX*. En J. Kilpatrick, L. Rico y M. Sierra (Eds.) *Educación matemática e investigación*. Madrid: Síntesis.
- Ponte, J. (1999). Teachers` beliefs and conceptions as a fundamental topic in teacher education. En K. Krainer, y F. Goffree (Eds.), *on research in teacher education. From study of teaching practices to issues in teacher education* (pp. 43-50). Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.

- Steiner H. G. (1987). Philosophical and Epistemological aspect of mathematics and their interaction with theory and practices in mathematics education. For the Learning in Mathematics 7 (1), 7-13.
- Socas, M.; Camacho, M. y Hernández, J. (1998) Análisis didáctico del lenguaje algebraico en la enseñanza secundaria. Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado. 32, 73-86.
- Vázquez, S, J., (2010). Las Matemáticas y sus Aplicaciones, Ayer y Hoy. Retos del Futuro. Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma de Madrid Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
- Vergnaud G., (1990). La Teoría de los campos Conceptuales. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol.10 (2,3) pp.133-170.
- Villagrán, M.; Alcalde Cuevas, C.; Marchena Consejero, E. y Navarro Guzmán, J. (1998). Las dificultades en la resolución de problemas aritméticos al iniciarse el segundo ciclo de la educación primaria. Comunicación presentada al II Congreso Iberoamericano de Psicología (Madrid, julio de 1998).
- Von Glasersfeld, Ernest. “Cognition, construction of knowledge, and teaching”, Syntheses, 80, (1989):121-140.

## ¿PARA SER DOCENTE DE MATEMÁTICAS EN COLOMBIA SOLO SE REQUIERE LA SUFICIENCIA EN EL SABER DISCIPLINAR?

Manuel Porras García<sup>1</sup>  
Camila Barrios Cogollo<sup>2</sup>  
Sonia Valbuena Duarte<sup>3</sup>

### Resumen

Ser licenciado en Colombia está reglamentado bajo unos parámetros de calidad regulados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) a través de decretos y resoluciones, siendo la última de estas, la Resolución 18583 del 15 de Septiembre del 2017, en la cual se establecen los criterios que apuntan a una alta calidad en estos programas académicos, esas exigencias que

---

<sup>1</sup> Licenciado en Matemáticas; Colegio Divino Niño; Colombia; mporras@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>2</sup> Licenciado en Matemáticas; Colegio Divino Niño; Colombia; cfbarrios@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>3</sup> Magister en matemática, magister en educación; Universidad del Atlántico; Colombia; soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

son plausibles y entendibles sean aplicadas para quien se forma como docente dado la relevancia y la incidencia que esto tiene en el mejoramiento de la calidad de la formación en el saber disciplinar, la formación en las didácticas específicas dentro del área de formación, además del contacto con la experiencia en la práctica educativa y pedagógica del área; sin embargo en el Decreto 1278 del 2002; aún vigente y aplicable en Colombia; se permite a profesionales no licenciados ser docentes; lo cual abre el cuestionamiento del impacto esperado en la calidad de la educación como lo contempla las exigencias de la Resolución en mención para la formación del licenciado, cuyo perfil ocupacional es la docencia. En este trabajo se presentan los resultados de una investigación realizada donde se hace contacto con los perfiles ocupacionales y de formación entre licenciados y otras profesiones que pueden ejercer como docente de Matemáticas en la básica y media.

## Abstract

In order to have a teaching license in Colombia, professionals are regulated under certain quality parameters by the Ministry of National Education (Ministerio de Educación Nacional - MEN), in accordance with decrees and resolutions, herein represented by the current Resolution 18583 (09/15/2017), whereby criteria are established, pointing to a high standard in these academic programs. Those requirements, which are reasonable and understandable, must be applied if someone wants to become a teacher, given the relevance and influence that they have on the improvement of the quality of training in disciplinary knowledge, as well as a qualification in specific strategies within the training area; these are in addition to the experience obtained in the educational and pedagogical practice of the field. However, Decree No. 1278 was issued in the year 2002, which is still current and applicable in Colombia, and it allows unlicensed professionals to become teachers. Hence, there is an open question about whether a high quality in education can ever be achieved by those professionals (without any qualification or certification), whose occupational profile is teaching, if the aforementioned requirements of the Resolution are taken into consideration. This study presents the results of research which was carried out with occupational profiles and training between certified teachers and other professionals who can teach mathematics in both elementary and high school education.

## 1. INTRODUCCIÓN

La educación ha constituido uno de los ejes del desarrollo político económico y social en la historia del país (Villalobos, 2002; PATRINOS, 2006), por eso es vital en un país en vía de desarrollo que se centren los esfuerzos en tener una educación de calidad (OSORIO, MALDONADO, & RODRIGUEZ, 2012; MARTÍNEZ, 2013). Si la calidad de la educación que recibe un estudiante depende en gran medida de la formación y preparación que tenga su docente, y si de alguna manera esto impacta su proceso de enseñanza en el saber disciplinar que le une a su estudiante (KOSNIK, 2014), entonces cabe cuestionarse apoyándonos en investigaciones como la de Guzmán (2011), Medrado y Vaillant (2009) hasta qué punto el no estar formado para ser docente repercute en la calidad de la educación que recibe el estudiante y por tanto en la calidad de todo el proceso de enseñanza y aprendizaje presente en el ambiente educativo.

Sin embargo en la reglamentación colombiana vigente, tenemos el Decreto 1278 "Estatuto de Profesionalización Docente" donde se define el concurso para ingreso al servicio educativo estatal, y establece las etapas para su desarrollo, este Decreto permite que todo profesional no licenciado pueda participar del concurso de mérito a docente, legislación que fue motivo de

discrepancias; según el periódico El Tiempo en su edición del 28 de abril 2005; entre el Magisterio Colombiano y el Gobierno Nacional en el año 2005, puesto que la intencionalidad del Estado colombiano con esta iniciativa fue la reducción de la tasa de desempleo en el país, la cual estaba con altos índices; un 17,8% en marzo de 2002, según la Unidad de Análisis de Mercados Financieros en su Boletín de Coyuntura. Con la implementación del Decreto en el concurso de mérito del año 2006 que pondera solamente el saber disciplinar desestimando las dimensiones didácticas y pedagógicas propias y necesarias en la formación del profesional de la educación, lo que es apenas natural el que otros profesionales distintos a licenciados participaran del concurso de mérito docente.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Dentro de los referentes teóricos que está usando esta investigación es la calidad de la educación (OSORIO, MALDONADO, & RODRIGUEZ, 2012; MARTÍNEZ, 2013) (KOSNIK, 2014), Resoluciones emitidas por el MEN tales como La Resolución No. 09317 del 6 de Mayo del 2016 permite que un estadístico, matemático, ingeniero pueda ser un docente en matemáticas, El Decreto No.2035 del 2005 en el cual se reglamenta los créditos académicos para los programas de formación de pregrado a los profesionales no licenciados, como mínimo 10 créditos académicos. Un crédito corresponde a 48 horas de trabajo académico, lo cual muestra enormes diferencias con un programa de licenciatura y por último mostrar como Colombia preocupada por la calidad de la educación en el País y en búsqueda de la mejoría en la misma, establece a través de la Resolución No. 18583 del 15 de Septiembre del 2017 menciona 15 componentes obligatorios para la formación de un licenciado donde cabe resaltar didáctica, pedagogía y 40 créditos de prácticas pedagógicas.

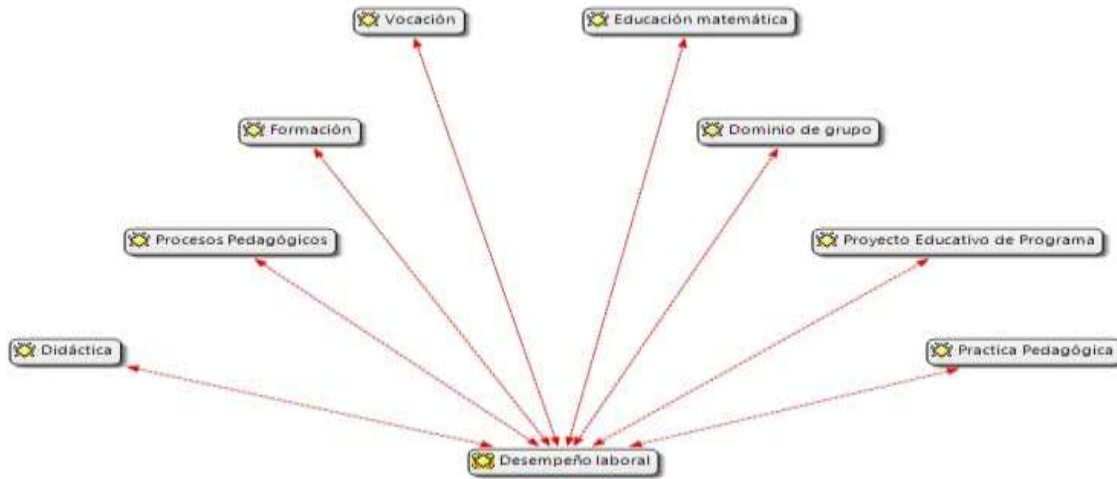
## 3. METODOLOGÍA

Esta investigación tiene un paradigma cualitativo, que tiene por objeto describir el impacto en la calidad de la educación un docente de matemática en ejercicio, cuando es no licenciado. De esta manera, se analizan el Proyecto Educativo de Programa (PEP), los perfiles ocupacionales y de desempeño de los licenciados y los profesionales distintos a licenciados, lo que se reconoce las diferencias sustanciales en cuanto a estos programas.

La muestra fue de manera aleatoria entre distintas Instituciones Educativas Públicas.

Se realizó una entrevista a los directivos docente, en la primera parte respondían una serie de preguntas ligadas a la posición de ellos acerca de si estaban o no de acuerdo con que los profesionales no licenciados dieran clases, y además, debido a su experiencia, calificaban de 1 al 4, siendo el 1 deficiente y 4 bueno, de acuerdo a los componentes establecidos en la Resolución No 09317 (*“Manual de Funciones, Requisitos y Competencias para los cargos de directivos docentes y docentes del sistema especial de carrera docente”*), tanto a los licenciados como a los profesionales no licenciados. La entrevista se envió por correo electrónico y, en algunos casos, por medio de audios.

Imagen 1. Percepción Directivo docentes



#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta que actualmente en Colombia existe una tasa de desempleo considerable surge una entrada a los profesionales no licenciados en el año 2002 por medio del Decreto 1278 en el entorno educativo ya que como razón principal de esa entrada es disminuir considerablemente a la tasa de desempleo, haciendo una ligera observación del efecto que pueden ocasionar esos profesionales al ámbito educativo estudiantil por su falta de preparación en esos temas.

Los resultados obtenidos y por sus análisis se puede afirmar que existe un impacto en la calidad de la educación que reciben los estudiantes de básica y media cuando su docente de matemáticas no está formado para ser docente debido a que su Proyecto Educativo de Programa (PEP) de esos profesionales en la mayoría ni siquiera tocan temas alusivos a la Educación.

Por medio de entrevistas dirigidas a coordinadores y rectores de distintas educaciones educativas se logró evidenciar que los profesionales no licenciados tienen poca preparación en procesos pedagógicos, didácticos y falta de vocación abriendo varios interrogantes acerca de su labor como docente.

Cabría entonces analizar por qué los estudiantes están “mal” en matemáticas, ¿Quiénes son sus docentes?, ¿Saber matemática significa o asegura ser un “buen” profesor de matemáticas?

#### 5. REFERENCIAS

Vanegas, C., Correa, E., & Fuentealba, R. A. (2015). La practica del profesor de ciencias. *Perspectiva Educativa*, 54, 17-34. doi:10.4151/07189729

Wideen, M., Mayer-Smith, J., & Moon, B. (1 de Junio de 1998). Un análisis crítico de la investigación sobre el aprendizaje de la enseñanza: defendiendo una perspectiva ecológica en la



investigación. *American Educational Research Association*, 68(2), 130-178.  
doi:10.3102/00346543068002130

Pochulu, M. D., & Rodríguez, M. A. (2015). Educación Matemática. En P. Marcel D, & R. Mabel A, *Aportes a la formación docente* (págs. 9-14). Provincia de Córdoba: Editorial Universitaria de Villa María. Issn 978-987-630-116-9

Kosnik, C. (5 de Mayo de 2014). *La calidad en la educación depende directamente de la calidad de los profesores, los profesores y los currículum*. (C. Kosnik, Editor) Recuperado el 10 de Marzo de 2018, de Ministerio de Educación Nacional: <https://www.mineduccion.gov.co/cvn/1665/w3-article-340967.html>

## REPRESENTACIONES CRONOTOPOGRÁFICAS EN LA COMUNICACIÓN ENTRE PROFESOR Y ESTUDIANTES EN CLASE DE GEOMETRÍA ANALÍTICA EN LA EDUCACIÓN MEDIA

María Alejandra Mejía Pérez<sup>1</sup>  
Armando Aroca<sup>2</sup>

### Resumen

---

<sup>1</sup> Licenciada en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; malejandramejia@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>2</sup> Docente catedrático; Universidad del Atlántico; Colombia; armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co

El problema de investigación consistió en la manera en cómo las gráficas se presentaron en la comunicación entre profesor y estudiantes, teniendo en cuenta las diferentes dificultades en la interpretación y elaboración de las gráficas y la relación con sus ecuaciones; también se centró en una notoria dificultad en los modos de comunicación entre profesor y estudiantes que intervinieron en la emergencia espontánea de los modelos mentales cronotopográficos de los estudiantes con respecto a los de los profesores. El objetivo general de esta investigación fue caracterizar los modos de comunicación de los modelos mentales cronotopográficos de profesor y estudiantes de grado decimo que emergen en el desarrollo de actividades de Geometría Analítica que vinculen la introducción y el manejo de coordenadas en el plano y en el espacio. El marco teórico de la presente investigación estuvo relacionado principalmente a la comunicación en la educación matemática, la Geometría Analítica, el cronotopo, las representaciones semióticas y el lenguaje. La investigación es de carácter etnográfica, los datos recogidos responden a varios momentos de observación, se hace uso de registros audiovisuales, sus transcripciones y un análisis de la información. Entre los principales resultados se destaca que los modelos mentales en su totalidad representados semióticamente a través de los lenguajes análogos, gestuales e icónicos fueron los modelos mentales relacionados a lo espacial, es decir, los modelos mentales topográficos no evidenciándose la representación de los modelos mentales relacionados al tiempo, es decir, los modelos mentales cronográficos.

**Palabras claves:** *Comunicación, cronotopografía, geometría analítica, modelos mentales, plano cartesiano.*

## Abstract

The research problem consisted in the way in which the graphs were presented in the communication between teacher and students, taking into account the different difficulties in the interpretation and elaboration of the graphs and the relation with their equations. It also focused on a notorious difficulty in the modes of communication between teacher and students that intervened in the spontaneous emergence of chronotopographic mental models of students with respect to those of teachers. The general objective of this research was to characterize the modes of communication of chronotopographic mental models of teacher and tenth grade students that emerge in the development of Analytical Geometry activities that link the introduction and the handling of coordinates in the plane and in space. The theoretical framework of this research was related mainly to communication in mathematics education, Analytical Geometry, chronotope, semiotic representations and language. The research is ethnographic in nature, the data collected respond to several moments of observation, it makes use of audiovisual records, its transcriptions and an analysis of the information. Among the main results it is highlighted that the mental models in their totality represented semiotically through the analogous, gestural and iconic languages were the mental models related to the spatial, that is to say, the topographic mental models not evidencing the representation of the mental models related to time, that is, the chronographic mental models.

**Keywords:** *Communication, chronotopography, analytical geometry, mental models, cartesian plane.*

## 1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, aprender a comunicarse matemáticamente ha cobrado gran importancia como parte de los objetivos propuestos para el aprendizaje de las matemáticas

(Guillermina, 2009). La tarea educativa centrada en el conocimiento matemático como el que abarca la geometría analítica no puede entenderse sin una acción comunicativa.

González (2007) afirma que la Geometría Analítica es, una especie de diccionario entre el Álgebra y la Geometría que asocia pares de números a puntos y ecuaciones a curvas. En el marco de las interacciones comunicativas que surgen en la introducción y manejo de coordenadas en el plano y en el espacio, Vasco (2016) denomina el cronotopo como el trasfondo de las representaciones mentales de lo témporo-espacial, de donde parecen surgir las imágenes y modelos experimentados internamente; por esta razón, no se considera favorable separar lo temporal de lo espacial. Surge entonces, de las formas de interpretar los modos de expresión, transformación y representación de los modelos mentales cronotópicos, la crontopografía como la escritura de signos empleados para representar el espacio y el tiempo.

El presente proyecto de investigación busca, por medio del programa Etnomatemática, caracterizar los modos de comunicación de los modelos mentales cronotopográficos de profesor y estudiantes de grado decimo que emergen en el desarrollo de actividades de Geometría. Para caracterizar los modelos mentales cronotopográficos se tuvo en cuenta principalmente a Duval (1993) con su teoría de las representaciones semióticas; entre otros teóricos.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En los últimos años, aprender a comunicarse matemáticamente ha cobrado gran importancia como parte de los objetivos propuestos para el aprendizaje de las matemáticas (Guillermina, 2009). Según Fontcuberta (2001) la relación entre comunicación y educación se da desde el origen mismo de ambos conceptos, no puede entenderse la tarea educativa sin una acción comunicativa; no hay quien enseñe si previamente no comunica. En este sentido, la construcción de conocimiento matemático y el buen desarrollo de los procesos de comunicación son del todo inseparables. (Planas, 2002).

En el marco de las interacciones comunicativas que surgen en la introducción y manejo de coordenadas en el plano y en el espacio, Vasco (2016) denomina el cronotopo como el trasfondo de las representaciones mentales de lo témporo-espacial, de donde parecen surgir las imágenes y modelos experimentados internamente. Un modelo mental es una imagen inicialmente cambiante que se va volviendo estable, a partir de estímulos y tiende a permanecer estable ante la aparición de nuevos estímulos o imágenes sobre un objeto, situación o proceso. Así, el estímulo precede a la imagen mental, y las sucesivas transformaciones de esta hasta estabilizarse en el modelo mental (D'Amore, 2006).

Las raíces Crono – Topo y la terminación grafía tienen un papel muy importante en la presente investigación y es debido a que juntas dan origen a la terminación cronotopografía, la cual es la escritura de signos empleados para representar el espacio y el tiempo (Vasco, 2016); es decir, lo temporo – espacial. Por su parte, Delgado (2018) interpreta las grafías en el marco teórico propuesto por Jean Piaget, y afirma que serían el producto de la tematización de “esquemas de acción” que los sujetos construyen cuando realizan ciertas tareas y su función es comunicar y compartir con otros su experiencia, lo que el sujeto cree respecto a sus acciones. Y continúa afirmando que, en este sentido la experiencia es socialmente compartida. Recíprocamente, de acuerdo con el postulado fundamental del aprendizaje enunciado por Lev Vygotsky se puede interpretar que el proceso de aprendizaje que origina tales esquemas de acción tiene su origen en la sociocultura en la que se realiza la tarea y es mediado por ella. Entre las herramientas

materiales e intelectuales que potencialmente median la acción, los lenguajes son “instrumentos de mediación” sociales e importantes porque influyen en los procesos cognitivos que orientan las acciones que actualmente posee el sujeto y que emplea para alcanzar su objetivo. En este sentido las grafías serían instrumentos de mediación proporcionado por el medio cultural.

Según Duval (1993), los conceptos matemáticos, entre estos los modelos mentales cronotopográficos, no son objetos reales y por consiguiente se debe recurrir a distintas representaciones para su estudio y para llevarlo a cabo resulta importante tener en cuenta que las mismas no son el objeto matemático en sí, sino que ayudan a su comprensión. Un objeto matemático no es otra cosa que el invariante (operatorio o lógico-discursivo) de una multiplicidad de representaciones semióticas posibles (Duval, 2011).

Calderón (2018) afirma que desde un punto de vista semiótico, un lenguaje es un sistema que favorece construir o producir representaciones y establecer procesos de comunicación, entendiendo por lenguajes tanto la facultad humana de significar y de comunicar.

Para el análisis de la información recolectada en esta investigación, los lenguajes análogos, gestuales e icónicos jugaron un papel importante. El lenguaje análogo hace referencia a todo acto comunicativo con fuerza impositiva; es decir, que impresiona a los intervinientes. La comunicación analógica tiene fuerza constitutiva del contexto; esto es, establece relaciones entre los interlocutores; por lenguaje gestual es aquel que utiliza el gesto como emisor, como medio de entendimiento y de expresión unido al lenguaje hablado, no como mero acompañante sino como parte constitutiva de él formando parte integral del pensamiento. El lenguaje icónico es un sistema de representación tanto lingüístico como visual. Se habla de lenguaje icónico al tratar la representación de la realidad visual a través de las imágenes.

### 3. METODOLOGÍA Y RESULTADOS

La investigación propuesta es una Etnografía Educativa, la cual según Goetz y LeCompte (1998) tiene como objeto aportar valiosos datos descriptivos de los contextos, actividades y creencias de los participantes en los escenarios educativos. Habitualmente, dichos datos corresponden a los procesos educativos tal como éstos ocurren naturalmente.

La investigación también es de tipo exploratorio, pues el interés radica en la observación y el análisis de la interacción comunicativa entre el profesor y sus estudiantes cuando resuelven en conjunto algunas actividades de Geometría Analítica. Hernández (2014) plantea que los estudios exploratorios se realizan cuando el objetivo es examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas o no se ha abordado antes; es decir, cuando la revisión de la literatura reveló que tan sólo hay guías no investigadas e ideas vagamente relacionadas con el problema de estudio, o bien, si deseamos indagar sobre temas y áreas desde nuevas perspectivas.

Teniendo en cuenta el objetivo de la presente investigación, la población se encuentra en profesores y estudiantes de décimo grado en la asignatura de Geometría Analítica, de manera que se permita caracterizar los modos de comunicación de los modelos mentales cronotopográficos de profesor y estudiantes que emergen en el desarrollo de actividades de Geometría Analítica que vinculen la introducción y el manejo de coordenadas en el plano y en el espacio. El contexto sociogeográfico de la muestra para esta investigación es una Institución

Educativa pública de Barranquilla, capital del Atlántico, ubicada al norte de Colombia. La investigación se realizó con un grupo mixto de estudiantes de Geometría Analítica que se constituyó en 40 integrantes más su profesor.

En la presente investigación, se utilizan técnicas e instrumentos de recolección de datos de tipo cualitativo, dado que se utiliza la Etnografía como método de Investigación Cualitativa, la cual, según Maturana y Garzón (2015), es apropiada y pertinente para el desarrollo de estudios en el Entorno Educativo. Se llevó a cabo la observación y en lo que concierne a los instrumentos de recolección de la información, se implementó como principal herramienta la obtención de registros audiovisuales y como segundo instrumento implementado fue la bitácora de observación.

La recolección de la información haciendo uso de los registros audiovisuales, consistió en dirigirse semanalmente los días miércoles a la clase de Geometría Analítica en grado decimo de una Institución Educativa publica de Barranquilla. Durante el semestre que correspondió al periodo 2017-2 se recogieron y transcribieron 14 sesiones. La información era organizada y sistematizada en carpetas. Una vez sistematizada se elaboraron las bitácoras y las transcripciones. Dado que el interés de esta investigación se centró en identificar las representaciones de los modelos mentales cronotopográficos mediante el lenguaje análogo, gestual e icónico para el espacio y para el tiempo; es decir, para lo que se llama topografía y cronografía; se decidió hacer una clasificación en el texto de las transcripciones de qué se considera una representación de los modelos mentales asociados a lo topográfico y/o a lo cronográfico.

A continuación se muestra un pasaje de transcripción como uno de los resultados.

**Lugar geométrico descrito por la trayectoria de un avión que se mantiene sobrevolando la ciudad de Tijuana a una distancia constante de 4 km.**

Em: bueno/ ee/ el primer ejercicio/ bueno estos ejercicios van a ser muy (( )) bueno el primero dice/ ¿cuál es el lugar geométrico descrito por la trayectoria de un avión que se mantiene/ sobrevolando la ciudad de Tijuana a una distancia constante de cuatro kilómetros/ de la torre del aeropuerto/ esperando instrucciones para su aterrizaje?

Ilustración 2. La cartelera que coloco Em en el tablero.



Em: bueno/ este/ creo que ese ejercicio es fácil/ y lo único que tenemos que hacer es aplicar la / ee/ la fórmula de radio/  $x^2 + y^2 = r^2$  ee/ nos dice/ este es el centro y aquí encontramos/ que está // ¿Cómo se dice?/ la aa/ bueno la caja de control / la torre de control de/ de// bueno del aeropuerto/ ↑ y entonces/ aquí está esperando el avión su aterrizaje/ entonces dice que/ de cualquier punto que se encuentre va a empezar a hacer un círculo (Em simula una circunferencia con el marcador que sostiene con su mano) en el que / de ee/ de la cabina de control a / al avión siempre va a haber cuatro kilómetro/ de ee/

Ilustración 3. Em representa con sus manos una circunferencia.



P: ósea/ ¿eso visto desde arriba?

Em: ee / esto así/ como si estuviera así / entonces cualquier punto/ desde acá / desde acá/ desde acá/ siempre van a haber cuatro // acá o acá/ entonces lo que vamos a aplicar / nos dice/ no tenemos ni x ni y / y no los vamos a necesitar tampoco/ lo único que necesitamos es saber el radio/ porque x y y representan cualquier punto/ ee/ esto nos quiere decir/ que cualquier punto de la circunferencia que encontremos / que ustedes se lo pueden imaginar/ va a tener que dar cuatro al cuadrado/ que va a ser el radio/// si este nos da mayor a cuatro/ va a estar afuera de la circunferencia/ pero si nos da menor que cuatro es que está dentro de la circunferencia / pero no pasa/ ósea no pasa del límite del radio/ entonces reemplazaríamos x a la dos más y a la dos igual a cuatro/ eso es igual a x a la dos más y a la dos igual a 16/ y eso sería todo/

P: bien/ mi pregunta es/ ¿qué quiere decir?/ ósea/ cuando a ustedes le piden el lugar geométrico/ ¿Qué les estarán pidiendo? // ¿Por qué una circunferencia y no otra cosa?/// ¿Por qué asumió que era una circunferencia y no?

Em: no porque/ no porque dice que el avión se mantiene volando ee/ alrededor de la torre/ a una distancia de ella de cuatro kilómetros/ porque mantiene una distancia constante/ no cambia/ y porque (( )) del otro extremo y la distancia es igual en todos lados

P: ósea que/ ¿Cuál viene siendo el punto fijo?/ ¿es el centro!/cierto!/ entonces por eso ella escogió / ahora/ ¿Por qué cogió esa y no otra ecuación de la circunferencia? /

Em: porque salió de la torre de control que está en el centro seño/

P: ósea/ tomamos la torre de control en el/

Em: en el origen en cero cero

**Análisis:** Según Vasco (2016), las gráficas deben dejar huellas, de lo contrario, dejarían de ser gráficas. En este pasaje se puede analizar que Em simula una circunferencia con el marcador que sostiene con su mano, pero de esta acción, en el pasaje, solo se describe; por tanto esto no es representación del modelo mental topográfico que Em tiene de circunferencia puesto que no hay registro de dicha acción; sin embargo existe una representación semiótica ilustrativa de tipo gestual siguiendo lo planteado por Silvia y Vera (2007) puesto que ellos afirman que los gestos se integran en el proceso comunicativo gracias al principio de la economía lingüística, en este caso, cuando Em quiso expresar algo difícil de decir con palabras. Caso contrario sucede en la ilustración 3, en la cual se puede evidenciar el registro, en este caso fotográfico, de la representación tanto icónica como gestual del modelo mental topográfico de Em relacionado con

la circunferencia. Se evidencia entonces, como la comunicación entre la profesora y la estudiante permite que esta última argumente por qué represento de manera gráfica el modelo mental de una circunferencia para dar solución al ejercicio y no otro modelo mental, evidenciando lo planteado por Duval (1993) cuando afirma que diferenciar entre un objeto y su representación es un punto estratégico para la comprensión de las matemáticas.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La información que se obtuvo durante el trabajo de campo, especialmente en los pasajes seleccionados mostraron que los modelos mentales en su totalidad representados semióticamente a través de los lenguajes análogos, gestuales e icónicos fueron los modelos mentales relacionados a lo espacial, es decir, los modelos mentales topográficos no evidenciándose la representación de los modelos mentales relacionados al tiempo, es decir, los modelos mentales cronográficos.

Se recomienda a los docentes de matemáticas la implementación de actividades de Geometría Analítica que vinculen la introducción y el manejo de coordenadas en el plano y el espacio de manera que estimulen en los estudiantes y en la profesora representaciones gráficas de los modelos mentales cronográficos y también de aquellos modelos mentales en donde no se separe a lo temporal de lo espacial, es decir, los modelos mentales cronotopográficos. Esta recomendación se hace debido a que todas las representaciones de los modelos mentales cronográficos aparecerán en el momento que se diseñen actividades puesto que las que están establecidas en los libros de textos apuntan directamente por un lado al aplanamiento de la imaginación, privilegiando al sistema coordenado plano, es decir, al trabajo en 2D; lo cual impide la aparición del tiempo o el movimiento en dichas actividades.

#### 5. REFERENCIAS

- Arango, G. y Pérez, C. (2008). Atrapar lo invisible. Etnografía audio visual y ficción. Anagramas Rumbos y Sentidos de la Comunicación. 6(12), 129-140.
- Calderón, D (2018). Consulta de María Mejía, ¿cuál es la diferencia entre lenguaje y representación? *Asesoría Personal*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.
- Duval, R. (1993). *Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. 5, 37-65.
- Duval, R. (2011). *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. São Paulo: Proem.
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Delgado, C. (2018). Consulta de Armando Aroca, gráficas asociadas a espacio tiempo. *Asesoría Personal*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.
- Fontcuberta, M. (2001). *Comunicación y educación: una relación necesaria*. Cuadernos de información N. 14. Recuperado de <http://cuadernos.info/index.php/CDI/article/view/190/801>.

- González, P. (2007). Raíces históricas y trascendencia de la geometría analítica. *Sigma: revista de matemáticas*, 1(39), 205-236.
- Goetz, J.P. & LeCompte, M.D. (1998). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Ediciones Morata.
- Guillermina, M. (2009). *Un modelo de competencias matemáticas en un entorno interactivo*. (Tesis Doctoral). Universidad de la Rioja, La Rioja, España.
- Hernández, R. (2014). *Metodología de la Investigación (6ta edición)*. Bogotá, Colombia: McGraw-Hill. ISBN: 978-1-4562-2396-0
- Maturana, G. y Garzón, C. (2015). La Etnografía en el ámbito Educativo: una alternativa metodológica de investigación al servicio docente. *Revista de Educación y Desarrollo Social*, 9(2), 192-205.
- Planas, N. (2002). Obstáculos en el aprendizaje matemático generadores de interrupciones en la participación. *Educación matemática*, 14(1), 5-25.
- Silvia, B y Vera, V. (2007). Para una didáctica contrastiva del lenguaje gestual, Asociación para la enseñanza del español como lengua extranjera. Congreso internacional, 1(17), 365-378.
- Vasco, C. (2016). Discutido y concertado en asesorías. *Reuniones tutoriales*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.

## RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA RECREATIVA USANDO TECNOLOGÍAS DIGITALES

Juddy Amparo Valderrama Moreno<sup>1</sup>

Daniel Moreno Caicedo<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> EDUMAT-UIS; Colombia; juddy.valderrama@correo.uis.edu.co

<sup>2</sup> EDUMAT-UIS; Colombia; daniel.moreno3@correo.uis.edu.co



## Resumen

Este trabajo propone el diseño de un modelo didáctico de resolución de problemas de Matemática Recreativa usando tecnologías digitales. En particular se pretende abordar los procesos de comunicación, razonamiento, elaboración y ejercitación de procedimientos y la modelación, mediante el desarrollo de competencias matemáticas; interpretar, razonar, resolver, conceptualizar y comunicar, para ello se hace uso de las bondades ofrecidas por la herramienta del software dinámico GeoGebra, para buscar que los estudiantes visualicen propiedades matemáticas, las analicen y las apropien en su proceso de aprendizaje y permear el discurso como futuros profesores de matemáticas. De igual forma se busca incentivar el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), orientadas a la enseñanza de la matemática brindando aportes disciplinares y pedagógicos para incursionar en las Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC).

**Palabras claves:** *Matemática Recreativa, resolución de problemas, tecnologías digitales*

## Abstract

This work proposes the design of a didactic model of solving problems of Recreational Mathematics using digital technologies. In particular, through the solving of problems it pretends to address the processes of communication, reasoning, elaboration and exercising of procedures and modeling through the development of mathematical competences; interpreting, reasoning, solving, conceptualizing and communicating, using the benefits offered by the GeoGebra dynamic software tool, to see that students visualize the mathematical properties, analyze them and appropriate them in their learning process, so that they have elements and permeate the discourse as future teachers of mathematics. The same way, it seeks to encourage the use of Information and Communication Technologies (ICT), oriented to the teaching of mathematics by providing disciplinary and pedagogical contributions to venture into Learning and Knowledge Technologies (TAC).

**Key words:** *Recreational Mathematics, problem solving, digital technologies.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Desde el año 2000, el grupo de Investigación en Educación Matemática EDUMAT- UIS, se ha interesado por fomentar el enriquecimiento del Discurso Matemático Escolar DME, de los profesores, con el propósito de optimizar los procesos de enseñanza y lograr mayor impacto de aprendizaje, es así que cuenta con dos Comunidades de Práctica CoP, “Tecnología” y “Matemática Recreativa”; semanalmente se reúnen para reflexionar sobre la enseñanza de la matemática bajo el enfoque de resolución de problemas. En respuesta a lo anterior se potencia el fortalecimiento del discurso disciplinar y pedagógico de estudiantes de pregrado tanto de Licenciatura en Matemáticas como Matemáticas y egresados (profesores en ejercicio) vinculados a la CoP, para intervenir prácticas pedagógicas presentes y futuras.

Por otra parte, producto de la reflexión de los profesores sobre la importancia de fomentar el desarrollo del Pensamiento Matemático PM, a los estudiantes de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Ciencias Naturales y Educación Ambiental de la escuela de educación, los cuales cumplen con los requisitos para ingresar al sistema educativo como

---

profesores de básica primaria; siendo ellos posiblemente los futuros profesores que orientarán el área de matemáticas en este nivel. Razón por la cual se hace relevante buscar incidir en mejorar el discurso desde la didáctica de la enseñanza de la matemática.

Por lo anterior, mediante la aplicación de este proyecto se pretende responder a dos planteamientos, el uno sobre la incursión de las TIC al aula de matemáticas y otro el desarrollo del PM como estrategia de la enseñanza de la matemática, por lo tanto, se plantea el proyecto resolución de problemas de matemática recreativa usando tecnologías digitales cuyo objetivo es aportar al DME de futuros profesores (estudiantes de Licenciatura en Matemática de la UIS y estudiantes de Licenciatura en Educación) y a los profesores (egresados de la UIS) de nivel de secundaria y media para promover el desarrollo del PM, usando tecnologías digitales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas e intervenir prácticas pedagógicas.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 La incursión de las TIC a la clase de matemáticas.

El uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) y su incursión en la educación ha permitido generar espacio de debate en cuanto la pertinencia de ellas en los procesos de enseñanza, es así que según el planteamiento realizado por Lozano (2011), las TIC deben ser orientadas con fines formativos y es pertinente hablar de las Tecnologías del Aprendizaje y del Conocimiento (TAC), puesto que el objetivo de las TIC es dotar a profesores y estudiantes en la capacidad de dominar y hacer uso de ellas, pero sin ninguna metodología, mientras que las TAC tienen como objetivo orientar las TIC hacia usos más formativos para aprender más y de mejor manera, por lo tanto al incursionar en el uso de las TAC es definir las herramientas metodológicas y determinar métodos didácticos donde no solo se quede en el manejo y dominio de las tecnologías sino, en cómo lograr efectividad en el objeto de aprendizaje; esto conlleva a conocer las herramientas, saber seleccionarla y utilizar adecuadamente un método que permita la adquisición de conocimiento de acuerdo a las necesidades de quien quiere aprender.

Como la intervención del aula de Matemáticas, requiere responder a la incursión de las TIC al currículo de matemáticas con uso pedagógico donde el desarrollo del PM es el objetivo de la enseñanza de la matemática, donde los contenidos son un pretexto de enseñanza y los procesos el medio efectivo de lograr el aprendizaje. Esto se evidencia al revisar lo planteado en documentos de dominio público tanto internacional como nacional. En el ámbito internacional la National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2000), en el documento Principios y Estándares define la igualdad, el currículo, la enseñanza, el aprendizaje, la evaluación y la Tecnología como los principios de la Educación Matemática; y en el ámbito nacional el Ministerio Educación Nacional (MEN), define la estructura curricular como el engranaje de la triada procesos, contenidos y contexto en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998); seguidamente el MEN, impulsa el Proyecto Incorporación de las Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas (PINTCM) en Educación Básica y Media (MEN, 2000) y finalmente se organiza por grupo de grados el mínimo de enseñanza en los estándares de competencia (MEN, 2006).

Como se mencionó en marzo de 2000 cuando se da inicio al PINTCM, se buscaba dar elementos conceptuales útiles para el proceso de formación con miras a suscitar la reflexión continua sobre estrategias de incorporación de las nuevas tecnologías dándole el papel de un agente fundamental en cuanto conocimiento y actividad matemática se refiere. Desde ese tiempo el uso de las TIC con fines pedagógicos ha sido preocupación de las escuelas de formación

universitaria y se quiere responder más a las necesidades y al contexto de los estudiantes los cuales en este momento histórico se responde a la era digital y en respuesta los estudiantes son nativos digitales y los profesores Inmigrantes digitales (Prensky, 2010), razón por la cual profesores deben incursionar en las TAC para garantizar un mayor impacto en el aprendizaje.

## 2.2 El Discurso del profesor que orienta Matemáticas y un ejemplo de modelo didáctico.

Un elemento que incide en el desempeño de un profesor que orienta el área de matemáticas en cualquier nivel es el DME; en muchas ocasiones este se forma de seguir el prototipo de profesor que me enseñó sin ninguna rigurosidad, sin embargo este debe ser formado por un híbrido entre lo pedagógico y lo disciplinar, un profesor que no entienda la matemática difícilmente la va a saber explicar o un profesor que sabe matemática y no la vivencie tampoco va a dar a conocer sus aportes, mientras que un profesor que le agrade, que identifique su fundamento (Educación Matemática) y tenga conocimientos matemáticos con propiedad, cuando se enfrente a un grupo de estudiantes va a buscar las herramientas para que su clase tenga mayor impacto de aprendizaje; parafraseando a Soto y Cantoral (2014), el DME es un proceso de negociación y debate que genera una institucionalización del saber producto de una formación y formalización social. Por lo tanto, se busca generar espacios de clase reflexivos que le permita al futuro profesor (estudiante de licenciatura) la resignificación de saberes pedagógicos y la institucionalización de saberes matemáticos para que pueda tener elementos propios de un DME.

El discurso de futuro profesor debe ser formado por el gusto por la academia, la investigación y la responsabilidad social, puesto que como lo mencionó Montiel (2010), es el profesor quien tiene la mayor responsabilidad en la actividad didáctica escolarizada y no se trata de solo de seguir un algoritmo sino la problematización del saber y la interacción con el sistema didáctico de tal forma que él aprendizaje sea producto de la construcción personal y colectiva de institucionalizaciones del saber.

En aras de representar, entender, justificar, reflexionar y formalizar la tarea de enseñar - aprender, se plantea un ejemplo de modelo didáctico para resolver problemas de calendario matemático. Se toma el problema planteado para el día él y se realiza la siguiente ruta de solución: 1) Interpretación. Se responde la pregunta ¿Qué están preguntando?; se hace un análisis de si la pregunta es explícita o implícita y se consigna. 2) Razonamiento. El interrogante ¿Qué datos se tienen? En este paso, primero se determina los elementos matemáticos explícitos aportados por el problema y luego se reflexiona sobre los implícitos los cuales requieren un nivel de comprensión matemática, pero determinados estos dos, surge la solución del problema. 3) Resolución. Aquí se fija la estrategia de solución y como dar respuesta a la pregunta planteada en el paso 1. 4) conceptualización. ¿Qué conceptos matemáticos se requieren para la solución el problema? Y finalmente 5) Comunicación. ¿Cómo comunicar ideas matemáticas?, al realizar los pasos 3 y 4 se tiene claramente la solución o por lo menos la respuesta al problema, pero no se trata de simplemente responder se trata de reflexionar de como argumentar matemáticamente, emplear el rigor de la matemática para solucionar y saber expresar de tal forma que el lector comprenda de una manera clara y precisa.

## 2.3 La resolución de problemas una estrategia para abordar la matemática y desarrollar PM.

La resolución de problemas y el desarrollo de competencias matemáticas han ido tomando fuerza a la par de la incursión de las TIC en el discurso del profesor, puesto que a través de la estrategia de resolución de problemas se puede adentrarse en el desarrollo de los demás procesos matemáticos. Por otro lado, Zuluaga (2006), plantea que el “Calendario Matemático”

tiene como objetivo contribuir a desarrollar el enfoque planteamiento y resolución de problemas a través del trabajo de un problema cada día; Gardner (2011), plantea que es la matemática recreativa la que permite estimular los niveles altos de PM aunque solo se requiere un conocimiento elemental para resolver; Villareal (2010) resolver problemas con el uso de las TIC permite generar un marco apropiado para aprender competencias, habilidades y conocimientos que requiera al momento de insertarse a la vida laboral. Desde esta mirada se define no solo la resolución de problemas matemáticos sino la incursión de las TAC en su resolución, es así que en este caso se hace uso de la herramienta de GeoGebra, puesto que el software permite a las personas de poco o nulo conocimiento matemático iniciar a comprobar respuestas, determinar propiedades y razonamientos mediante la visualización, es por esta razón que se busca que a partir de la familiarización con la herramienta se evolucione del sistema de representación de lápiz y papel al dinámico que le permita experimentar, conjeturar y concluir con mayor rapidez y habilidades matemáticas.

### 3. METODOLOGÍA

A continuación, se muestra un trabajo realizado con el apoyo del EDUMAT-UIS, el cual realiza su extensión en estudiantes de pregrado y egresados y como se mencionó a partir de las relaciones de sus CoP. Para tal fin se hizo una mirada a un enfoque cualitativo en un diseño de investigación acción y se visualizó el desarrollo del proyecto en tres momentos:

Un primer momento es la formación. A partir de las CoP “Tecnologías” se convoca a profesores que estén interesados a participar, allí se discute sobre lo que se debe enseñar en el aula de clases y las necesidades didácticas de la matemática, en otras palabras ¿Qué enseñar? ¿Cómo enseñar? y ¿De qué manera se impacta el aprendizaje de los estudiantes? con el objetivo de diseñar o rediseñar prácticas pedagógicas usando tecnologías digitales en el aula de clase; pero no se trata de manipular artefactos tecnológicos ni tener capacidad para dar clic o seguir un procedimiento, se trata de abordar la tecnología como oportunidad para acceder a la ciencia desde la mirada de “saber” y “hacer”, saber hacer con conocimiento. En respuesta con ayuda de “GeoGebra” y tener elementos teóricos-prácticos, en cuanto la didáctica aborda en la resolución de problemas como estrategia para desarrollar PM. Desde la CoP “Matemática Recreativa” se promueve desarrollar el PM mediante la resolución de problemas usando el Proyecto llamado “Calendario Matemático”. En conclusión, es buscar elementos para que el conocimiento matemático sea enseñado de una manera comprensible es decir hacer posible la transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñando (Chevallard, 1991).

La reflexión de saberes permite el enriquecimiento del discurso del profesor y la resignificación de saberes en términos de Wenger (1998), cuando el profesor participa activamente en la consecución de objetivos comunes, producto del aprendizaje tomado de la experiencia de su práctica social, realiza una reflexión interna y como resultado de ellas hace cambios en su quehacer pedagógico, siendo esta la cosificación de la CoP.

Un segundo momento es la intervención. Este es el momento de acción del proyecto, en consecuencia, se incorporó a estudiantes de primer semestre de pregrado a la CoP “Matemática Recreativa” y en su dinámica de funcionamiento, se inicia la aplicación de formación de los novatos (estudiantes de pregrado). Por otro lado, en el grupo estudiantes de la escuela de educación se ejecuta el proyecto organizando la enseñanza de la asignatura de Matemáticas desde el abordaje de resolución de problemas usando tecnologías digitales.

Un tercer momento es la reflexión. Desde las CoP se socializa los alcances y bondades, aciertos y desaciertos de la aplicación de los proyectos, para ser retroalimentados y reformar la aplicación en vigencias futuras, logrando cosificar la negociación de los significados en las situaciones problema presentadas a los estudiantes las cuales buscan impactar el PME.

Con este trabajo se busca fomentar el enriquecimiento del DME de estudiantes y egresados (profesores en ejercicio), intervenir prácticas pedagógicas de los profesores y mediante investigaciones de aula aportar a la Educación Matemática.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Usar TIC en la resolución de problemas ha permitido mejorar la actitud de aprendizaje de los estudiantes, verificar algunas bondades de la actividad matemática permitiendo resolver con mayor claridad el problema planteado, permite la conjeturación de ideas matemáticas y su comprobación; proporciona visualización de imágenes y con ello determinar propiedades y conceptos matemáticos que deben cumplir las construcciones realizadas como solución del problema. La precisión de los cálculos, se centra en la toma de decisiones en la solución de problema y la reflexión de las diferentes estrategias de solución. En los dos grupos el trabajo ha permitido enriquecer del discurso matemático, pedagógico y tecnológico.

El trabajo evidenciado no se comporta de igual forma, en la CoP la interacción entre los estudiantes (pregrado) y egresados (profesores) los cuales tienen formación en enseñanza de la matemática genera la negociación de saberes con mayor facilidad, el nivel de complejidad es mayor y el abordaje avanza a mayor ritmo en cuanto la didáctica y el desarrollo de competencias en la resolución del problema se requiere; mientras que con el grupo de la facultad de educación el trabajo un poco lento, el nivel de complejidad es medio. Sin embargo, en los dos grupos se avanza didácticamente en el desarrollo de competencias. Otro logro obtenido es comprender que no siempre un problema tiene una única solución, que existen problemas que tienen diferentes soluciones.

Al finalizar la primera intervención del proyecto, en las estudiantes de la escuela de educación se tienen entregables los cuales corresponden al solucionario del primer semestre del año 2018 del nivel tres de calendario matemático. Allí se encuentra la solución de cada problema planteado de febrero, marzo, abril, mayo y junio con su respectiva construcción y/o dibujo realizado en “Geogebra” según requerimiento del problema planteado; al igual que los cinco elementos de abordaje didáctico: la pregunta, los datos, la estrategia de solución, los conceptos matemáticos que se requerían y las ideas matemáticas. Este trabajo evidenció el avance tanto en aprendizaje de la matemática (disciplina) como el abordaje a la hora de enseñar (didáctico). Mediante la técnica de exposición dieron a conocer se evidenció el avance al observar que el abordaje didáctico se tenía inmerso junto con la organización. Por otra parte, la entrega del cuadernillo del solucionario para ser consultado evidencia un lenguaje propio de la matemática, razonamientos y sobre todo el gusto por querer refinar su discurso y la manera de abordar la enseñanza, según manifestación de ellas en la exposición. Concluyendo se puede decir que las estudiantes refinaron el discurso de resolución de problemas y la forma de abordar para determinar la solución. No se trató de dar la respuesta sino hacer la reflexionar de los procesos, por lo tanto, la didáctica fue acertada y se espera poder seguir avanzando en su aplicación para poder ver los avances y poder hacer los ajustes si así lo llega a requerir.

#### 5. REFERENCIAS

- Chevallard, Y. (1991). *La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Gardner, M. (2011). *Matemáticas para todos (y códigos ultrasecretos)*. Barcelona, España: RBA Libros, S.A.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Recuperado [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2000). *Formación de Docentes sobre el uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas*. Recuperado <https://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-81040.html>
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Recuperado [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Montiel, G. (2010). *Hacia el rediseño del discurso: Formación docente en línea centrada en la resignificación de la Matemática Escolar*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Volumen (13)69-84. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/relime/201004d.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla, España: editorial Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Lozano, R. (2011). *De las TIC a las TAC: tecnologías del aprendizaje y el conocimiento*. *Anuario ThinkEPI*. Volumen (5) 45-47. Recuperado de <https://recyt.fecyt.es/index.php/ThinkEPI/article/view/30473/16039>
- Prensky, M. (2010). *Nativos e Inmigrantes digitales*. Distribuidora SEK, S.A.
- Soto, D. y Cantoral, R. (2014). *Discurso Matemático Escolar y exclusión. Una visión Socioepistemológica*. *Revista Bolema*. Volumen (28) 1525-1544. Recuperado de <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v28n50/1980-4415-bolema-28-50-1525.pdf>
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Villareal, G. (2010). *Caracterización del uso de la tecnología, por profesores y alumnos, en resolución de problemas abiertos en matemática (tesis doctoral)*. Universidad de Barcelona.

**UN ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE PROPORCIONALIDAD DESDE LA  
PERSPECTIVA DE LA GEOMETRÍA Y EL ARTE PICTÓRICO, PARA FOMENTAR EL  
APRENDIZAJE EN EL GRADO QUINTO DE EDUCACIÓN BÁSICA**

Lina Paola Sarria Sánchez<sup>1</sup>  
Adriana García Moreno<sup>2</sup>

## Resumen

El presente trabajo es un estudio que hace mención a la relación entre la geometría y el arte pictórico, con la intención de construir estrategias para favorecer el aprendizaje del concepto de proporcionalidad en el grado quinto de Educación Básica.

Teniendo en cuenta lo anterior, se realiza la revisión de algunos referentes teóricos relacionados con algunos estudios históricos, epistemológicos, didácticos y curriculares; identificando la relación entre la geometría y el arte pictórico, y a partir de ahí, dar cuenta de las dificultades y alternativas para el aprendizaje de este concepto.

En ese orden, la propuesta consiste en diseñar una Secuencia Didáctica para hacer una aproximación a los conceptos de razón y proporción. La metodología es de tipo cualitativo, pues se desarrolla una propuesta que identifica y caracteriza algunas situaciones didácticas para realizar una presentación diferente a las tradicionales de la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad.

**Palabras claves:** *Arte pictórico, geometría, razón, proporción, proporcionalidad.*

## Abstract

The present work is a study that makes mention to the relation between mathematics (geometry) and art (pictorial art), with the intention of constructing strategies to favor the learning of the concept of proportionality in the fifth grade of Basic Education.

Taking into account the above, the review of some theoretical references related to some historical, epistemological, didactic and curricular studies is carried out; proposing a relationship between art and mathematics, in addition to accounting for the difficulties and alternatives for learning this concept.

In that order, the proposal consists of assuming the design of a Didactic Sequence that integrates geometry with pictorial art to make an approximation to the concepts of ratio and proportion. The methodology is of qualitative type, since a proposal is developed that identifies and characterizes some didactic situations to make a presentation different from the traditional ones of the teaching and learning of proportionality.

**Key words:** *pictorial art, geometry, ratio, proportion, proportionality.*

## 1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo es un estudio que hace mención a la relación entre la geometría y el arte pictórico, con la intención de buscar y construir algunas estrategias para favorecer el aprendizaje del concepto de proporcionalidad en los primeros años de escolaridad. Por tanto, se realiza una revisión de referentes teóricos en donde se abordan los aportes de algunos estudios históricos y epistemológicos, que proponen dicha relación; referentes históricos que rescatan una aproximación a la definición de la proporcionalidad desde lo geométrico; referentes didácticos y curriculares, que dan cuenta de las dificultades y alternativas para el aprendizaje de este concepto.

---

<sup>1</sup> Universidad Del Valle; Colombia; lina.paola.sarria@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Universidad Del Valle; Colombia; adriana.garcia.moreno@correounivalle.edu.co

La problemática planteada, parte del hecho de saber cómo a partir de la relación existente entre arte y matemáticas, propuesta por Martínez (2014), es posible identificar elementos fundamentales y pertinentes para el campo de la Educación Matemática (ED), que permita mostrar formas o estrategias diferentes para su enseñanza y aprendizaje, en particular para el aprendizaje de razones, proporciones y proporcionalidad (RPP), además, porque estos conceptos han sido ampliamente problematizados desde los procesos de aprendizaje y enseñanza (Arboleda, Obando y Vasco, 2014), en complemento se ha evidenciado el uso exclusivo de un tratamiento aritmético para definir la razón y la proporción en algunos libros de texto de matemáticas utilizados por algunos docentes de matemáticas, los cuales no preservan la naturaleza de estos conceptos (Guacaneme, 2002); lo anterior, indica que el estudio de (RPP) continua como un tema de investigación vigente para la Educación Matemática que requiere de especial atención y de nuevas alternativas para mejorar el aprendizaje en los estudiantes de Educación Básica. En respuesta a esta problemática y a la luz de los referentes teóricos abordados, se diseña una secuencia didáctica a través la integración de la geometría y el arte pictórico, en la que se proponen una serie de actividades que pretende favorecer la aproximación conceptual de la proporcionalidad, dirigida a estudiantes de grado quinto de Educación Básica.

A continuación, se describe un resumen de la investigación realizada, donde se resaltan los aspectos teóricos mencionados que permiten sustentar la presente propuesta.

## **2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN**

### **2.1 Dimensión matemática.**

Para realizar el estudio de la proporcionalidad de acuerdo a la propuesta de trabajo, se consideran las definiciones 3, 5 y 7 propuestas en el libro V de los Elementos de Euclides (Puertas, 1994) como el componente matemático fundamental; en tanto que hace parte de los desarrollos formales en matemáticas, y permiten hacer una aproximación a las RPP desde lo geométrico porque el libro V no condiciona el tratamiento de la teoría de la proporción en el ámbito aritmético, preservando la naturaleza de estos conceptos y no la contamina con la idea de número ni de medida (Guacaneme, 2002).

### **2.2 Dimensión curricular.**

La apreciación de integrar la geometría y el arte en particular logra vincularse y apoyarse con las políticas educativas fundamentales del currículo colombiano, por ello, en primer lugar se abordaran los elementos concernientes a los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), en el cual los procesos generales asociados al presente trabajo son: el razonamiento; la comunicación; y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. En segundo lugar se presentara los aportes de Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), donde uno de los pensamientos destacados a movilizar es el Pensamiento espacial y sistemas geométricos. Se elabora la respectiva coherencia vertical y horizontal que promueven los documentos sobre políticas educativas mencionadas.

Por último se enseña una red conceptual para las razones, proporciones y proporcionalidad (RPP) en los documentos mencionados.

### **2.2 Dimensión didáctica.**

En este apartado se toma como referente la Teoría de la Situaciones Didácticas (TSD), porque se hace necesario una guía de diseño para la propuesta, por ello, se retoman los



planteamientos de autores expertos en el tema como lo es Brousseau (2007), en cuanto a su exposición acerca de Situaciones Didácticas, la organización y caracterización estas situaciones, haciendo mención a la situación didáctica y situación a-didáctica.

Por otro lado, se introducen aportes de algunas investigaciones realizadas por autores como Obando (2015) y Guacaneme (2016), en los cuales se existe el interés común por el estudio de la RPP, en la medida en que ofrece un estudio de carácter histórico-epistemológico de las nociones (razón y proporción) para comprender la noción de proporcionalidad proporcionada por el libro V de los Elementos de Euclides y de esta manera se recupera el carácter geométrico de estos conceptos.

### 3. METODOLOGÍA

**3.1 Ingeniería Didáctica ID:** es una forma de trabajo didáctico equiparable con el trabajo del ingeniero quien, para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico (Artigue, 1995). La metodología de la ID, comprende por lo general dos niveles: el de micro-ingeniería y el de la macro-ingeniería, en este caso se utiliza la micro-ingeniería, puesto que hay un enfoque de tipo local en cuanto a la complejidad de los fenómenos de la clase.

Se proponen cuatro fases que constituyen la ID, las cuales son: la fase 1 de análisis preliminar, la fase 2 de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, la fase 3 de experimentación y finalmente la fase 4 de análisis a posteriori y evaluación.

A continuación, se exponen las fases que se tendrán en cuenta para llevar a cabo la presente propuesta.

**3.2 Análisis preliminar:** Documentación la problemática y clasificación de la información como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 1. Clasificación de la documentación del análisis a priori.

Interés inicial y general	Puntualización del interés general	Elementos más específicos del estudio	Elementos finales
<b>Aspectos Artísticos</b>	Arte pictórico	Historia del arte pictórico. Técnicas utilizadas en el arte pictórico.	Técnicas relacionadas con la noción de proporcionalidad.
<b>Aspectos Matemática</b>	Geometría	Revisión histórica de la geometría. Proporcionalidad Geométrica.	Estudio de la noción de razón. Estudio de la noción proporción.
<b>Aspectos de las Políticas educativas</b>	Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (EBCM) y Los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (LCM).	Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos.	Coherencias verticales y horizontales correspondientes a los (EBCM)
<b>Aspectos Didácticos</b>	Teoría de las Situaciones		

**3.3 Concepción y análisis priori de las situaciones didácticas de la ingeniería:** utilizando aspectos mencionados de la Teoría de Situaciones Didácticas, se da inicio al diseño de la Secuencia Didáctica para introducir la noción de proporcionalidad en el aula de clase, que desde un inicio se ha determinado para el grado quinto de primaria; así mismo se precisa la integración del arte pictórico y la perspectiva de la geometría como elementos fundamentales para cimentar el diseño y su respectiva argumentación. En la siguiente tabla se muestra la estructura de la secuencia didáctica sobre proporcionalidad:

Tabla 2. Estructura general de la secuencia didáctica sobre proporcionalidad.

Secciones	Número de tareas	Nombre de las tareas.	Número de ítems.	Tiempo
<b>Situación I. Acercamiento al concepto de la razón.</b>	Cuatro tareas	<b>Tarea 1.</b> Armando a colorín coraza.	Dos.	3 horas
		<b>Tarea 2.</b> Comparando fichas de colores.	Siete.	
		<b>Tarea 3.</b> Comparando cantidades del color amarillo y naranja en fichas.	Dos.	
		<b>Tarea 4.</b> Haciendo mis propias comparaciones de cantidades del colores en fichas.	Dos.	
<b>Situación II. Acercamiento al concepto de proporción.</b>	Tres tareas	<b>Tarea 1.</b> Ubicando la primera mariposa del muro.	Dos.	3'30 horas.
		<b>Tarea 2.</b> Comparación de cuadrículas.	Tres.	
		<b>Tarea 3.</b> Pintando el muro de mariposas.	Paso 1: tres. Paso 2: cuatro. Paso 3: cinco. Paso 4: cuatro. Paso 5: uno.	

**3.4 Experimentación:** en esta fase cabe aclarar que no se realizara la puesta en acto con estudiantes propiamente, sino que se tendrá en cuenta la valoración de un experto o expertos en el tema (proporcionalidad), de tal manera que estos desarrollaran las tareas propuestas en la secuencia y expondrán sus puntos de vista y respectivas valoraciones al trabajo presentado, teniendo en cuenta una breve entrevista.

**3.5 Análisis a posteriori y evaluación:** se basa en el conjunto de datos recogidos a lo largo de la experimentación, a saber, las observaciones realizadas de la secuencia didáctica, al igual que las producciones de los docentes o docente durante la puesta en acto de los profesor.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El estudio de las matemáticas se suele atribuir exclusivamente a ciertos eruditos, el conocimiento matemático, en parte por concebirse como una disciplina fría y deshumanizada; de manera análoga sucede con el campo artístico, relacionado con la belleza y la actividad humana, alejada de los saberes matemáticos; sin embargo, en trabajos de Historia de las matemáticas como el de Martínez (2014), se evidencia claramente la relación entre arte y matemáticas, donde concluye que es indiscutible que las matemáticas no tengan relación significativa con el arte.

El estudio de las RPP debe fortalecerse, de manera que se generen o se renueven propuestas para mejorar su enseñanza y aprendizaje, esto teniendo en cuenta que el impacto de la investigación en los entornos educativos no es del todo satisfactorio, ya que según resultados de pruebas nacionales e internacionales de los estudiantes colombianos cuando se trata de enfrentar problemas que impliquen el análisis e interpretación de información, o combinar diferentes procedimientos, los niveles de desempeño de los estudiantes están muy por debajo de lo esperado (Obando, 2014), de este modo es necesaria la investigación que permita la comprensión de nuevos escenarios para el conjunto de problemáticas asociadas al aprendizaje o la enseñanza de los objetos de conocimiento *razón, proporción y proporcionalidad* (RPP).

#### 5. REFERENCIAS

- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En R. Douady, L., Moreno., & P. Gómez (Eds.), Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (pp. 33-60). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana S.A de C.V.
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la Teoría de Situaciones Didácticas. (D. Fregona, Trad.). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal. (Trabajo original publicado en 1986).
- Guacaneme, E. A. (2002). *Una mirada al tratamiento de la proporcionalidad en los textos escolares de matemáticas*. Revista EMA. Investigación e innovación en educación matemática, 7(1), 3-42.
- Guacaneme, E. (2016). *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas*. Doctorado Interinstitucional en Educación Énfasis en Educación Matemática. Universidad del Valle, Cali.
- Martínez, Vivian. (2014). *algunas anotaciones históricas sobre arte y matemáticas: una herramienta didáctica en perspectiva*. Trabajo especial de grado para optar el título de licenciada en educación básica con énfasis en matemáticas. Trabajo de grado publicado. Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Obando, G. (2015). *Sistema de prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 30 y 40 de una institución educativa de la Educación Básica*. Tesis para optar por el título de Doctor en Educación. Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Obando, G; Vasco, C. E; & Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 17(1), 59-81

**UN ACERCAMIENTO AL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL DESDE  
LA PERSPECTIVA DEL ISOMORFISMO DE MEDIDA: UNA EXPERIENCIA EN EL  
LABORATORIO DE MATEMÁTICAS**

Jarol Valencia Gonzalez<sup>1</sup>  
Daniel Stiven Gil Grueso<sup>2</sup>  
Jhon Jair Angulo Valencia<sup>3</sup>

## Resumen

Esta propuesta de investigación didáctico- pedagógica, se fundamentó en un acercamiento al desarrollo del pensamiento Variacional desde la perspectiva del isomorfismo de medidas, en el marco del laboratorio de matemáticas. Para ello, se consideraron conceptos tales como: multiplicación, división, proporción, función, entre otros; los cuales posibilitaron el diseño de las fichas, siendo estas mediadas por situaciones problemas contextualizadas al entorno próximo de los discentes, con la intención de generar aprendizajes ciertamente significativos. De ello se obtuvo que, los estudiantes al resolver las situaciones presentadas en la fichas del laboratorio de matemáticas, dejaron ver ciertos rasgos característicos del pensamiento Variacional, tales como, detención de regularidades, identificación de patrones numéricos, análisis de covariación entre cantidades de magnitudes, entre otros.

**Palabras claves:** *Pensamiento Variacional, Isomorfismo de Medidas, Patrones Numéricos, Laboratorio de Matemáticas, Matematización.*

## Abstract

This didactic-pedagogical research proposal was based on an approach to the development of Variational thinking from the perspective of isomorphism of measurements, within the framework of the mathematics laboratory. To do this, concepts such as: multiplication, division, proportion, function, among others were considered; which made possible the design of the cards, these being mediated by situations contextualized problems to the near surroundings of the students, with the intention of generating certainly significant learnings. From this it was obtained that, the students, when solving the situations presented in the files of the mathematics laboratory, let see certain characteristic features of the Variational thought, such as, detention of regularities, identification of numerical patterns, analysis of covariation between quantities of magnitudes, among others.

**Key words:** *Variational Thought, Isomorphism of Measurements, Numerical Patterns, Mathematics Laboratory, Mathematization.*

## 1. INTRODUCCIÓN

El pensamiento variacional a lo largo de la formación académica de básica y media, es abordado tradicionalmente en los grados octavos hasta undécimo, generando dificultades de tipo cognitivo en los estudiantes en dichos niveles académicos, debido al uso de la simbología algebraica y todas generalidades que este permite.

Lo anterior, ha dado paso a múltiples investigaciones tales como la de Kieran y Filloy (1989), entre otros, donde exponen algunas dificultades que los estudiantes presentan en el paso de la aritmética al álgebra. Una de estas asociada al uso indiscriminado de las reglas operacionales

---

<sup>1</sup> Magister en educación con énfasis en educación matemáticas; Universidad del Valle Sede Pacífico; Buenaventura-Colombia; jarol.valencia@correounivalle.edu.co, jarolval@hotmail.com

<sup>2</sup> Magister en educación con énfasis en educación matemáticas; Universidad del Valle Sede Pacífico; Buenaventura-Colombia; karther19901@gmail.com

<sup>3</sup> Magister en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales; Universidad del Valle sede Pacífico; Buenaventura – Colombia; licenmate@gmail.com, jhon.jair.angulo@correounivalle.edu.co

que se dan en la aritmética; otra se evidencia, en el modo de ver y entender el signo igual, además, a su carencia de habilidades para expresar formalmente los métodos o procedimientos que usan en la resolución de problemas.

Ante esto, cabe destacar que para contrarrestar las dificultades antes mencionada, el Ministerio de Educación Nacional al igual que Radford (2006) y otros autores, proponen que se aborde el pensamiento variacional mucho antes de llegar al grado octavo, esto con el objetivo de ir abonando el camino, para generar aprendizajes más significativos, y además, lograr avances en la comprensión de los modelos funcionales y su simbología.

Por tanto, considerando la perspectiva del isomorfismo de medida, a través de una experiencia en el laboratorio de matemáticas. Se pudo contribuir con el componente numérico-variacional, que desde esta propuesta permitió un acercamiento progresivo a este pensamiento desde el laboratorio de matemáticas.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Para el desarrollo de este apartado, se tendrán en consideración autores como el MEN (1998, 2006), Vasco (2003), así como Vergnaud (1994), que brindan aportes significativos para el desarrollo de esta investigación.

### 2.1 PENSAMIENTO VARIACIONAL

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), se establece que el pensamiento variacional está vinculado con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos. Así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

El desarrollo del pensamiento variacional conllevan estructuras conceptuales que fundamentan el estudio de la variación y el cambio, este es más notorio en el bachillerato que en la primaria, debido a que es en bachillerato que se inicia hablar de álgebra o de variables, sin embargo en la escuela se ve un poco relegado este pensamiento y en ocasiones los estudiantes de primaria llegan a la secundaria con algunas competencias del pensamiento numérico pero no con el variacional, y esto sucede, debido a que los docentes de primaria no establecen relación entre dichos pensamientos,

En este sentido, se reconoce, que las estructuras multiplicativas ilustran más que solo enseñar la multiplicación y la división. Tal como lo expresa Vergnaud, resaltando que los objetos de conocimientos asociados a la multiplicación, permiten brindar un significado que le da un tratamiento particular a las situaciones de tipo multiplicativo, y que a la vez establecen que la enseñanza de un concepto no puede estar separada de otro, debido a que lo que se pretende es relacionar las diferentes situaciones con diferentes conceptos tales como función, proporción entre otros, con la intención de generar conocimientos más significativos.

De igual forma, el pensamiento variacional permite identificar regularidades provenientes del contexto sociocultural, de situaciones propias de las matemáticas o de otras ciencias, donde uno de sus principales intereses es lograr establecer modelos de covariación que den cuenta de dichos fenómenos. Así pues para Vasco (2003), “el verdadero propósito del pensamiento

variacional es pues la modelación matemática y... tratar de modelar los patrones que se repiten en la covariación entre cantidades de magnitud en subprocesos de la realidad”.

Desde este punto de vista, Vasco (2003), define la modelación como el arte de elaborar modelos. Estos modelos deben de ser los encargados de simular los subprocesos que ocurren en la realidad. Así que, basados en la idea de establecer modelos, es importante identificar ciertos procesos o momentos que den cuenta del acercamiento por parte de los estudiantes al pensamiento variacional, de manera que Vasco (2003), esquematizó varios momentos que permiten identificar avances en el pensamiento variacional, no necesariamente en ese orden estricto

1. El momento de captación de patrones de variación; lo que cambia y lo que permanece constante.
2. Creación de un modelo mental
3. Momento de echar andar un modelo
4. Comparar el resultado con el proceso modelado.

## 2.2 LABORATORIO Y LABORATORIO DE MATEMÁTICAS.

El término laboratorio ha tenido múltiples significados, a través del tiempo, estos han ido evolucionando de acuerdo a las necesidades de las comunidades científicas y académicas. Cabe resaltar, que su uso ha sido relevante tanto en los procesos científicos como en los educativos.

En la propuesta de investigación que se pretende desarrollar, se abordara “el laboratorio de matemáticas como “estrategia pedagógica”, en el cual se movilicen actividades de experimentación y manipulación, que conlleve a aprendizajes más significativos y dinámicos para los estudiantes.

En síntesis, es importante la necesidad de buscar alternativas didácticas, en las cuales se potencie el pensamiento matemático en los diversos niveles educativos, desde esta mirada emerge una propuesta que lleva a contemplar la actividad realizada en el aula, con la ayuda de otro tipo de estrategias, que logren tener en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje de los estudiantes, propiciando así, que estos puedan establecer diversas estrategias que le conduzcan a resolver las actividades planteadas.

## 5. METODOLOGÍA

Esta propuesta de indagación didáctico – pedagógica se caracterizo es de tipo cualitativa, la cual recoge elementos de la Investigación Basada en el Diseño (IBD) y de la Ingeniería Didáctica (ID).

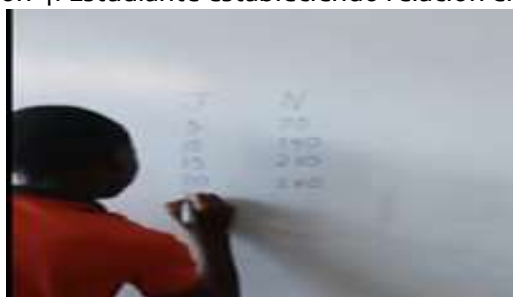
Para el desarrollo de la investigación se trabajó con un grupo de 16 estudiantes del grado sexto, los cuales trabajaron de forma grupal sin la injerencia del docente. Dado que, de acuerdo con Arce (1999), el trabajo en el laboratorio de matemáticas es autónomo. Donde los estudiantes, se enfrentan a situaciones problemas que ponen a prueba su saber previo y solo al finalizar las actividades, el docente pone en escena el contrato didáctico frente a los aprendizajes que se esperaban movilizar, es decir, se institucionalizan los conceptos

## 6. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

Para el desarrollo de las actividades, a los estudiantes se les presento un conjunto de fichas de laboratorio, con las cuales se esperaba que los estudiantes en su desarrollo, pudieran encontrar regularidades, determinar patrones numéricos, relaciones entre cantidades, y que utilizaran la multiplicación como una relación cuaternaria (isomorfismo de medidas), donde se pudiera evidenciar procedimientos de tipo escalar y/o funcional que los condujera a la utilización de diversos métodos para dar soluciones a las situaciones planteadas.

Ahora bien, en términos generales los estudiantes lograron establecer una correspondencia biunívoca entre las cantidades de magnitud correspondiente en este caso al número de jarras de jugo ( $J$ ) y al número de estudiantes ( $N$ ) que pueden tomar con dichas jarras

Ilustración 4: Estudiante estableciendo relación entre las variables



De igual forma, con ellos se pudo avanzar en el desarrollo de hacer procesos de análisis funcional. Dado que, para poder encontrar la respuesta, ejecutaban la multiplicación como función (70 personas, toman en 5 jarras, ese valor lo multiplica por 5 jarras), para determinar si el valor obtenido está por debajo o por encima del dado en el problema (364 personas), luego hacían uso de una de las propiedades de la linealidad para hallar la cantidad requerida (como está por debajo, deciden adicionar en ambos lados en el espacio de medida de jarras, suma una jarra más (otra jarra)), y en el otro espacio suma la cantidad de personas, que corresponde a una jarra en este caso que son 14 personas. Ver ilustración 1

En términos generales se puede decir que los estudiantes establecían relaciones entre las cantidades de magnitud para poder hallar valores mayores, aplicando de manera implícita una de las propiedades de la linealidad. A demás que usaban la multiplicación como función, dado que reconocían el valor de la unidad (constante de proporcionalidad) para hallar cualquier valor que se les solicitará; como también, dieron un paso importante y tal vez de forma inconsciente a la multiplicación como isomorfismo de medidas. De esta forma se pudo evidenciar un fuerte acercamiento al pensamiento variacional, siendo este el objetivo principal de la investigación.

Otro hallazgo que se hace necesario mencionar es que, los estudiantes con la ayuda de una tabla en la cual se discriminan los dos espacios de medida, lograron realizar procesos similares a los que se dan en la proporcionalidad directa. Dado que, identificaron la cantidad constante que generaba las demás cantidades, llevándolos así, a mirar regularidades, reconocimiento de un patrón, el cambio que se daba entre las magnitudes, entre otras.

## 7. CONCLUSIONES



En términos generales, el trabajo realizado dejó ver ciertos elementos que se consideran relevantes en esta propuesta, tales como:

- El laboratorio de matemáticas como estrategia pedagógica, permite la construcción de un aprendizaje significativo, dado que favorece la experimentación, el razonamiento, la resolución de problemas y la comunicación. En otras palabras, el laboratorio de matemáticas, contribuye a la fundamentación del pensamiento matemático.
- La multiplicación como una relación cuaternaria (isomorfismo de medidas), conduce a conceptos vinculados con el pensamiento variacional, tales como proporcionalidad, función, entre otros que conducen a los educandos a superar dificultades que comúnmente se les presentan en los grados superiores.

## 5. REFERENCIAS

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En: Artigue, m.; Douady, r.; Moreno, l.; Gómez, p. (Ed.) Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar. En A. Estepa, Á. Contreras, J.

MEN (1998) Lineamientos curriculares de Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Santafé de Bogotá.

MEN (2006) Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En MEN, Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanía. (Primera ed., págs. 46 - 94). Bogotá, Colombia: Revolucion Educativa, Colombia Aprende.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective, PME-NA, Vol. 1, 2-21.

Vascos, C. (2003), El pensamiento variacional y la modelación matemática

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. En J. Hiebert y M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades*, 141-161. Hillsdale, NJ: Erlbaum; Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Vergnaud, G. (1994). Multiplicative Conceptual field: What and Why? In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *the development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 41-59). Albany: State University of New York press.

## UN ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE PROPORCIONALIDAD DESDE LA PERSPECTIVA DE LA GEOMETRÍA Y EL ARTE PICTÓRICO, PARA FOMENTAR EL APRENDIZAJE EN EL GRADO QUINTO DE EDUCACIÓN BÁSICA

Lina Paola Sarria Sánchez<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Universidad Del Valle; Colombia; lina.paola.sarria@correounivalle.edu.co

Adriana García Moreno<sup>1</sup>

## Resumen

El presente trabajo es un estudio que hace mención a la relación entre la geometría y el arte pictórico, con la intención de construir estrategias para favorecer el aprendizaje del concepto de proporcionalidad en el grado quinto de Educación Básica.

Teniendo en cuenta lo anterior, se realiza la revisión de algunos referentes teóricos relacionados con algunos estudios históricos, epistemológicos, didácticos y curriculares; identificando la relación entre la geometría y el arte pictórico, y a partir de ahí, dar cuenta de las dificultades y alternativas para el aprendizaje de este concepto.

En ese orden, la propuesta consiste en diseñar una Secuencia Didáctica para hacer una aproximación a los conceptos de razón y proporción. La metodología es de tipo cualitativo, pues se desarrolla una propuesta que identifica y caracteriza algunas situaciones didácticas para realizar una presentación diferente a las tradicionales de la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad.

**Palabras claves:** *Arte pictórico, geometría, razón, proporción, proporcionalidad.*

## Abstract

The present work is a study that makes mention to the relation between mathematics (geometry) and art (pictorial art), with the intention of constructing strategies to favor the learning of the concept of proportionality in the fifth grade of Basic Education.

Taking into account the above, the review of some theoretical references related to some historical, epistemological, didactic and curricular studies is carried out; proposing a relationship between art and mathematics, in addition to accounting for the difficulties and alternatives for learning this concept.

In that order, the proposal consists of assuming the design of a Didactic Sequence that integrates geometry with pictorial art to make an approximation to the concepts of ratio and proportion. The methodology is of qualitative type, since a proposal is developed that identifies and characterizes some didactic situations to make a presentation different from the traditional ones of the teaching and learning of proportionality.

**Key words:** *pictorial art, geometry, ratio, proportion, proportionality.*

## 1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo es un estudio que hace mención a la relación entre la geometría y el arte pictórico, con la intención de buscar y construir algunas estrategias para favorecer el aprendizaje del concepto de proporcionalidad en los primeros años de escolaridad. Por tanto, se realiza una revisión de referentes teóricos en donde se abordan los aportes de algunos estudios históricos y epistemológicos, que proponen dicha relación; referentes históricos que rescatan una aproximación a la definición de la proporcionalidad desde lo geométrico; referentes didácticos y curriculares, que dan cuenta de las dificultades y alternativas para el aprendizaje de este concepto.

---

<sup>1</sup> Universidad Del Valle; Colombia; [adriana.garcia.moreno@correounivalle.edu.co](mailto:adriana.garcia.moreno@correounivalle.edu.co)

La problemática planteada, parte del hecho de saber cómo a partir de la relación existente entre arte y matemáticas, propuesta por Martínez (2014), es posible identificar elementos fundamentales y pertinentes para el campo de la Educación Matemática (ED), que permita mostrar formas o estrategias diferentes para su enseñanza y aprendizaje, en particular para el aprendizaje de razones, proporciones y proporcionalidad (RPP), además, porque estos conceptos han sido ampliamente problematizados desde los procesos de aprendizaje y enseñanza (Arboleda, Obando y Vasco, 2014), en complemento se ha evidenciado el uso exclusivo de un tratamiento aritmético para definir la razón y la proporción en algunos libros de texto de matemáticas utilizados por algunos docentes de matemáticas, los cuales no preservan la naturaleza de estos conceptos (Guacaneme, 2002); lo anterior, indica que el estudio de (RPP) continua como un tema de investigación vigente para la Educación Matemática que requiere de especial atención y de nuevas alternativas para mejorar el aprendizaje en los estudiantes de Educación Básica. En respuesta a esta problemática y a la luz de los referentes teóricos abordados, se diseña una secuencia didáctica a través la integración de la geometría y el arte pictórico, en la que se proponen una serie de actividades que pretende favorecer la aproximación conceptual de la proporcionalidad, dirigida a estudiantes de grado quinto de Educación Básica.

A continuación se describe un resumen de la investigación realizada, donde se resaltan los aspectos teóricos mencionados que permiten sustentar la presente propuesta.

## **2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN**

### **2.1 Dimensión matemática.**

Para realizar el estudio de la proporcionalidad de acuerdo a la propuesta de trabajo, se consideran las definiciones 3, 5 y 7 propuestas en el libro V de los Elementos de Euclides (Puertas, 1994) como el componente matemático fundamental; en tanto que hace parte de los desarrollos formales en matemáticas, y permiten hacer una aproximación a las RPP desde lo geométrico porque el libro V no condiciona el tratamiento de la teoría de la proporción en el ámbito aritmético, preservando la naturaleza de estos conceptos y no la contamina con la idea de número ni de medida (Guacaneme, 2002).

### **2.2 Dimensión curricular.**

La apreciación de integrar la geometría y el arte en particular logra vincularse y apoyarse con las políticas educativas fundamentales del currículo colombiano, por ello, en primer lugar se abordaran los elementos concernientes a los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), en el cual los procesos generales asociados al presente trabajo son: el razonamiento; la comunicación; y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. En segundo lugar se presentara los aportes de Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), donde uno de los pensamientos destacados a movilizar es el Pensamiento espacial y sistemas geométricos. Se elabora la respectiva coherencia vertical y horizontal que promueven los documentos sobre políticas educativas mencionadas.

Por último se enseña una red conceptual para las razones, proporciones y proporcionalidad (RPP) en los documentos mencionados.

### **2.2 Dimensión didáctica.**

En este apartado se toma como referente la Teoría de la Situaciones Didácticas (TSD), porque se hace necesario una guía de diseño para la propuesta, por ello, se retoman los planteamientos de autores expertos en el tema como lo es Brousseau (2007), en cuanto a su

exposición acerca de Situaciones Didácticas, la organización y caracterización estas situaciones, haciendo mención a la situación didáctica y situación a-didáctica.

Por otro lado, se introducen aportes de algunas investigaciones realizadas por autores como Obando (2015) y Guacaneme (2016), en los cuales se existe el interés común por el estudio de la RPP, en la medida en que ofrece un estudio de carácter histórico-epistemológico de las nociones (razón y proporción) para comprender la noción de proporcionalidad proporcionada por el libro V de los Elementos de Euclides y de esta manera se recupera el carácter geométrico de estos conceptos.

### 3. METODOLOGÍA

**3.1 Ingeniería Didáctica ID:** es una forma de trabajo didáctico equiparable con el trabajo del ingeniero quien, para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico (Artigue, 1995). La metodología de la ID, comprende por lo general dos niveles: el de micro-ingeniería y el de la macro-ingeniería, en este caso se utiliza la micro-ingeniería, puesto que hay un enfoque de tipo local en cuanto a la complejidad de los fenómenos de la clase.

Se proponen cuatro fases que constituyen la ID, las cuales son: la fase 1 de análisis preliminar, la fase 2 de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, la fase 3 de experimentación y finalmente la fase 4 de análisis a posteriori y evaluación.

A continuación se exponen las fases que se tendrán en cuenta para llevar a cabo la presente propuesta.

**3.2 Análisis preliminar:** Documentación la problemática y clasificación de la información como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 1. Clasificación de la documentación del análisis a priori.

Interés inicial y general	Puntualización del interés general	Elementos más específicos del estudio	Elementos finales
<b>Aspectos Artísticos</b>	Arte pictórico	Historia del arte pictórico. Técnicas utilizadas en el arte pictórico.	Técnicas relacionadas con la noción de proporcionalidad.
<b>Aspectos Matemática</b>	Geometría	Revisión histórica de la geometría. Proporcionalidad Geométrica.	Estudio de la noción de razón. Estudio de la noción proporción.
<b>Aspectos de las Políticas educativas</b>	Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (EBCM) y Los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (LCM).	Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos.	Coherencias verticales y horizontales correspondientes a los (EBCM)
<b>Aspectos Didácticos</b>	Teoría de las		

	Situaciones Didácticas (TSD)		
--	------------------------------	--	--

**3.3 Concepción y análisis priori de las situaciones didácticas de la ingeniería:** utilizando aspectos mencionados de la Teoría de Situaciones Didácticas, se da inicio al diseño de la Secuencia Didáctica para introducir la noción de proporcionalidad en el aula de clase, que desde un inicio se ha determinado para el grado quinto de primaria; así mismo se precisa la integración del arte pictórico y la perspectiva de la geometría como elementos fundamentales para cimentar el diseño y su respectiva argumentación. En la siguiente tabla se muestra la estructura de la secuencia didáctica sobre proporcionalidad:

Tabla 2. Estructura general de la secuencia didáctica sobre proporcionalidad.

Secciones	Número de tareas	Nombre de las tareas.	Número de ítems.	Tiempo
<b>Situación I. Acercamiento al concepto de la razón.</b>	Cuatro tareas	<b>Tarea 1.</b> Armandó a colorín coraza.	Dos.	3 horas
		<b>Tarea 2.</b> Comparando fichas de colores.	Siete.	
		<b>Tarea 3.</b> Comparando cantidades del color amarillo y naranja en fichas.	Dos.	
		<b>Tarea 4.</b> Haciendo mis propias comparaciones de cantidades del colores en fichas.	Dos.	
<b>Situación II. Acercamiento al concepto de proporción.</b>	Tres tareas	<b>Tarea 1.</b> Ubicando la primera mariposa del muro.	Dos.	3'30 horas.
		<b>Tarea 2.</b> Comparación de cuadrículas.	Tres.	
		<b>Tarea 3.</b> Pintando el muro de mariposas.	Paso 1: tres. Paso 2: cuatro. Paso 3: cinco. Paso 4: cuatro. Paso 5: uno.	

**3.4 Experimentación:** en esta fase cabe aclarar que no se realizara la puesta en acto con estudiantes propiamente, sino que se tendrá en cuenta la valoración de un experto o expertos en el tema (proporcionalidad), de tal manera que estos desarrollaran las tareas propuestas en la secuencia y expondrán sus puntos de vista y respectivas valoraciones al trabajo presentado, teniendo en cuenta una breve entrevista.

**3.5 Análisis a posteriori y evaluación:** se basa en el conjunto de datos recogidos a lo largo de la experimentación, a saber, las observaciones realizadas de la secuencia didáctica, al igual que las producciones de los docentes o docente durante la puesta en acto de los profesor.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El estudio de las matemáticas se suele atribuir exclusivamente a ciertos eruditos, el conocimiento matemático, en parte por concebirse como una disciplina fría y deshumanizada; de manera análoga sucede con el campo artístico, relacionado con la belleza y la actividad humana, alejada de los saberes matemáticos; sin embargo, en trabajos de Historia de las matemáticas como el de Martínez (2014), se evidencia claramente la relación entre arte y matemáticas, donde concluye que es indiscutible que las matemáticas no tengan relación significativa con el arte.

El estudio de las RPP debe fortalecerse, de manera que se generen o se renueven propuestas para mejorar su enseñanza y aprendizaje, esto teniendo en cuenta que el impacto de la investigación en los entornos educativos no es del todo satisfactorio, ya que según resultados de pruebas nacionales e internacionales de los estudiantes colombianos cuando se trata de enfrentar problemas que impliquen el análisis e interpretación de información, o combinar diferentes procedimientos, los niveles de desempeño de los estudiantes están muy por debajo de lo esperado (Obando, 2014), de este modo es necesaria la investigación que permita la comprensión de nuevos escenarios para el conjunto de problemáticas asociadas al aprendizaje o la enseñanza de los objetos de conocimiento *razón, proporción y proporcionalidad* (RPP).

#### 5. REFERENCIAS

- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En R. Douady, L., Moreno., & P. Gómez (Eds.), Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (pp. 33-60). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana S.A de C.V
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la Teoría de Situaciones Didácticas. (D. Fregona, Trad.). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal. (Trabajo original publicado en 1986).
- Guacaneme, E. A. (2002). *Una mirada al tratamiento de la proporcionalidad en los textos escolares de matemáticas*. Revista EMA. Investigación e innovación en educación matemática, 7(1), 3-42.
- Guacaneme, E. (2016). *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas*. Doctorado Interinstitucional en Educación Énfasis en Educación Matemática. Universidad del Valle, Cali.
- Martínez, Vivian. (2014). *algunas anotaciones históricas sobre arte y matemáticas: una herramienta didáctica en perspectiva*. Trabajo especial de grado para optar el título de licenciada en educación básica con énfasis en matemáticas. Trabajo de grado publicado. Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Obando, G. (2015). *Sistema de prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 30 y 40 de una institución educativa de la*

*Educación Básica*. Tesis para optar por el título de Doctor en Educación. Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Obando, G; Vasco, C. E; & Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 17(1), 59-81

**UNA EXPERIENCIA SIGNIFICATIVA SOBRE LA FORMA COMO MIDEN Y ESTIMAN EL PESO LOS LANCHEROS DE LA BOCANA EN EL DISTRITO DE BUENAVENTURA**

Gisel Yuranny Cuero Banguera <sup>1</sup>  
Ana Marien Manyoma Torres <sup>2</sup>  
Carmen Eliza Riascos Murillo <sup>3</sup>

## Resumen

La siguiente propuesta de indagación es de tipo cualitativo, enmarcada en el campo de los aspectos socio culturales de la educación en matemáticas, específicamente en etnomatemáticas. Esta nace bajo la necesidad de analizar las prácticas de los lancheros de Bazán Bocana ubicada en el municipio de Buenaventura, relacionadas con la noción de estimación del peso en una lancha, a partir del tanteo y sobre todo la experiencia. Lo anterior se obtuvo, tomando como base los elementos obtenidos en una salida realizada al lugar antes mencionado en el cual se experimentó la observación directa de la construcción de una lancha, entrevistas a pescadores y guías turísticos, permitiendo así, corroborar la forma como las comunidades pesqueras moviliza pensamiento matemático.

**Palabras clave:** *etnomatemáticas, prácticas, estimación, medición, cultura, pensamiento matemático.*

## Abstract

The following research proposal is qualitative, framed in the field of socio-cultural aspects of mathematics education, specifically in ethnomathematics. This was born under the need to analyze the practices of the boatmen of Bazan Bocana located in the municipality of Buenaventura, related to the notion of weight estimation in a boat, based on the score and above all the experience. The above was obtained, based on the elements obtained in an exit made to the aforementioned place in which the direct observation of the construction of a boat was experienced, interviews with fishermen and tour guides, thus allowing to corroborate the way communities Fisheries mobilize mathematical thinking.

**Keywords:** *ethnomathematics, practices, estimation, measurement, culture, mathematical thinking.*

## 1. INTRODUCCIÓN

La investigación realizada aborda una de las seis actividades universales propuesta por Bishop (1999), que movilizan pensamiento matemático en las distintas culturas (medir). Esto se dio, a través del reconocimiento de medidas no convencionales con el fin de identificar la forma como las prácticas de los lancheros aportan a la construcción de la noción del peso y longitud de una lancha. De los resultados obtenidos, se reconoce las formas de matematizar propias ellos, de lo que se destaca la estimación, creatividad y sobre todo, el ingenio con el que relacionan cada uno de los elementos que abordan para suplir por un lado sus necesidades y por otro, aproximándose a las nociones de las matemáticas occidentales. Lo anterior se obtuvo a través de una entrevista a 4 personas: 1 marinero de lancha, 2 ayudantes de construcción de lanchas en

---

<sup>1</sup> Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática; Universidad del Valle sede Pacífico; Buenaventura-Colombia; gisel.cuero@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática; Universidad del Valle sede Pacífico; Buenaventura-Colombia; riascos.carmen@correounivalle.edu.co

<sup>3</sup> Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática; Universidad del Valle sede Pacífico; Buenaventura-Colombia; ana.manyoma@correounivalle.edu.co



fibras y un guía turístico, así como también, de la observación pasiva al proceso de construcción de una lancha.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Para el desarrollo de este apartado, se tuvieron en cuenta autores como Aroca, Blanco & Gil (2016), quienes dejan ver la urgencia de formar a docentes con la necesidad de observar el contexto socio cultural como un laboratorio donde se construyen las matemáticas, Bishop (1999) quién postula las seis actividades universales en las matemáticas y dentro de ellas la de medir, Alberti (1999), quien estandariza algunos términos usados en las etnomatemáticas, como lo son práctica y práctica matemática.

### **Aproximación al concepto de etnomatemática y prácticas contextuales.**

De acuerdo con Peña (2014) la Etnomatemática se entiende el conjunto de conocimientos matemáticos que desarrolla cada grupo cultural en función de lo que demandan sus prácticas sociales, o, dicho de otra manera, cada cultura posee unas prácticas matemáticas identificadoras. Este hecho necesariamente lleva a revisar lo que se entiende por “prácticas”, entendidas estas como “una actividad sociocultural en la que se resuelven situaciones con un objetivo bien determinado y por medio de unos conocimientos necesarios y específicos”. (Alberti 2007. P.60). ante esto, se manifiesta que, como toda cultura presenta distintas necesidades, todas desarrollan distintas prácticas para suplirlas; dado que en este proceso, intervienen cuatro agentes fundamentales que son: autores, procedimientos, tecnología y objetivo. El primero, da cuenta de cada sujeto o miembro activo de una sociedad, el segundo da cuenta de los modos de hacer las cosas, el tercero describe los artefactos utilizados para hacer lo que se requiere y el cuarto trata de clarificar el qué, de lo que se quiere.

### **La medición, y la estimación como procesos que movilizan pensamiento matemático en entornos culturales.**

De acuerdo con Bishop (1999), medir se ocupa de comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia. Donde es el entorno el que proporciona las cualidades que han de medir además de las unidades de medida. La medición está profundamente sumergida en la vida económica y comercial, por lo tanto es indudable que además de implicar aspectos numéricos, la medición también presenta un fuerte aspecto social, hecho que deja ver, la importancia que requiere este proceso en todos los ambientes sociales y culturales, en el cual el contexto social cobra vida en la actividad de matemátización. Este proceso permite que el ser, pueda acceder al desarrollo del pensamiento matemático, en este caso, al espacio y sistemas geométricos, en el cual la estimación resulta ser un baluarte en los procesos de medición. Esto visto desde los aportes de Isidoro G. Vargas, muestra una relación entre lo que presentan los estándares básicos de competencia y las actividades universales que movilizan pensamiento matemático.

Tabla 2: Relación entre pensamiento, estándar y algunas actividades universales. Tomado de Gonzales y

<p><b>ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS</b></p>	<p>Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros). Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos u figuras geométricas tridimensionales. Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.</p>	<p><b>MEDIR LOCALIZAR DISEÑAR</b></p>
<p><b>MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS</b></p>	<p>Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio. Análizo y explico sobre la pertinencia de patrones e instrumentos en procesos de medición Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración. Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto.</p>	<p><b>MEDIR LOCALIZAR DISEÑAR</b></p>

Zambrano (2001, p.5)

De lo anterior se observa que, el proceso de medición moviliza otros elementos como lo son el diseño, el análisis y búsqueda de patrones y desarrollo de habilidades que permitan al sujeto de construir el espacio. Estos elementos, con llevan a usar estrategias de estimación, dado que se hacen aproximaciones que acercan a la realidad. Ante esto, Posada (2007) dice que “el proceso de estimar es de vital importancia pues permite acceder a complejas técnicas de medición” (p. 71). De esto, Bishop (1999), menciona que Medir está relacionado con el comercio y otras actividades como el diseño y la construcción y tiene un fuerte ingrediente social y cultural, la precisión depende de lo que se mide y para que se mide.

### 3. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los resultados arrojados por las entrevistas realizadas en Bazán Bocana se dividieron en tres partes, la primera es acercamiento a la categorización de una lancha, segundo la estimación del peso de una lancha y el tercero, información acerca de los entrevistados.

#### Acercamiento a la categorización de una lancha.

La lancha es un medio de transporte acuático, el cual se utiliza tanto el ámbito turístico como en el pesquero. De acuerdo con lo anterior y en relación con la entrevista los pescadores mencionan tres tipos de lanchas. Existen tres tipos de lanchas: Viento y marea, Langostera (*chispiachispia*) y Lancha de turismo.

- *Las lanchas viento y marea, son las que aguantan más peso; hay una que coge una tonelada y otra que coge media. se llaman viento y marea porque cuando se va a pescar solo se ve el mar y se siente el viento y no se ve nada más. Se lancharos se orientan por la dirección del viento*
- *Las langosteras o chispiachispia reciben ese nombre debido que por su tamaño solo pueden salir hasta donde el oleaje no es muy fuerte y capturar peces de menor tamaño.*
- *La lancha turística son las que transportan a las personas.*

Ilustración 5: entrevista a lancharos de viento y marea



Los nombres de las lanchas se dan de acuerdo con su estructura, es decir a la forma como están construidas, referente a su largo, ancho y profundidad. En el proceso de construcción, los lancharos hacen todos los cálculos de medidas de forma empírica, y después de terminar cada proceso, usan la cinta métrica como elemento convencional para corroborar los cálculos hallados. Para esto, usan como patrones de medidas antropomórficas como son la cuarta, el codo, la palma entre otras, que les permite trasladar sus medidas, sin necesidad de movilizar algún instrumento. En ocasiones también usan materiales adicionales como varas o lazos que usan para tomar las referencias de lo que desean medir. Lo significativo de esto es que, no se ven limitados o dependientes de la cinta métrica para hacer sus cálculos y por el contrario, tomando como soporte la experiencia y estimación hacen que las tecnologías usadas para medir no sean indispensables para hacer cálculos alrededor de lo que se desee diseñar.

Ante lo anterior, Peña (2014, p.4) citando a D'Ambrosio,(2008) menciona que, “se debe considerar la Etnomatemática como los conocimientos matemáticos que desarrolla cada grupo cultural en función de lo que demandan sus prácticas sociales, o, dicho de otra manera, cada cultura posee unas prácticas matemáticas identificatorias”. Este hecho dejar ver dos cosas

- Se deben valorar todos los procesos que se desarrollan en las culturas, que permitan que los habitantes de las mismas, puedan re significar sus prácticas.
- Debe haber constante capacitación a los procesos de medición, para que los hábitos de estimación, diseños y demás actividades universales, no se pierdan.

#### **Estimación del peso de una lancha y su relación con sus pasajeros, equipaje o carga en respuesta a los procesos de estimación.**

*Los lancharos manifestaron que dependiendo la carga material que lleve la lancha varía el número de personas que puedan caber dentro de ella. Dado el caso que haya mucho peso solamente podría viajar el capitán y el marinero.*

Las practicas desarrolladas por las personas que pertenecen a un grupo cultural, en este caso los lancharos, están dadas por la necesidad que existe para subsistir en la vida cotidiana, dado que sus niveles de estudios no les permiten alcanzar una mayor oportunidad de trabajo, además dichas prácticas son un legado de costumbres que han pasado de generación en generación. Ahora bien, la estimación es un método que permite el acercamiento a un resultado numérico sin la utilización de un sistema métrico estandarizado, de ahí que, algunos pescadores

plantean que la capacidad de peso que puede llevar una lancha se determina de acuerdo con su categorización (viento y marea, langostera y turística).

- *El peso de la lancha langostera depende de los materiales que embarque el pescador para su práctica, estos son: agua, malla, hielo.*
- *El promedio de personas que pueden viajar en una lancha langostera es de 10 personas, cabe destacar que estas lanchas no son para turismo, sin embargo, se estima este cupo siempre y cuando se trasladen desde la Bocana hasta Buenaventura; porque hasta esa zona no hay tanto oleaje.*
- *Las lanchas de turismo dependiendo el tamaño que tengan así se estima el número de personas que caben en ella, aproximadamente 24, 28, 32, y hasta 40 personas.*

De acuerdo con lo anterior se establece que el peso de la lancha, especialmente en las viento y marea está basado en la experiencia del lanchero, en las lanchas de turismo se maneja el peso en relación con la cantidad de puestos que haya, teniendo en cuenta que un puesto es una tabla donde caben 4 personas, sin embargo, si en un puesto hay dos personas con sobrepeso ya la capacidad de peso no sería para cuatro personas sino para dos. Del mismo el peso debe ser equilibrado, dicho equilibrio se estima con relación al mar, es decir, si la lancha se inclina más hacia un costado indica que está desequilibrada, para equilibrarla se reubican algunas personas, el responsable de esta tarea es el capitán.

Las lanchas cuentan con un borde externo el cual señala hasta donde debe tapar el mar la lancha, este borde mide el peso máximo que puede llevar una lancha, cuando el mar pasa dicho borde el capitán debe lanzar al mar algunos elementos materiales para lograr el nivel de lancha con respecto al mar. Lo anterior se fundamenta en los aportes realizados por Alan Bishop (1999) quien menciona que Medir está relacionado con el comercio y otras actividades como el diseño y la construcción y tiene un fuerte ingrediente social y cultural, la precisión depende de lo que se mide y para que se mide.

#### **Información acerca de los entrevistados.**

La entrevista se les realizó a cuatro lancheros, que por respecto a ellos, no se mencionaron los nombres, eran adultos mayores de 40 años, y en promedio tenían una experiencia de 10 años en el proceso de construcción de lanchas. Su escolaridad no sobrepasaba la primaria, pero aún así, se les hacía muy fácil poder explicar lo que hacían.

#### **4. REFLEXION FINAL.**

En conformidad con las definiciones brindadas por D' Ambrosio (1990) y Alan Bishop (1999), se puede decir que en el oficio que desempeñan los lancheros se refleja una Etnomatemática, donde se pueden observar la aplicación implícita de una cantidad de procesos de medición (incluyendo la noción de estimación). Esto debido a que el conocimiento adquirido por los pescadores, ayudantes de construcción de lancha y guía turístico, con bajo grado de escolaridad respecto a su oficio ha sido de manera empírica y a partir de un tiempo considerable de práctica va perfeccionando su profesión.

Ante lo anterior, de acuerdo con Aroca, Blanco & Gil (2016, p. 4), se requiere formar maestros que entre otras cosas que sean capaces de reconocer la presencia o lugar que tiene la Etnomatemática en las transformación de aptitudes y sensibilidades del trabajo de las

matemáticas en el aula de clase y el reconocimiento de los saberes diversos de las comunidades y de los estudiantes para hacer posible el desarrollo de pensamiento matemático para todos, en lo urbano como en lo rural.

Es decir, en la medida que se reconozcan los saberes que tienen los estudiantes, por herencia o prácticas culturales, se está aportando a una formación inclusiva donde el sujeto y lo que él sabe, son los agentes principales.

## 6. REFERENCIAS

Peña, A. (2014). Etnomatemática y currículo: una relación necesaria. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 170 - 180.

Alberti, M. (2007) “Interpretación situada de una práctica artesanal”. Tesis Doctoral. Departamento de didáctica de las matemáticas y las ciencias experimentales. Universidad Autónoma de Barcelona.

Bishop A. (1999) *Enculturación Matemática “la educación matemática desde la perspectiva cultural”*. Paidós. Barcelona- España

D’ambrosio U. (1990) *Etnomatemática*. São Paulo: Ática

Gonzalez, J & Zambrano, J. (2001). Representaciones sociales y prácticas matemáticas de un grupo laboral de corabastos (proyecto de grado). recuperado el 25 de mayo del 2017, de <http://www.etnomatematica.org/trabgrado/corabastos.pdf>. Universidad Distrital Francisco José De Caldas. Bogotá – Colombia

Aroca, A., Blanco-Álvarez, H., & Gil Chaves, D. (2016). Etnomatemática y formación inicial de profesores de matemáticas: el caso colombiano. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 85-102.

## UNA MIRADA A LA CONFIGURACIÓN Y DESARROLLO DE FORMAS DE PENSAMIENTO FUNCIONAL EN LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

Julie Pauline Sánchez Campos<sup>1</sup>

Yury Daniela Quenorán Lucano<sup>2</sup>

Johnny Alfredo Vanegas Díaz<sup>3</sup>

### Resumen

La presente comunicación breve se enmarca dentro de un avance de investigación en curso, el cual pretende contrastar las formas de pensamiento funcional que se configuran en un grupo de estudiantes de Educación Básica Primaria, cuando trabajan en la resolución de problemas que involucran relaciones funcionales lineales. Para desarrollar este objetivo, se adopta como principal referente teórico, el modelo propuesto por Smith (2008) acerca de las tres formas distintivas en que emerge y se desarrolla el pensamiento funcional. En el marco de las consideraciones anteriores, se pretende dar a conocer un panorama de los aspectos centrales alrededor del estudio del pensamiento funcional en la educación básica primaria. En este sentido, esta comunicación breve se centra en presentar: a) algunos antecedentes relacionados con el problema de interés, b) la caracterización y ejemplificación del modelo de Smith (2008) y c) algunos problemas que involucran relaciones funcionales lineales y que pueden resultar útiles para explorar la configuración y desarrollo de formas de pensamiento funcional en los estudiantes de educación básica primaria.

**Palabras clave:** *Early algebra, pensamiento funcional, pensamiento variacional, procesos de generalización.*

### Abstract

The present brief communication is framed within an advancement of ongoing research, which attempts to contrast the ways of functional thinking that are configured in a group of Basic Primary Education students when they work on problem solving that involve linear functional relationships. To develop this objective, the model proposed by Smith (2008), about the three distinctive ways in which the functional thinking is emerged and developed, is adopted as main theoretical reference. In the framework of the last considerations, is intended to raise awareness of a panorama of the key aspects about the study of functional thinking in Basic Primary Education. In this respect, this brief communication is focused on presenting: a) some antecedents related to the matter of interest; b) the characterization and exemplification of the Smith's model, and c) some problems that involve linear functional relationships and may be useful to explore the configuration and development of ways of functional thinking in Basic Primary Education students.

**Keywords:** *Early algebra, functional thinking, variational thinking, generalization process.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Uno de los componentes fundamentales del pensamiento algebraico es el pensamiento funcional, puesto que facilita el estudio del álgebra y la construcción del concepto de función

---

<sup>1</sup> Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas; estudiante; Colombia; julie.sánchez@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas; estudiante; Colombia; yury.quenoran@correounivalle.edu.co

<sup>3</sup> Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas; docente; johnny.vanegas@correounivalle.edu.co

(Tanisli 2011; Pinto, Cañadas, Moreno & Castro, 2016). Desde esta visión parece importante estudiar las implicaciones que trae consigo la introducción de ese pensamiento en la educación básica primaria e investigar, desde los primeros años de escolaridad, las diversas formas del pensamiento funcional. Al respecto, un estudio realizado por Tanisli (2011) con estudiantes de grado quinto, deja entrever que el trabajo con tablas de funciones favorece el desarrollo temprano del pensamiento funcional, específicamente, en su estudio indica que los estudiantes son capaces de encontrar patrones, pensar en la relación de covariación entre las variables involucradas en una situación problema y descubrir la relación de correspondencia y generalización de dicha relación, al tiempo que revelan las habilidades de razonamiento que utilizan para establecer la generalización.

Los estudios realizados por Merino, Cañadas & Molina (2013); Fuentes (2014); Cañadas y Fuentes (2015); Blanton, Brizuela, Gardiner, Sawrey & Newman-Owens (2017); Cañadas, Brizuela & Blanton (2016); Pinto, Cañadas, Moreno & Castro (2016) evidencian la posibilidad de fomentar y desarrollar el pensamiento funcional, cuando los estudiantes trabajan con problemas de generalización que involucran relaciones funcionales lineales, en contextos diversos, tales como: la distribución y pegado de baldosas para un piso.

Investigaciones como las precedentes revelan que el estudio de las funciones es una ruta crítica para la enseñanza y aprendizaje del álgebra en la educación secundaria. Si bien, el estudio formal de las funciones inicia en la educación secundaria, los estudiantes desde sus primeros grados escolares, son capaces de emplear diferentes sistemas de representación (tabulares, pictóricos, verbales, entre otras), razonar, expresar generalizaciones y expresar relaciones entre dos magnitudes que varían.

### **Contextualización del problema**

Desde hace algunas décadas se viene reconociendo que la insistente separación entre la aritmética y el álgebra (al menos desde lo curricular) priva a los estudiantes de una potente estrategia de pensamiento en los primeros grados escolares y hace más difícil el aprendizaje formal del álgebra en los grados posteriores (Carpenter & Levi, 2000; Warren & Cooper, 2005). El reconocimiento de esta problemática se sustenta en los resultados de múltiples investigaciones que dan cuenta de las capacidades de generalización naturales que tienen los estudiantes de educación primaria (Molina, 2009), así como las capacidades de trabajar con ideas algebraicas que implican la construcción de conocimientos informales sobre patrones y relaciones (Blanton, et al., 2015).

En este sentido, se reconoce el desarrollo del pensamiento funcional como una vía para mejorar la introducción del pensamiento algebraico en la escuela. La idea no es introducir las funciones en los primeros años de escolaridad tal como son presentadas en educación secundaria, sino más bien, utilizar el potencial de este objeto matemático y sus conceptos matemáticos asociados, de forma que los estudiantes desarrollen habilidades que les permitan pensar algebraicamente, tanto en los primeros ciclos escolares como en los ciclos posteriores.

La importancia de esta perspectiva en la introducción y desarrollo del pensamiento algebraico, también reconoce que existen dificultades por parte de los profesores y estudiantes. Por ejemplo, las dificultades recurrentes de los estudiantes para trabajar con incógnitas, con números en general, con constantes y con variables en una relación o en una función (Osorio, 2016). Además, se pone de manifiesto la necesidad de indagar acerca de las formas en que este tipo de pensamiento se configura y manifiesta en la actividad matemática desplegada por los estudiantes.

Con base a lo anterior, Smith (2008) propone tres formas de pensamiento funcional, para clasificar el modelo de problemas que pueden ser desarrollados por estudiantes desde los primeros ciclos escolares, estos son: a) pensamiento de patrones recursivos, b) pensamiento covariacional y c) pensamiento de correspondencia. De acuerdo a las investigaciones realizadas por Quitian & Sopo (2013) y Payne (2012) se evidencia que el tipo de pensamiento que la mayoría de estudiantes no logran desarrollar es el pensamiento de correspondencia. Al respecto, Payne (2012) afirma que, es necesario realizar más investigaciones para establecer de manera definitiva las diferentes formas de estrategias recursivas utilizadas por los estudiantes que permiten llegar a una generalización. Esta y otras razones permiten plantear un problema que puede ser delimitado en los siguientes términos:

¿Cuáles son las diferencias y semejanzas en las formas de *pensamiento funcional* que presenta un grupo de estudiantes de grado tercero, cuarto y quinto, cuando trabajan con problemas que involucran relaciones funcionales lineales?

## 2 MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Smith (2008) considera el pensamiento funcional como una forma particular de ver el pensamiento algebraico. Para este autor, pensar algebraicamente implica pensar simbólicamente y representacionalmente. El primer aspecto se refiere a la forma en la que se comprenden y usan los sistemas de símbolos con sus reglas asociadas. El segundo aspecto hace referencia a los procesos mentales, a través de los cuales se crea un significado para algún sistema representacional. Esta conceptualización del pensamiento da lugar a una perspectiva de investigación reconocida como *pensamiento funcional*.

En palabras de Smith (2008) el pensamiento funcional se define como: “el pensamiento representacional, que se enfoca en la relación entre dos (o más) cantidades que varían, particularmente las formas de pensamiento que conducen desde las relaciones específicas (incidencias individuales) a generalizaciones de esas relaciones entre instancias” (p.1). Al mismo tiempo, reconoce al menos tres formas de pensamiento funcional, a saber: *pensamiento de patrones recursivos*, *pensamiento covariacional* y *pensamiento de correspondencia*.

Para caracterizar y ejemplificar tales formas de pensamiento se considera la discusión del siguiente problema.

*Santiago es un joven que se gana la vida trabajando en buses de transporte, vendiendo pasatiempos, él dice que cada pasatiempo tiene un valor de \$6000, si son dos \$12000 y tres \$18000 tal como se puede observar en la Tabla 1.*

Tabla 1. Relación entre la cantidad de pasatiempos y su precio

Cantidad pasatiempos	de	Precio total
1		\$ 6000
2		\$ 12000
3		\$ 18000



### 2.1 Pensamiento de patrones recursivos

Involucra el hallazgo de un patrón que varía en una secuencia de datos. Así, esta forma de pensamiento se manifiesta cuando los estudiantes se centran en una sola columna de la tabla y describen cómo están cambiando los resultados. Por ejemplo, un estudiante puede centrarse en la columna de la “cantidad de pasatiempos”, cuyo patrón recursivo está cambiando de 1 en 1, o en la columna del “precio total”, que está cambiando de \$6000 en \$6000.

### 2.2 Pensamiento covariacional

El foco de esta forma está en los cambios correspondientes en las variables individuales, es decir, se basa en el análisis de cómo dos cantidades relacionadas entre sí, varían al mismo tiempo y mantienen ese cambio como una parte explícita y dinámica al describir una función. Así, en el problema dado, se puede decir que un estudiante da cuenta del *pensamiento covariacional* cuando se centra en las dos columnas de la tabla y describe cómo están cambiando, una en relación con la otra. Por ejemplo, al observar de forma vertical las dos columnas, el estudiante podría concluir que mientras la “cantidad de pasatiempos” aumenta en 1, el “precio total” aumenta en \$ 6000.

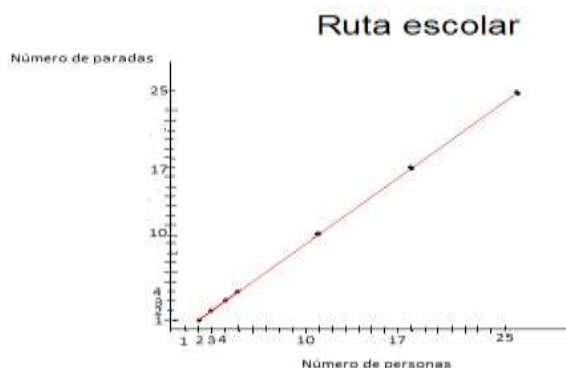
### 2.3 Pensamiento de correspondencia

El énfasis está puesto sobre la relación entre pares de variables correspondientes. De acuerdo a Confrey & Smith (citado por Payne, 2012) este pensamiento ocurre cuando los estudiantes forman o relacionan los valores de la columna izquierda con los valores de la columna derecha, y construyen una regla que posibilite encontrar un único valor de “precio total”, por algún valor de “cantidad de pasatiempos”. En consecuencia, los estudiantes observan a través de *toda la tabla* (de forma horizontal) y establecen una regla, como: multiplicar los valores de “la columna de la izquierda” ( $x$ ) por seis mil para obtener los valores de “la columna de la derecha” ( $y$ ) o algebraicamente,  $f(x) = 6000x$

### 2.2 Problemas que involucran relaciones funcionales lineales

El problema propuesto por Rodríguez (2016) denominado: *ruta escolar* constituye un buen ejemplo en el trabajo con relaciones funcionales lineales y por tanto, puede ser seleccionado y/o adaptado para los intereses del presente estudio. El problema mencionado consiste en que un conductor de autobús escolar debe recoger determinadas personas en las diferentes paradas que realiza. Con base a la figura 1, se debe responder las siguientes preguntas.

Figura 1. Relación entre el número de paradas y el número de personas



1. ¿Cuántas personas van en el autobús al salir de la primera parada?

2. ¿cuántas personas van en el autobús después de salir de la segunda, tercera y cuarta parada?
3. Si hay tres personas en el autobús, ¿de qué parada sale?
4. ¿Cuántas personas aumentaron de la segunda a la tercera parada?
5. si el número de paradas aumenta, ¿Qué pasa con el número de personas?
6. ¿cuántas personas van en el autobús al salir de la parada número cien?
7. si el número de parada fuera  $N$ , ¿cuál sería el número de personas que van?
8. ¿cuántas personas van en el autobús al salir de cualquier número de parada?
9. ¿cuántas personas van en el autobús al salir de la parada  $N$ ?

Las preguntas 1, 2 y 3 se enmarcan en el pensamiento de *patrones recursivos* puesto que, las preguntas 1 y 2, y de acuerdo a la gráfica 1 se puede observar que en la parada 1 irán dos personas, en la parada dos irán tres, en la parada cuatro irán cinco; lo que quiere decir que existe un patrón que está aumentando de uno en uno; la pregunta 3 es inversa dado que, si hay tres personas en el autobús significa que ha salido de la segunda parada, si hay 18 personas ha salido de la para número 17 por tanto, el patrón está disminuyendo de uno en uno.

Las preguntas 4 y 5 se encuentran en el *pensamiento covariacional*, al identificar que de una parada a otra, aumenta una persona y si el número de paradas aumenta también aumenta el número de personas.

Las preguntas 7, 8, 9 y 10 posibilitan a los estudiantes, la identificación de una relación de correspondencia entre pares de valores, lo que se asocia con el *pensamiento de correspondencia*, ya que se trata de establecer una relación entre el número de paradas y el número de personas que van en el autobús. Además, este tipo de preguntas los incita a buscar estrategias que le permitan encontrar la respuesta cuando se trate de datos muy altos, por ejemplo: ¿cuántas personas van en el autobús al salir de la parada número cien? O para la pregunta: si el número de parada fuera  $N$ , ¿cuál sería el número de personas que van? Si  $N$  es el número de paradas, significa que el número de personas que van en el autobús será  $N+1$ .

### 3. METODOLOGÍA

La propuesta metodológica de esta investigación se estructura a partir de tres fases:

La primera fase concierne a la delimitación del problema de investigación, a través de la contextualización y planteamiento de la pregunta de interés, los objetivos, la justificación y los antecedentes.

Las fases dos y tres están orientadas al desarrollo de los objetivos específicos. De esta manera, la segunda fase concibe la sustentación teórica para tratar la problemática de interés. Así, en esta fase se discute, a grandes rasgos, la propuesta de Smith (2008) en torno al pensamiento funcional; así como la construcción de tres referentes conceptuales (curricular, didáctico y matemático) que servirán de sustento para diseñar el conjunto de problemas relativos a las relaciones funcionales lineales. Esta fase representa un eje central en este proyecto puesto que también pretende identificar y reconocer los elementos teóricos necesarios para construir la unidad de análisis necesaria para interpretar las producciones de los estudiantes.

La tercera fase estará delimitada por los aspectos que se requieren para la implementación y gestión de cada uno de los problemas diseñados. Además, en esta fase se

espera reunir la información necesaria para dar respuesta a la pregunta de investigación, evaluar los objetivos alcanzados y señalar nuevas rutas para seguir investigando.

#### 4. CONSIDERACIONES FINALES

Como resultado del desarrollo de este avance de investigación, se espera contrastar las formas de pensamiento funcional que presenta un grupo de estudiantes de educación primaria. Éste ejercicio ayuda a los estudiantes a desarrollar habilidades, tales como: construir, relacionar, describir, conjeturar, justificar y argumentar, cuando trabajan en la resolución de problemas contextualizados que involucran relaciones funcionales lineales, entre dos o más cantidades que varían. El foco central de las tres formas en que se desarrolla y fomenta el pensamiento funcional se enmarca en las actividades mentales que los estudiantes realizan en la construcción de relaciones entre variables, y en las formas en las cuales los estudiantes justifican las soluciones que proponen (Smith, 2008).

Se espera que a través de la presentación de esta breve comunicación se pueda aportar a la formación didáctica de los participantes, en lo que concierne al álgebra en el ámbito escolar. De igual forma, se busca poner de manifiesto que el estudio del álgebra y la construcción del concepto de función, no se enmarca exclusivamente en la educación secundaria, sino que puede abordarse con problemas que involucran relaciones funcionales lineales, incluso desde los primeros años de escolaridad.

#### 5. REFERENCIAS

- Blanton, M., Brizuela, B., Gardiner, A, Sawrey, K., & Newman-Owens, A. (2017). A progression in first-grade children's thinking about variable and variable notation in functional relationships. *Educational Studies in Mathematics*, 95(2), 181–202. doi.org/10.1007/s10649-016-9745-0
- Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Murphy, A., Isler, I., & Kim, J. (2015). The Development of Children's Algebraic Thinking: The Impact of a Comprehensive Early Algebra Intervention in Third Grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 39. doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.1.0039
- Cañadas, M., Brizuela, B., & Blanton, M. (2016). Second graders articulating ideas about linear functional relationships. *Journal of Mathematical Behavior*, 41, 87–103. doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.10.004
- Cañadas, M. y Fuentes, S. (2015). Pensamiento funcional de estudiantes de primero de educación primaria: Un estudio exploratorio. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 211-220). Alicante: SEIEM.
- Carpenter, T., & Levi, L. (2000). Developing Conceptions of Algebraic Reasoning in the Primary Grades. Research Report. Research Report: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, (5), 1–22.
- Fuentes, S. (2014). Pensamiento funcional de alumnos de primero de educación primaria. un estudio exploratorio. (Tesis doctoral). Universidad de Granada. España

- Merino, E. (2012). Patrones y representaciones de alumnos de 5° de primaria en una tarea de generalización. Trabajo fin de máster. Universidad de Granada: Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1926/>
- Merino, E., Cañadas., & Molina, M. (2013). Uso de representaciones y patrones por alumnos de quinto de educación primaria en una tarea de generalización. *Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia*, 2(1), 24–40.
- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, 3(3), 135–156.
- Osorio, M. (2016). El paso de la aritmética al álgebra. (Tesis de maestría), Manizales: Universidad Nacional de Colombia.
- Payne, N. (2012). Task that promote funtional reasoning in early y elementary school students. *Saudí Med J. University of North Carolina at Greensboro*.doi.org/10.1073/pnas.0703993104
- Pinto, E., Cañadas, M., Moreno, A., & Castro, E. (2016). Relaciones funcionales que evidencian estudiantes de tercero de educación primaria y sistemas de representación que usan. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 417-426). Málaga: SEIEM
- Quitian, S., & Sopo, M. (2013). Evidencias del Pensamiento Funcional en niños de Segundo de Educación. (Tesis de pregrado), Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Rodríguez, A. (2016). Manifestaciones de pensamiento funcional de alumnos de segundo de primaria en un juego. (Tesis de maestría), Granada: Universidad de Granada.
- Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. En J. Kaput, D. Carraher y M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 133-160). Nueva York, NY: Routledge.
- Tanisli, D. (2011). Functional thinking ways in relation to linear function tables of elementary school students. *Journal of Mathematical Behavior*, 30(3), pp. 206–223. doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.08.001
- Warren, E., & Cooper, T. (2005). Introducing Functional Thinking in Year 2 : a case study of early algebra teaching. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 6(2), 150–162.

## UNA PROPUESTA DE AULA CONFIGURADA EN GEOGEBRA QUE CONTRIBUYE AL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL Y EN GENERAL AL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA CAUCA DE SANTANDER DE QUILICHAO

David Eduardo Chamizo Chepe<sup>1</sup>  
Diego Armando Díaz Carvajal<sup>2</sup>

### Resumen

En este estudio se reportan los avances de una investigación en curso, donde se busca a través de una propuesta contribuir al aprendizaje de la función lineal y el desarrollo del pensamiento variacional haciendo uso del software dinámico GeoGebra. La propuesta pretende lograr que los estudiantes desarrollen el pensamiento variacional mediante situaciones de variación y cambio. Además, que articulen las diferentes representaciones de la función lineal y trascienden al aprendizaje de procesos rutinarios. La investigación tiene como base parte de la teoría de “Las Situaciones Didácticas” de Brousseau y para ello se va a utilizar, como metodología la “micro ingeniería didáctica” a un grado noveno de la Institución educativa Cauca de Santander de Quilichao. Al ser este trabajo un avance del proyecto de investigación, es pertinente aclarar que aún no se tienen conclusiones y recomendaciones.

**Palabras clave:** *Función lineal, pensamiento variacional, ingeniería didáctica, situaciones didácticas, GeoGebra.*

### Abstract

In this study, the progress of an ongoing research is reported, where it is searched through an application that contributes to the learning of the linear function and the development of variational thinking using the GeoGebra dynamic software. The proposal to get students to develop variational thinking for situations of variation and change. In addition, it articulates the different representations of the linear function and transcends the learning of routine processes. The research is based on the theory of "The Educational Situations" of Brousseau and for this is used, as a methodology "micro didactic engineering", a ninth grade of the Educational Institution of Cauca de Santander de Quilichao. As this work is an advance of the research project, it is pertinent to clarify that it still has no conclusions and recommendations.

**Keywords:** *Linear function, variational thinking, didactic engineering, didactic situations, GeoGebra.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Alrededor de la función lineal se han realizado trabajos como los de Angulo & Celorio (2012), Calderón (2017), Gómez (2011), Martínez (2017), Muñoz (2012), Posada y Villa (2006), Vintimilla (2016), entre otros; quienes presentan diversas problemáticas relacionadas a la enseñanza y el aprendizaje de este objeto matemático, es importante resaltar que en algunos de estos trabajos se toma en consideración las tic's para dar solución a las problemáticas. En

---

<sup>1</sup> Universidad del Valle; david.chamizo@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Universidad del Valle; diego.diaz.carvajal@correounivalle.edu.co

consecuencia, para ceñir la problemática a tratar en este trabajo de investigación se tomaron en cuenta elementos de las conclusiones y recomendaciones de los trabajos mencionados.

La problemática de este trabajo se define teniendo en cuenta que la función lineal se aprende comúnmente a partir de una correspondencia y asignación de valores, transformándose en un proceso mecánico y netamente algorítmico, dejando de lado su carácter de dependencia y de esta forma, trabajando de manera desarticulada sus diferentes representaciones, sin tomar en consideración que los métodos tradicionales como el lápiz y papel se tornan insuficientes para que haya un mejor desarrollo del pensamiento variacional.

Al finalizar la investigación, se espera aportar elementos que puedan contribuir al aprendizaje de la función lineal y al desarrollo del pensamiento variacional a partir del uso del software dinámico GeoGebra y la visualización que este proporciona, para ello se toma en consideración situaciones contextualizadas que puedan articular las diferentes representaciones de la función lineal y así mismo, se pueda observar la dependencia e independencia de variables, dejando a un lado el limitado concepto de función lineal reducido a sólo un proceso mecánico.

El marco de investigación que sustenta la configuración en Geogebra de una propuesta de aula para el aprendizaje de la función lineal se presenta a partir de cuatro dimensiones: la dimensión cognitiva, la dimensión didáctica, la dimensión matemática y dimensión curricular. En cuanto a la metodología, se toman en cuenta algunos elementos de la micro ingeniería didáctica, conformada por cuatro fases: análisis preliminares, concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas, experimentación y, por último, análisis a posteriori y validación.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En cuanto al marco de investigación, se presentan algunos referentes teóricos que permiten la sustentación del diseño de una secuencia de situaciones didácticas, los cuales son presentados en 4 dimensiones. En la dimensión didáctica se presentan algunos de los elementos de la teoría de las situaciones didácticas las cuales brindan pautas para el diseño de las situaciones didácticas (Brousseau, 2007), en la dimensión matemática se aborda el componente matemático alrededor de la función (Stewart, Redlin & Watson, 2012) y funciones en contextos (Hitt, 2002), en la dimensión cognitiva se En la dimensión Cognitiva se presenta algunos elementos asociados el papel de la génesis instrumental teniendo presente el rol mediador de las TIC (Rabardel, 1995; Trouche, 2005) y la mediación instrumental. Finalmente, la dimensión curricular donde se aborda los lineamientos curriculares en matemáticas (MEN, 1998) y los estándares básicos por competencias en matemáticas (MEN, 2006).

## 3. METODOLOGÍA

En el presente trabajo, se toma en cuenta a la Ingeniería Didáctica como enfoque metodológico. De acuerdo con Artigue (1998), la Ingeniería Didáctica es una metodología que aporta tanto a la investigación en Didáctica de las Matemáticas, como al mejoramiento de las acciones en el aula de clase para la enseñanza de un determinado concepto matemático. El proceso de la Ingeniería Didáctica, considera cuatro etapas: análisis preliminar, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori. Estas cuatro etapas, hacen parte de un subconjunto de la

Ingeniería Didáctica, la cual es denominada Micro Ingeniería Didáctica. El presente estudio toma en consideración a la Micro Ingeniería Didáctica como enfoque metodológico.

Análisis preliminares: El análisis preliminar considera tres dimensiones fundamentales Artigue (1998) citado por (Godino, Batanero, Contreras, Estepa, Lacasta & Wilhelmi, 2013). La dimensión Matemática asociada a las características del saber matemático en juego, la dimensión cognitiva asociada a las características cognitivas del público al cual se dirige la enseñanza, la dimensión didáctica asociada a las características del funcionamiento del sistema de enseñanza, y anexamos la dimensión didáctica asociada a todo lo que plantean los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas propuestos por el MEN, los Lineamientos Curriculares y los Derechos Básicos de Competencias Matemáticas.

En la dimensión didáctica se menciona la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau, la cual se expone de manera general por Chavarría (2006) y que se toma como metodología para el diseño de las actividades. De esta se trabaja en particular las cuatro fases de una situación didáctica (Fase de acción, formulación, validación e institucionalización). En la dimensión matemática se presenta de manera general que se entiende por función, función lineal, gráfica de una función lineal y sus demás representaciones, así como la definición de sus diversos elementos como, por ejemplo, la pendiente, las variables (Dependiente e Independiente), entre otros elementos importantes en este concepto donde se toma el libro de Stewart, Redlin & Watson (2012).

En la dimensión cognitiva, se toman dos puntos importantes. En primer lugar, la mediación instrumental y génesis instrumental que da cuenta de las actividades cognitivas en un ambiente informático como lo es Geogebra en este caso y en segundo lugar la orquestación instrumental, que da cuenta de la gestión del docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto. Por último, en la dimensión curricular se toma en consideración los lineamientos curriculares de matemáticas (1998), documento propuesto por el MEN para que sea tomado en cuenta por las instituciones educativas colombianas a la hora de diseñar y reformular los procesos curriculares en matemáticas.

Seguido de todo lo anterior, se continúa el desarrollo de trabajo con la realización de análisis a priori. En esta etapa, se tienen en cuenta cuatro aspectos. Inicialmente se identifican las variables, luego se seleccionan los contenidos que formarán parte de la secuencia didáctica, se realiza la secuencia y, finalmente, se describe la forma en que se espera el estudiante aborde la secuencia de enseñanza. Luego, la experimentación donde en esta etapa el profesor pone en juego la secuencia didáctica en el aula y el observador registra información pertinente sobre lo que observa en cada uno de los elementos del sistema didáctico, como, por ejemplo, las actuaciones del profesor y del estudiante, así como cada uno de los problemas de la secuencia didáctica.

Finalmente, análisis a posteriori: En esta etapa el investigador contrasta la información prevista en el análisis a priori con la información registrada en la etapa de experimentación, tanto para determinar su nivel de comprensión en relación con la actuación de cada uno de los elementos del sistema didáctico, como para determinar si el diseño de la secuencia didáctica tuvo el impacto esperado en el aprendizaje de los estudiantes.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al ser este trabajo un avance del proyecto de investigación, es pertinente aclarar que aún no se tienen conclusiones y recomendaciones. Sin embargo, se espera haber logrado un avance significativo para la fecha de presentación de la comunicación breve y así brindar algunas reflexiones acerca del trabajo con el software dinámico Geogebra, sus aportes al desarrollo del pensamiento variacional y el aprendizaje de la función lineal.

#### 5. REFERENCIAS

- Angulo Valencia, J. J., & Celorio Mina, S. (n.d.). Una secuencia didáctica como herramienta pedagógica para introducir el concepto de función lineal en grado 9°. Vintimilla Zea, G. del R. (2016).
- Calderón Zambrano, R. L. (2017). Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante una secuencia didáctica con el apoyo de Geogebra. Universidad de Cuenca.
- Chevarría, J. (2006). Teoría de las Situaciones Didácticas.
- Cuartas Muñoz, O. (2012). Diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema a través de las TIC: Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa la Salle de Campoamor. Universidad Nacional de Colombia.
- Espinosa, F. H. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum, 10, 23–45.
- Godino, J. D., Batanero, C., Contreras, Á., Estepa, A., Lacasta, E., & Wilhelmi, M. R. (2013). La ingeniería didáctica como investigación basada en el diseño.
- Hitt F. (2002). Funciones en Contexto. Proyecto sobre Visualización Matemática. Departamento de Matemática Educativa. México.
- Martínez Prieto, G. E. (2017). Integración de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la función lineal y su aporte pedagógico a los estudios de grado noveno de la institución educativa Distrital Manuel del Socorro Rodríguez. Universidad de la Sabana.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de educación. (1998). Estándares básicos por competencias en matemáticas. In Estándares básicos por competencias.
- Posada Balvin, F. A., & Villa, J. A. (2006). Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional. Universidad de Antioquia.



Rey, G., Boubée, C., Sastre, P., & Cañibano, A. (2009). Aportes didácticos para abordar el concepto de función.

Ruiz, L. & Rodríguez, J. (2000). La didactificación de un objeto matemático. El caso de la noción de función en enseñanza secundaria. Sevilla, España

Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2012). PRE CÁLCULO MATEMÁTICAS PARA EL CÁLCULO 6. (Sergio R. Cervantes González & Timoteo Eliosa García, Eds.). México.

Grueso, R., & González, G. (2016). El concepto de función como covariación en la escuela.

Jhony, Villa-Ochoa, A., & Ruiz Vahos, M. (2010). Pensamiento variacional: seres-humanos-con-GeoGebra en la visualización de noción variacional Variational thinking: humans-with-GeoGebra in the visualization of variational notion, 12(3), 514–528.

Vintimilla Zea, G. del R. (2016). Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de décimo año de educación básica: propuesta metodológica. Universidad de Cuenca.

# UNA PROPUESTA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS CONVERSIONES DE UNIDADES DE MASA Y EN GENERAL EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS EN GRADO QUINTO DE PRIMARIA HACIENDO USO DE LAS PRÁCTICAS SOCIALES DEL MUNICIPIO DE SANTANDER DE QUILICHAO CAUCA

Milensy Valencia Uzuriaga<sup>1</sup>  
Diana Paola Lucumí García<sup>2</sup>  
Adriana García Moreno<sup>3</sup>

## Resumen

En este escrito se presenta la síntesis de una propuesta metodológica en curso, la propuesta consiste en identificar las prácticas sociales del municipio de Santander de Quilichao Cauca las cuales pueden contribuir a la enseñanza de las conversiones de unidades de masa y en general al desarrollo del pensamiento métrico y sistemas de medidas en grado quinto, con el fin de formar estudiantes capaces de identificar, interpretar, evaluar información matemática y pronunciarse críticamente en diversas situaciones de la sociedad en el que se encuentran inmersos. Por ello, se propone la observación e identificación de las prácticas sociales de este municipio como metodología para llevar a cabo dicha propuesta, donde se prevé que estas poseen una gran contribución para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Al ser una propuesta en curso es menester mencionar que aún no se tienen conclusiones.

**Palabras clave:** *conversión de unidades de masa, etnomatemática, prácticas sociales, pensamiento métrico y sistemas de medidas. situaciones contextualizadas.*

## Abstract

This paper presents the synthesis of a methodological proposal in progress, the proposal consists of identifying the social practices of the municipality of Santander de Quilichao Cauca which can contribute to the teaching of the conversions of mass units and in general to the development of thought metric and systems of measures in fifth grade, in order to train students capable of identifying, interpreting, evaluating mathematical information and critically speaking in diverse situations of the society in which they are immersed. Therefore, we propose the observation and identification of the social practices of this municipality as a methodology to carry out this proposal, where it is foreseen that these have a great contribution to improve the teaching and learning processes of mathematics. Being an ongoing proposal it is necessary to mention that there are still no conclusions.

**Keywords:** *conversion of mass units, ethnomathematics, social practices, metric thinking and measurement systems. contextualized situations.*

## 1. INTRODUCCIÓN

---

<sup>1</sup> Estudiante de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas; Universidad del Valle; Colombia; milensy.valencia@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Estudiante de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas; Universidad del Valle; Colombia; lucumi.diana@correounivalle.edu.co

<sup>3</sup> Magister en Educación con Énfasis en Educación Matemática; Universidad del Valle; Colombia; adriana.garcia.moreno@correounivalle.edu.co

En torno al pensamiento métrico y sistemas de medidas se han realizado pocos trabajos que contribuyen tanto a la enseñanza como aprendizaje de este pensamiento. Entre estos trabajos, tenemos los de; Carmona (2013), Gutiérrez & Vanegas (2005), Betancourt (2017), Moran & Acosta (2015) entre otros; quienes presentan diferentes problemáticas a cerca de la enseñanza y el aprendizaje del pensamiento métrico y sistemas de medidas.

El pensamiento métrico es un tema de gran importancia en la actualidad, ya que como lo menciona Carmona (2013), en Colombia existen grandes dificultades en el estudiante para comprender y asimilar dicho pensamiento, lo cual se observa en los resultados que han arrojado las pruebas TIMSS (acrónimo en inglés de Trends in International Mathematics and Science Study, Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias) y las pruebas SABER. Lo anterior, debido a algunos métodos de enseñanza actuales, los cuales quizás no son apropiados para el estudiante de esta época.

Para dar solución a la problemática planteada, se recurre a la invitación realizada por los Lineamientos y Estándares (citado por Blanco 2011), donde invitan a los maestros a pensar las matemáticas como un constructo social y humano, a tener en cuenta los saberes extraescolares en el aula y a tomar conciencia de la existencia de problemas sociales y culturales en las clases de matemáticas y a formular proyectos educativos institucionales, teniendo en cuenta factores políticos y socioculturales, con el objetivo de formar estudiantes capaces de identificar, interpretar, evaluar información matemática y pronunciarse críticamente en diversas situaciones de la sociedad.

La identificación de las practicas o factores socioculturales es lo que D'Ambrosio (2008) denomina "etnomatemática". Núñez (2015) menciona que, para la introducción de la etnomatemática en el aula de clases, es importante partir de la realidad del estudiante y de los conocimientos matemáticos que retiene de la convivencia en su comunidad. Por ello, se pueden aplicar estrategias para la enseñanza del sistema de numeración, las formas geométricas, unidades y sistemas de medidas e instrumentos y técnicas de medición, estimación y cálculo.

Al finalizar la investigación, se espera que la etnomatemática contribuya al mejoramiento de los métodos de enseñanza y desarrollo del pensamiento métrico y sistemas de medidas.

El marco de investigación que sustenta la propuesta metodológica se presenta a partir de dos partes: marco de investigación contextual y marco de investigación teórico. En cuanto a la metodología, se presenta el origen y/o conceptos de la etnomatemática y su influencia en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

## **2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN**

El marco de investigación está dividido en dos partes: marco de investigación contextual y marco de investigación teórico. El marco de investigación contextual consiste en la descripción de la población, descripción del plan temático en cuanto a la enseñanza del pensamiento métrico y sistemas de medidas y presentación de la propuesta metodológica.

El marco de investigación teórico posee tres componentes; un componente didáctico, donde se desarrolla la temática de situaciones o problemas contextualizados. Un componente matemático donde se alude a lo concerniente a las unidades y Sistema Internacional de unidades

y medidas; y, un componente curricular el cual permite sustentar la temática a desarrollar basada en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y los Lineamientos Curriculares en Matemáticas.

### 3. METODOLOGÍA

En el presente trabajo se considera la etnomatemática como referente metodológico para el desarrollo de este estudio, donde se tiene en cuenta la observación e identificación de las prácticas socioculturales del municipio de Santander de Quilichao Cauca. De lo anterior, Blanco (2008) menciona que “un método de trabajo en etnomatemática es una observación de prácticas de grupos naturales diferenciados e intentar de ver qué hacen, lo que hacen, que ellos hagan una narrativa de sus prácticas, después un análisis del discurso” (P. 22)

Ahora bien, D'Ambrosio (1997) (citado por Blanco, 2006) define la etnomatemática como “la matemática que se práctica entre grupos culturales identificables, tales como sociedades de tribus nacionales, grupos laborales, niños de cierto rango de edades, clases profesionales, entre otros” (P. 2). Análogo a esto, D'Ambrosio (2008) menciona que la etnomatemática sería las artes, técnicas de explicar, de entender, lidiar con el ambiente social, cultural y natural.

En este sentido, se entiende por etnomatemática la integración de las prácticas sociales y culturales del entorno en que se encuentra un individuo en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. De esta manera, se hace uso del comercio (práctica social de Santander de Quilichao) para enseñar las conversiones de unidades de masa y en general el desarrollo del pensamiento métrico y sistemas de medidas; ya que, como es algo propio de este municipio, contribuye al buen desarrollo de la temática a enseñar, debido a que se van a presentar situaciones de la vida cotidiana de los individuos que pertenecen a la población.

Para el desarrollo de esta investigación, inicialmente se hizo, una observación e identificación de las prácticas sociales y culturales de la población mencionada, donde se acudió a la biblioteca municipal para obtener dicha información.

En segunda instancia, se realizó una entrevista a un docente del municipio para identificar su metodología utilizada en la enseñanza de las conversiones de unidades, luego se pretende diseñar una propuesta para la enseñanza de esta temática. Finalmente, se realiza un análisis a priori de las actividades propuestas donde se plasma el propósito de cada una.

### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Al ser este trabajo una investigación en curso, es menester mencionar que aún no se tienen resultados ni conclusiones. No obstante, se espera tener un avance significativo para la fecha de la presentación de la comunicación breve, de tal manera que se pueda objetivar la gran utilidad de la etnomatemática para la enseñanza del pensamiento métrico y sistemas de medidas.

### 5. REFERENCIAS

Acosta, D. & Moran, J. (2015) La construcción del concepto de medida en el contexto de la escuela indígena “las aves” de Canoa (Tesis de pregrado). Recuperado de <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/8698/1/3469-0510694.pdf>

- Betancourt, A (2017) Uso de las tic para la enseñanza del pensamiento métrico y sistemas de medidas en el área de ciencias para grado 8° (Tesis de pregrado). Recuperado de <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/8205/37133B562u.pdf?sequence=1>
- Blanco, A, H. (enero-abril,2011) La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. *Revista Educación y Pedagogía*, Vol.23(59). 59-64.
- Blanco, A, H. (febrero de 2008) Entrevista al profesor Ubiratan D`Ambrosio. *Revista latinoamericana de Etnomatemática*, Vol.1(1). 21-25.
- Blanco, H. (2006) La etnomatemática en Colombia. Un programa en construcción. (M. Borba, Ed.) revista *BOLEMA*, 19(26). 1-15.
- Carmona, R. (2013) Diseño e implementación de una unidad didáctica para la enseñanza y aprendizaje del tema pensamiento métrico y sistemas de medidas, mediante la utilización de las TIC: Estudio de caso en los estudiantes de grado 6° de la Institución Educativa Inem José Félix de Restrepo (Tesis de Maestría). Recuperado de <http://bdigital.unal.edu.co/9440/1/71743906.2013.pdf>
- Gutiérrez, J. & Vanegas, M. (2005) Desarrollo del pensamiento métrico en la educación básica secundaria (Tesis de Maestría). Recuperado de <http://hdl.handle.net/123456789/1381>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Núñez, A. M. (2015) Etnomatemática aplicada a estudiantes del tercer grado de primaria de dos instituciones educativas públicas de Lima, al iniciar y finalizar el año 2013. *Eduser*, vol.2 (1), 118-127. Recuperado de <http://ojs.ucvlima.edu.pe/index.php/eduser/article/view/114/35>

## USO Y EVALUACIÓN DE PROBLEMAS CONTEXTUALES PARA LA COMPRESIÓN DE LOS PARÁMETROS ( $m$ y $b$ ) DE UNA FUNCIÓN LINEAL $y = mx + b$ EN GRADO OCTAVO

Jhon Jair Angulo Valencia<sup>1</sup>

### Resumen

Este proyecto de indagación pedagógica describió elementos asociados al uso y adaptación de una propuesta multiregistro para la construcción de los parámetros propios de una función lineal  $y = mx + b$  en distintos registros de representación semiótica. Para esto, se tomó en consideración elementos como: comunicación, visualización, representación, articulación entre sistemas de representación semiótica, entre otros; que permitieron la adaptación de una situación didáctica contextual con problemas cercanos a los estudiantes de tal forma que, se pudiera aproximar a los educandos a aprendizajes realmente significativos y que tuvieran sentido para ellos.

**Palabras clave:** *Comprensión, Contexto, Didáctica, Función lineal, Representación semiótica.*

### Abstract

This project of pedagogical inquiry described elements associated with the use and adaptation of a multiregistration proposal for the construction of the parameters of a related function  $y = mx + b$  in different registers of semiotic representation. For this, elements such as: communication, visualization, representation, articulation between systems of semiotic representation, among others, were taken into consideration; that allowed the adaptation of a contextual didactic situation with problems close to the students in such a way that, the students could be approached to really meaningful learning and that they made sense for them.

**Keywords:** *Comprehension, Context, Didactics, Affine Function, Semiotic Representation.*

### 1. INTRODUCCIÓN

En el presente artículo exponen algunos elementos de la teoría semiótica cognitiva de Duval (1988, 1999, 2006), relacionados con la forma en cómo el sujeto puede alcanzar la comprensión de un objeto matemático de estudio. Para ello, se parte de la hipótesis que “no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin la actividad de representar” (Duval, p. 25). Esta actividad genera la necesidad de hacer emerger otro elemento asociado a la comunicación, como es la enunciación de las propiedades explícitas de un objeto de estudio; dado que no es suficiente hacer la representación de un objeto matemático, si no se toma en conciencia de lo representado.

---

<sup>1</sup> Magister en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales; Universidad del Valle Sede Pacífico; Buenaventura - Colombia; jhon.jair.angulo@correounivalle.edu.co - licenmate@gmail.com

Para su desarrollo se tomaron algunos elementos planteados por el MEN (1988, 2006), donde se describe al contexto sociocultural del individuo como un medio que favorece a la comprensión de problemas cercanos a los estudiantes. Seguidamente se tomaron en consideración investigadores como Posada y Villa (2006), Bravo, Tavera y Tibocha (1999) entre otros, quienes aportan elementos significativos desde sus indagaciones en lo que respecta a la movilización de aprendizajes tomando como objeto de estudio el concepto “Función” para la construcción de esta propuesta.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN.

Antecedentes Realizando una revisión literaria de algunas teorías propuestas por el MEN (2006, p.66), se encuentra que el pensamiento variacional tiene que ver con, “el reconocimiento, la percepción, la identificación y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraico”. Este hecho muestra la necesidad de abordar situaciones didácticas a partir de actividades matemáticas que recrean la variación y el cambio, significación de los términos de una actividad y la enunciación de los elementos de un objeto de estudio.

Ante esto, investigadores como Bravo, Tavera y Tibocha (1999) plantean que en la enseñanza el concepto de “función lineal” debe dar a conocer todos los significados atribuidos a los parámetros de dicha función tales como pendiente, punto intercepto, representación gráfica, entre otros; y de esta forma generar comprensión. De igual manera, Posada y Villa (2006) plantean que en el caso particular del concepto de “función” se ha hecho evidente que las actuales estrategias de su enseñanza son insuficientes para lograr que los estudiantes reconozcan allí una herramienta fundamental en la modelación de fenómenos que implican variación y cambio de magnitudes. Por su parte, Ospina (2012) considera que es indispensable que el estudiante reconozca la diferencia que hay de la función lineal de sus distintos registros de representación.

Ante lo anterior Duval (1998) plantea que existen dos tipos de transformaciones que permiten el paso de un registro a otro, y así encontrar las unidades significativas de cada registro. Estas son:

- Un tratamiento T sería una transformación interna al sistema o al registro: una transformación intra sistémica o intra registro.
- La conversión C es una transformación externa de un sistema o registro a otro, es decir, una transformación inter registro o transregistro.



Figura 1: Transformaciones semióticas de una ecuación lineal. Tomado de Ponton (s.f)

Como se puede apreciar en la figura 1, no es suficiente con realizar la conversión de un registro de representación a otro si no se tienen en cuenta los tratamientos que se deben realizar dentro del registro, y de esta forma, encontrar la correspondencia de un valor o parámetro asociado que presente la solución de la situación planteada.

**Función lineal.**

$(x)$  Es una Función lineal si  $(x) = mx + b$ , donde  $m$ , es un número real y  $m \neq 0$ . A  $m$  se le denomina pendiente de la función, y a  $(b)$  como el componente del intercepto en el eje  $y$ .

Tabla 1: Características de los parámetros de la función lineal

-PARAMETROS	UNIDADES SIGNIFICANTES	REPRESENTACION GRAFICA
$m$	$m=0$	La línea recta es paralela al eje $x$
	$m<0$	La línea recta es descendente de izquierda a derecha
	$m>0$	La línea recta es creciente de izquierda a derecha
$b$	$b=0$	La línea recta intercepta por el origen de coordenadas $(0,0)$
	$b>0$	La línea recta intercepta " $b$ " unidades al eje " $y$ " por encima del eje " $x$ " en las coordenadas $(0, b)$
	$b<0$	La línea recta intercepta " $b$ " unidades al eje " $y$ " por debajo del eje " $x$ " en las coordenadas $(0, b)$

Está tabla deja ver, que toda representación gráfica de una función lineal sufre modificaciones de acuerdo a las características de sus parámetros, siendo los elementos más significativos para la comprensión de dicho objeto de estudio.

**Elementos de la teoría semiótica cognitiva: la representación y la necesidad de representar**

Ante la necesidad que tiene el ser humano de dar a conocer lo que piensa y realiza, empieza a utilizar distintos medios para ejecutar dicha acción. Estos medios, motivados por la acción de comunicar, se ven obligados a la actividad de representar. Por ello, Duval (1999, p. 25)



argumenta que “no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación”. Esta actividad de orden cognitivo muestra la necesidad de poder comunicar algo que se desee exteriorizar, dado que el autor diferencia algunos tipos de representaciones entre los que sobresalen las representaciones conscientes, las representaciones externas y la representaciones mentales, entre otras. Por su parte, las representaciones conscientes son “aquellas que capturan de ipso-facto los elementos característicos de un objeto de estudio”; no obstante, generan la obligación de hablar de representaciones no conscientes, como aquellas que el sujeto realiza sin asociar ningún significado a lo representado. Es el pasaje de lo no consciente a lo consciente lo que el autor denomina objetivación, lo que se traduce a la toma de consciencia sobre lo representado.

De igual forma, Duval (1999) destaca las representaciones mentales como aquellas que moviliza un sujeto bajo la necesidad de comunicar algo, pero que mediante las representaciones externas se dan a conocer. Esto es, el conjunto de signos y símbolos que bien codificado intentan transmitir un mensaje, que bien tratado muestra el resultado esperado. Por tal razón, Duval (1999, p. 26) plantea que “la noción de representación resulta entonces esencial en tanto que bajo una información puede describirse y tomarse en cuenta en un sistema de tratamiento... Lo cual trata de una codificación de la información”. Este hecho que resulta de la vinculación de un conjunto de signos y símbolos que bien articulados intentan comunicar una idea, da la entrada a lo que Duval (1988) denominó representaciones semióticas, donde se admiten como expresiones fiables de las representaciones mentales, planteándose la hipótesis de una correspondencia directa entre lo mental y lo externo, es decir, la comunicación representativa de lo que se piensa.

Se puede percatar, entonces, la relación que se establece entre las representaciones mentales y las externas. Sin embargo, es vital tener en cuenta que las representaciones semióticas son fundamentales para la producción y modificación de las representaciones mentales, pues el fundamento de estas se centra en la necesidad reflexionar sobre lo que se comunica y no únicamente en comunicar.

### 3. METODOLOGÍA

Para el desarrollo de la indagación, se tuvo presente algunos de los apartados propuestos por Brousseau (2007), el cual considera que las clases de matemáticas deben ser orientadas a través de cinco (5) clases de situaciones didácticas que permiten que en clase se construya conocimiento, y a su vez generar una previa comprensión de los conceptos. Estas situaciones son: situación de acción, de formulación, de validación, devolución del problema e institucionalización.

Situación de acción: inicialmente a cada estudiante se le planteó una situación donde tuvo que poner en juego sus estrategias para el desarrollo del problema.

Situación de formulación: luego de haber planteado sus hipótesis frente al enunciado problema presentado, los estudiantes formularon nuevas ideas, plantearse nuevos problemas a partir del que se había propuesto, y así brindaron resultados que dieron respuestas al problema planteado.

Situación de validación: junto con un compañero, cada estudiante argumento sobre lo que desarrolló de la situación abordada, para saber si el resultado hallado era correspondiente al problema planteado.

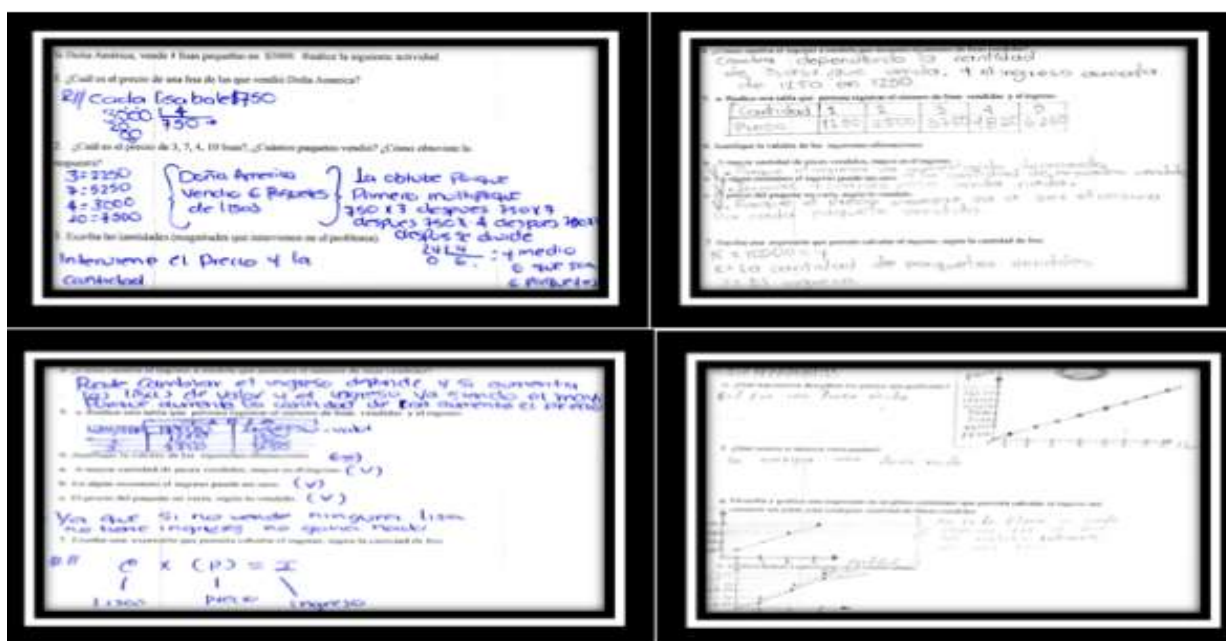
Devolución del problema: después de que los estudiantes plantearan, resolvieran y validaran el problema, se les presentó otra situación en la cual verificaron si sus argumentos eran pertinentes para cualquier situación o, en su defecto, si era necesario corregirlos.

Situación de institucionalización: el docente junto con los estudiantes organizarán los argumentos que se habían planteado en el salón de clase, de tal manera que se pueda consolidar la concepción que tenían los alumnos, buscando que quede claro para todos las soluciones expuestas.

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Para el desarrollo del trabajo de indagación se tomó como herramienta la secuencia didáctica diseñada por Angulo y Celorio (2011), la cual se adaptó e implementó a un grupo de 10 estudiantes del grado 8°, privilegiando de ella, lo relacionado con la situación pesquera del municipio de Buenaventura, y tomando como objeto de análisis lo asociado a las transformaciones de tratamiento y conversión para la comprensión de los parámetros  $m$  y  $b$ , de una función lineal  $y = mx + b$ . De la aplicación se obtuvieron los siguientes resultados.

Tabla 2: Producción de los estudiantes en el desarrollo de la situación didáctica



De los resultados expuestos en la tabla anterior, sobresale que los estudiantes alcanzaron lo siguiente

- Reconocían las variables implicadas en la actividad pesquera, lo cual permitió ir re significando el contexto socio cultural y poder avanzar en la actividad cognitiva de designación.
- Relacionaban de forma correcta cantidades de peces con los ingresos obtenidos por su compra o venta, y de igual forma realizan tablas que justifican dicha relación, lo cual permitió la aproximación a la actividad cognitiva de conversión (de representación tabular a lengua natural).

- Realizan conversiones entre los registros algebraicos, lengua natural, tabular e introducción al plano cartesiano.
- Comprendían y reconocían los términos de la función lineal en cada registro representado.

## 5. CONCLUSIÓN.

Después del trabajo realizado, se hace importante reconocer que.

- La actividad de un docente no se debe centrar en la transmisión de contenidos descontextualizados que el estudiante por autoridad debe aceptar, sino que se deben abordar elementos propios de la disciplina que obedezcan a un contexto particular, y así lo transmitido cobre sentido en la vida del educando; es decir, que tenga funcionalidad. Un concepto al que no se le encuentre alguna función tiende a ser un aprendizaje memorístico que con el tiempo se olvida. Ante esto se recomienda hacer uso de actividades propias del contexto local propio donde está inmerso el educado, como lo plantea el.
- El análisis de la teoría semiótica cognitiva de Raymond Duval permite que el docente tenga un soporte teórico importante para utilizar como un elemento didáctico consciente a la hora de implementar las clases. Si bien se es consciente de que todo ser posee algún tipo de información, no se puede asegurar que sea consciente de ella, si no es capaz de comunicar y de representar.
- La función lineal no puede seguir siendo trabajada de forma fraccionada o mecánica, sin relación de un concepto con otros. La función lineal debe ser abordada en toda su dimensión, lo cual implica la relación de las operaciones con los números reales y su representación en un sistema multirregistro.

## 6. REFERENCIAS

- Angulo, J. y Celorio, S. (2011). Una secuencia didáctica como herramienta pedagógica para introducir el concepto de función lineal en grado 9°. En G. Obando (ed.), Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (pp. 62-65). Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín.
- Bravo, G., Tavera, C. y Tibocha, G. (1999). Propuesta para explorar la comprensión de aspectos de la función lineal. Revista Emma, 4(2), 166-170.
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Duval, R., (1988). Gráficas y Ecuaciones: la articulación de dos registros. En: E. Sanchez (ed.), Antología en Educación Matemática (pp. 125-139). México: Sección de Matemáticas Educativa del CINVESTAV-IPN.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano, registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (2ª ed.). Santiago de Cali: Peter Lang S.A.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.

MEN (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá: Autor.

MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: Autor. Pontón, T. (s. f). *La conversión: punto fundamental para lograr la comprensión en matemáticas*. Seminario: Representaciones Semióticas en la Teoría de Raymond Duval. Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Posada, F. y Villa, J. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional*. Tesis de maestría, Universidad de Antioquia- Medellín-Colombia.

## ANÁLISIS MULTIVARIADO SOBRE LAS MATEMÁTICAS Y EL GÉNERO: CONSTRUCCIÓN SOCIAL A PARTIR DE ESCUELAS RURALES EN LOS MONTES DE MARÍA, SUCRE.

Francia Corena Benitez<sup>1</sup>  
Melba Vertel Morinson<sup>2</sup>

### Resumen

Las matemáticas se han constituido socialmente como una herramienta de segregación intelectual, por lo que se considera necesario la distribución de los logros de aprendizaje en igualdad de condiciones o equidad de género. La enseñanza de las matemáticas no sólo debe enfatizar al niño en aprender contenidos del área, sino promover resolución de problemas, aplicación de conceptos y habilidades matemáticas en la vida cotidiana.

En este trabajo descriptivo se estudian los efectos del género sobre los logros de aprendizaje en matemáticas de alumnos de cuarto a sexto grado de Educación Básica en instituciones educativas rurales de los Montes de María en Sucre (Colombia), se determinaron diferencias presentes entre género y desempeño y el análisis con técnicas reductivas de Análisis de Correspondencias Múltiples (ACM) y Análisis Factorial Múltiple (AFM) de los principales factores sociales, culturales y económicos que promueven esas diferencias mediante el uso del software R.

El uso de modelos multinivel bivariados permitió establecer que el género afecta la distribución de logros, aun después de controlar los antecedentes del alumno y la composición de la escuela. Desde una perspectiva que se preocupe más por la funcionalidad del conocimiento matemático, desde las escuelas se debe fomentar y desarrollar medidas y actuaciones en vías del logro de una igualdad de oportunidades real y generalizable a todos los ámbitos de la vida en los que los alumnos se desenvuelven.

**Palabras claves:** Género, Equidad, Aprendizaje, Matemáticas, Desempeño académico.

### Abstract

Mathematics has been socially constituted as a tool of intellectual segregation, so it is considered necessary to distribute learning achievements in equal conditions or gender equity. The teaching of mathematics should not only emphasize the child in learning content in the area, but also promote problem solving, application of concepts and mathematical skills in everyday life.

In this descriptive work we study the effects of gender on the mathematical learning achievements of students from fourth to sixth grade of Basic Education in rural educational institutions of Montes de María in Sucre (Colombia), present differences between gender and performance were determined and the analysis with reductive techniques of Multiple Correspondence Analysis (MCA) and Multiple Factorial Analysis (MFA) of the main social, cultural and economic factors that promote these differences through the use of software R.

The use of bivariate multilevel models allowed to establish that gender affects the distribution of achievements, even after controlling the student's background and the composition of the school. From a perspective that is more concerned with the functionality

---

<sup>1</sup> Pasante investigativa, Licenciatura en Matemáticas, Universidad de Sucre. franciaeelena.corenab@gmail.com

<sup>2</sup> Profesora Titular, Universidad de Sucre; Investigadora Asociada (i), COLCIENCIAS. melba.vertel@unisucra.edu.co

of mathematical knowledge, from the schools should be encouraged and developed measures and actions in the way of achieving real equality of opportunities and generalizable to all areas of life in which students are they unfold.

**Keywords:** Gender, Equity, Learning, Mathematics, Academic performance.

## 1. INTRODUCCIÓN

El rendimiento académico ha sido un tema de alto interés educativo e investigativo, analizado desde diversas perspectivas, paradigmas y contextos. La prevalencia de factores incidentes en los logros de aprendizaje de los estudiantes enfatiza aspectos socioeconómicos, familiares, habilidades de estudios y responsabilidades, influencia de los padres, contexto socio histórico, educación de los padres, programa curricular, ambiente escolar, relación con sus compañeros o sus profesores y demás los cuales son causa principal del mismo. (Cortés y Palomar, 2008).

En materia de aprendizajes curriculares la evaluación como proceso de investigación busca comprender el contexto y los factores que inciden en los rendimientos académicos, de manera interpretativa y crítica (Díaz; Navarro; Pacheco; Sarmiento; Torres & Villanueva 2003).

La esfera de competencias en el saber matemático, asume estas manifestaciones y promueve el analizar los resultados desde el enfoque comparativo de género donde por estudios realizados anteriormente, la ventaja significativa de los varones en muchos países en al menos una de las áreas con contenidos matemáticos también puede ser el resultado del contexto social y cultural en sentido amplio o de las políticas y prácticas educativas (Consortio PISA, 2004).

Colombia, a través del sistema educativo, pretendió detener las discriminaciones existentes a partir de leyes que hacen referencia a la equidad de género en función del desarrollo integral de las personas, y en la construcción de la identidad sexual (Ley 115 de 1994).

La presente investigación nace de un estudio cuyo propósito principal fue indagar sobre la adquisición de logros del aprendizaje de las matemáticas a partir de la influencia del género en su desarrollo.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Marco de antecedentes.

En la revisión bibliográfica referente a la incidencia del género como factor preponderante en el desarrollo de logros de aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria, podemos estimar que la temática ha sido estudiada internacional y nacionalmente sin encontrar resultados en la región hasta el momento.

Entre los estudios realizados a nivel de América Latina, se destaca “Género y rendimiento escolar en América Latina. Los datos del SERCE en matemática y lectura” (Cervini, Dari & Quiroz, 2015). Este trabajo investiga la asociación entre género y logro en matemática y en lectura, en la educación primaria, donde se estudia el efecto del nivel socioeconómico del alumno y de la escuela, y su interacción con la desigualdad entre géneros, analizando la variabilidad del género entre los países participantes, para lo cual se utilizan modelos multinivel bivariados donde se reveló que los niños se desempeñaron mejor en matemáticas mientras que las niñas obtienen mejores resultados en lectura.

En Colombia encontramos varios estudios, encontramos “¿El género en las matemáticas? Un análisis de los resultados de las olimpiadas matemáticas” por Mauricio Rojas Betancur y Danelly Correa Álvarez, donde se analizaron los resultados obtenidos por la Universidad Industrial de Santander, Colombia, en donde se evaluó de forma cuantitativa diferencias por sexo y la relación de los resultados con el tipo de colegio y el municipio de origen de los jóvenes obteniendo como resultados indicadores que eximen al género como factor predominante en los resultados de las olimpiadas de matemáticas y presentando diferencias en las variables tipo de colegio, público o privado, y su ubicación, urbano o rural.

## 2.2 Marco Referencial.

**Igualdad de género:** se define como “la igualdad de derechos, responsabilidades y oportunidades de las mujeres y los hombres, y las niñas y los niños”. La igualdad no significa que las mujeres y los hombres sean lo mismo, sino que los derechos, las responsabilidades y las oportunidades no dependen del sexo con el que nacieron. La igualdad de género supone que se tengan en cuenta los intereses, las necesidades y las prioridades tanto de las mujeres como de los hombres, reconociéndose la diversidad de los diferentes grupos de mujeres y de hombres. OSAGI (2001).

**Rendimiento académico:** El rendimiento académico es la resultante del complejo mundo que envuelve al estudiante, determinada por una serie de aspectos cotidianos (esfuerzo, capacidad de trabajo, intensidad de estudio, competencias, aptitud, personalidad, atención, motivación, memoria, medio relacional), que afectan directamente el desempeño académico de los individuos. Morales & et Al (1999).

## 2.3 Marco conceptual.

**Género:** El género se refiere a los conceptos sociales de las funciones, comportamientos, actividades y atributos que cada sociedad considera apropiados para los hombres y las mujeres. Las diferentes funciones y comportamientos pueden generar desigualdades de género, es decir, diferencias entre los hombres y las mujeres que favorecen sistemáticamente a uno de los dos grupos. OMS (2002).

**Equidad:** UNICEF emplea el término “equidad” como una oportunidad justa para todos los niños y niñas de Colombia.

**Aprendizaje:** El aprendizaje es un proceso de cambios en la conducta de los organismos vivos, más o menos estable, permanente, y es resultado de la interacción del organismo con su medio externo. Es decir, desde este enfoque el aprendizaje es un proceso y un producto a la vez, el cual tiene como base la naturaleza de los procesos internos, en situaciones externas, en el tipo de conductas que se pueden modificar mediante el aprendizaje y las características que resultan del mismo. Gagné (1970).

## 2.4 Marco legal:

### Ley 115 de 1994

**Artículo 13.** Todas las personas nacen libres e iguales ante la ley, recibirán la misma protección y trato de las autoridades y gozarán de los mismos derechos, libertades y oportunidades sin ninguna discriminación por razones de sexo, raza, origen nacional o familiar, lengua, religión, opinión política o filosófica. El Estado promoverá las condiciones para que la igualdad sea real y efectiva y adoptará medidas en favor de grupos discriminados o marginados. El Estado protegerá especialmente a aquellas personas que por su condición económica, física o mental, se encuentren en circunstancia de debilidad manifiesta y sancionará los abusos o maltratos que contra ellas se cometan.

### 3. METODOLOGÍA

La población de estudio estuvo conformada por 150 estudiantes de 9-12 años de las instituciones educativas rurales de los montes de María, con una muestra de 44 estudiantes en grado cuarto, quinto y sexto. Se realizó un estudio sobre los efectos del género sobre los logros de aprendizaje en matemáticas de los estudiantes, con diseño experimental y enfoque cuantitativo donde se buscó determinar diferencias a partir del género en el aprendizaje de los niños en el área de matemáticas.

Para la realización de este estudio, se parte de la información obtenida en la Encuesta realizada por el Proyecto Convenio N° 1377: “Reconstrucción del tejido social a partir de una intervención integral y de alfabetización matemática en niños de 9-12 años de las instituciones educativas rurales de los montes de María” desarrollado desde noviembre de 2017 y es financiado por el Ministerio de Educación Nacional, Universidad de Sucre y CECAR, en donde se tomaron variables socio-económicas, fisiológicas y además se aplicó la encuesta sobre construcción social de las desigualdades entre varones y mujeres a partir de la guía didáctica “vivir sin violencia está buenísimo” proporcionada por el instituto nacional de mujeres (Inmujeres) para evaluar la incidencia del género en el desarrollo integral de los niños.

Para el tratamiento de los datos se realizó un análisis estadístico de forma categórica que comprenda: IC95% y pruebas Chi-cuadrado para análisis bivariado; Análisis de Correspondencias Múltiples para una descripción multivariada de las variables de estudio, acompañado de clasificación de clúster aglomerativo de distancias euclidianas ligado al método de Ward; para la ejecución del análisis estadístico se utilizó el software R Development Core Team, (2015).

### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se espera poder realizar una estimación puntual de que tanto incluye la variable género sobre el desarrollo de logros de aprendizaje en el área de matemáticas en estudiantes de cuarto a sexto grado de instituciones rurales de los montes de María. Además contribuir a la divulgación de la técnica de Análisis multivariado al igual que el software libre utilizado.

### 5. REFERENCIAS

- Rojas, M. & Correa, D. (2014). ¿El género en las matemáticas? Un análisis de los resultados de las olimpiadas matemáticas.
- Consortio PISA. (2004). Aprendizaje para el mañana. Primeros resultados PISA 2003. Díaz, J., Navarro, E., Pacheco, C., Sarmiento, S., Torres, C. & Villanueva, M.
- (2003). Procesos de evaluación del aprendizaje en el área de matemáticas.
- Cervini, R., Dari, N. & Quiroz, S. (2015). Género y rendimiento escolar en América Latina.
- Los datos del SERCE en matemática y lectura.



Organización Mundial de la Salud. (2002). Género y desigualdad. UNICEF. (2016). Estado mundial de la infancia.

Ley 115 de 1994: Artículo 13. Igualdad de oportunidades.

UNESCO. (2007). Estado mundial de la infancia. Tomado de:  
<https://www.unicef.org/spanish/sowc07/quiz/>

R Development Core Team.(2015).R:A language and environment for statistical computing, R Foundation statistical computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0.tomado de:  
<http://www.R-project.org>

Palomar, C., & et al (2004). La política de género en la educación superior. Gagné (1970). Las condiciones del aprendizaje.

## ANÁLISIS MULTIVARIADO DE LA RELACIÓN DEL ESTADO NUTRICIONAL Y RENDIMIENTO ACADÉMICO EN NIÑOS DE 9 A 12 AÑOS DE EDAD DE ESCUELAS RURALES EN LA SUBREGIÓN MONTES DE MARÍA, SUCRE\*

Lorena Patricia Alemán Paternina<sup>1</sup>

Melba Vertel Morinson<sup>2</sup>

### Resumen

El objetivo de la presente investigación fue establecer la relación del estado nutricional y el rendimiento académico de 150 niños (50% masculino y 50% femenino) presentes en un rango de edad de 9 a 12 ( $10.7 \pm 1.8$ ) años, distribuidos desde cuarto grado hasta sexto grado de las escuelas rurales en la subregión Montes de María, Sucre. El diseño de investigación fue de tipo descriptivo-correlacional, observacional y transversal. Se utilizaron cuatro instrumentos validados y confiables para la recolección de la información: registro de evaluación de los aprendizajes, encuesta socio-económica, examen físico y auto-reporte de los niños. La aprobación para la recolección de la información se realizó a través de un consentimiento informado. El análisis estadístico de los datos comprende: estadística descriptiva y análisis de frecuencias para datos categóricos; IC95% y pruebas Chi-cuadrado para análisis bivariado; análisis de correspondencias múltiples y análisis de correspondencias simples, acompañado de clasificación de clúster aglomerativo de distancias euclidianas ligado al método de Ward; por último, una regresión logística para estimar el efecto de variables explicativas con rendimiento académico en matemáticas. El análisis estadístico se realizó mediante el programa R. El bajo rendimiento escolar es un aspecto del proceso educativo, en el que influyen múltiples factores causales, así como el nivel socio-económico bajo, características de la familia-comunidad, habilidades innatas, inasistencia. Se evidencia, que existe un porcentaje significativo de niños con peso por debajo de lo normal (60%), asociado a un IMC (Índice de Masa Corporal) en estado de mal nutrición ( $\leq 18.5$ ).

**Palabras clave:** *estado nutricional, rendimiento académico, multivariado, desarrollo rural*

### Abstract

The objective of this research was to establish the relation of nutritional status and academic performance of 150 children (50% male and 50% female) present in an age range from 9 to 12 ( $10.7 \pm 1.8$ ) years, distributed from fourth grade to sixth grade of rural schools in the subregión Montes de María, Sucre. The research design was descriptive-correlational, observational and transversal. Four validated and reliable instruments were used for the collection of information: register of evaluation of learning, socio-economic survey, physical examination and self-report of children.

---

<sup>1</sup> Estudiante de pregrado; Universidad de Sucre; Colombia; lorealeman1@gmail.com

<sup>2</sup> Profesora Titular, Universidad de Sucre; Investigadora Asociada (i), COLCIENCIAS. melba.vertel@unisucra.edu.co

The approval for the collection of the information was made through an informed consent. The statistical analysis of the data includes: descriptive statistics and frequency analysis for categorical data; 95% CI and Chi-square tests for bivariate analysis; multiple correspondence analysis and simple correspondence analysis, accompanied by agglomerative clustering of Euclidean distances linked to the Ward method; Finally, a logistic regression to estimate the effect of explanatory variables with academic performance in mathematics. The statistical analysis was carried out through the R software. Low school performance is an aspect of the educational process, influenced by multiple causal factors, as well as the low socio-economic level, characteristics of the family-community, innate abilities, non-attendance. It is evident that there is a significant percentage of children with below-normal weight (60%), associated with a BMI (Body Mass Index) in a state of poor nutrition ( $\leq 18.5$ ).

**Keywords:** *nutritional status, academic performance, multivariate, rural development.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Asumiendo que los niños tienen necesidades nutricionales concretas que deben ser satisfechas. El estado nutricional en condiciones normales es la resultante del balance entre lo consumido y lo requerido, lo cual está determinado por la calidad de nutrientes de la dieta y por su utilización completa en el organismo, es por esto que la valoración nutricional debe formar parte integral de toda evaluación clínica, con el fin de identificar personas que requieren un soporte nutricional agresivo y temprano el fin de disminuir los riesgos, Según Alas M (2005) pueden considerar dos áreas en la evaluación del estado nutricional: "El estudio de la epidemiología y despistaje de la malnutrición, abarcan grandes masas de población, especialmente en países en vías de desarrollo", en cambio Colicocha J (2008), dice que la condición resultante de la ingestión, digestión y utilización de los nutrientes; se puede evaluar combinando varios indicadores que incluyen cada una de las partes del proceso. Dicha evaluación nutricional es sistemática y nos permite obtener, verificar e interpretar datos, que expliquen la causa y el estado de los problemas relacionados con la nutrición de los individuos.

Por otro lado el rendimiento académico es una medida de las capacidades del estudiante, que expresa lo que éste ha aprendido a lo largo del proceso formativo, según Retana (s.f.) está definido como el "nivel de conocimiento expresado en una nota numérica que obtiene un alumno como resultado de una evaluación que mide el producto del proceso enseñanza aprendizaje en el que participa", y Sánchez L, Arévalo P (2012), define el rendimiento o afectividad académica como el grado de logro de los objetivos señalados en los programas de estudio" El estado nutricional del escolar, está evaluado por indicadores como: Peso, Talla e Índice de Masa Corporal. Debido al rápido crecimiento y desarrollo en la etapa escolar, es importante la evaluación del estado nutricional para prevenir las consecuencias que este ocasiona, como un deficiente desarrollo intelectual contar con datos actualizados utilizando metodologías estadísticas apropiadas (Análisis Estadístico) y software libre que nos permitan mostrar resultados dinámicos como el programa R. Este estudio, busca estimar cómo influye el estado nutricional en el rendimiento académico de estudiante

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Marco de antecedentes.

En la revisión bibliografía referente a la relación del estado nutricional y rendimiento académico en niños de 9 a 12 años de edad de escuelas rurales, podemos notar que esta temática ha sido ampliamente estudiada tanto en el contexto internacional, nacional y regional.

En el estudio Development Sequel<sup>1</sup> *romearly nutritional deficiencies: conclusive and probability judgements* de Pollit (2000), se concluyó que la malnutrición proteico-calórica y la deficiencia de hierro afectan el desarrollo cerebral. De igual forma, las revistas científicas *Neuroscience* y *European Journal of Clinical Nutrition* se han ocupado del tema investigando los efectos de la alimentación sobre la cognición, la memoria, la atención y la inteligencia. La investigación mexicana, denominada Efecto de la desnutrición sobre el desempeño académico de escolares y realizada por nutricionistas de la Universidad de Xochimilco, explicó que existe un vínculo entre el estado nutricional y rendimiento académico (García, Padrón, Ortiz-Hernández, Camacho y Vargas, 2005). Con base en el análisis, por antropometría y hábitos alimentarios, de una muestra de 972 escolares, la investigación concluyó que, con relación al rendimiento escolar<sup>2</sup>, los estudiantes de talla baja perdieron el año en mayor proporción (27%) que los de talla normal (10,9%); por su parte, los niños con depleción grasa tuvieron menor promedio en matemáticas (7,3) frente al obtenido por los niños con peso normal (7.8). Adicionalmente, los alumnos de estrato medio tuvieron menor riesgo de reprobar (OR: 0.30 p=0.008). De esta forma, los investigadores plantean que la desnutrición aguda y crónica parece estar asociada con la disminución de la capacidad de aprendizaje.

En Colombia se han realizado varios estudios tales como la Encuesta Nacional de Nutrición y Salud (2010), según la cual el 2,6% de los jóvenes de 10 a 17 años están clasificados en delgadez principalmente en estratos socioeconómicos más bajos, jóvenes cuyas madres tienen un menor nivel educativo, y viven en zonas urbanas distribuidas. Por su parte, de estos jóvenes el 16,7% sufren de sobrepeso y obesidad principalmente en estratos más altos y en zonas urbanas (ICBF, 2010) y el artículo publicado por Daza (1997) en la *Revista Colombia Médica*, titulado *Nutrición infantil y rendimiento escolar*, muestra la interrelaciones entre el historial nutricional y el ambiente psicosocial y familiar con la función cognoscitiva del niño y su rendimiento intelectual. Daza (1997) señala que investigaciones neurofarmacológicas han revelado cambios duraderos, aunque no permanentes, en la función neural receptora del cerebro, como resultado de un episodio temprano de malnutrición energéti-proteica. Adicionalmente, explica que en estudiantes con familias de bajos ingresos que no poseen una alimentación adecuada se genera una adecuada inmunidad hacia las infecciones y parasitosis más comunes, sin embargo, muestran baja talla y poca grasa subcutánea.

Como se ve en estos estudios, las dimensiones que afectan el logro académico del estudiante son muchas, por lo cual es importante seguir estudiando y analizando esta población para ayudarla en su desarrollo integral. Si un alumno fracasa académicamente, es importante analizar todo el entorno interno y externo con el objetivo de conocer la causa de su bajo desempeño.

### 2.3 Marco conceptual.

**2.3.1** El rendimiento académico: es tanto un indicador del logro de aprendizajes programados (Alas, 2005) como la medida de las capacidades obtenidas en la escuela, es decir, la evaluación que permite comprobar que el alumno puede promoverse al siguiente curso (Pizarro, 2000). El rendimiento académico es a su vez medido a través de la aprobación del curso, del promedio obtenido en lenguaje y matemáticas en el último año y en el período actual.

**2.3.2** La nutrición: Es entendida como los procesos metabólicos de absorción y utilización de los componentes de los alimentos por parte de las células para el funcionamiento del organismo, va mucho más allá del mero acto de llevarse el alimento a la boca. La nutrición no solo tiene implicaciones a nivel gastrointestinal, sino también a nivel del cerebro, de tal manera que alimentarse “bien o mal” no sirve únicamente para prevenir la desnutrición o la obesidad.

**2.3.3** El estado nutricional: es la condición resultante de la ingestión, digestión y utilización de los nutrientes; se puede evaluar combinando varios indicadores que incluyen cada una de las partes del proceso. Dicha evaluación nutricional es sistemática y nos permite obtener, verificar e interpretar datos, que expliquen la causa y el estado de los problemas relacionados con la nutrición de los individuos (Mahan y Escott, 2009).

### 2.4 Marco legal:

La Constitución Política de Colombia de 1991 en su Artículo 44 establece los derechos fundamentales de los niños y las niñas pronunciándose sobre los derechos a alimentación equilibrada, a la educación y cultura, entre otros. Teniendo en cuenta que el Estado y la sociedad deben garantizar estos derechos, bajo el marco de la Cumbre del Milenio de septiembre de 2000, en la Agenda de cooperación institucional para el desarrollo de estrategias de entornos saludables, diferentes organizaciones nacionales e internacionales<sup>1</sup> llegaron al acuerdo de que la salud es un factor decisivo en el bienestar de las personas familias y comunidades, además de ser un requisito para la equidad. En dicha agenda, también se establecieron acciones interinstitucionales de protección para avanzar en esta estrategia tales como la conformación de escuelas y viviendas saludables. Ahora bien, escuela saludable es un concepto introducido por la carta de Ottawa, en la cual se reconoce a la escuela como un espacio propicio para el fortalecimiento de las potencialidades y habilidades de estudiantes y docentes, así como para el aprendizaje de nuevas formas de pensar, sentir y actuar frente a la vida y la salud. Asimismo, la

## 3. METODOLOGÍA

Para esta investigación se tomó una muestra de 150 niños (50% masculino y 50% femenino) presentes en un rango de edad de 9 a 12 ( $10.7 \pm 1.8$ ) años, distribuidos desde cuarto grado hasta sexto grado de las escuelas rurales en la subregión Montes de María, Sucre El diseño de investigación fue de tipo descriptivo-correlacional, observacional y transversal, se. Se utilizaron cuatro instrumentos validados y confiables para la recolección de la información: registro de evaluación de los aprendizajes, encuesta socio-económica, examen físico y auto-reporte de los niños. La aprobación para la recolección de la información se realizó a través de

un consentimiento informado. El análisis estadístico de los datos comprende: estadística descriptiva y análisis de frecuencias para datos categóricos; IC95% y pruebas Chi-cuadrado para análisis bivariado; análisis de correspondencias múltiples y análisis de correspondencias simples, acompañado de clasificación de clúster aglomerativo de distancias euclidianas ligado al método de Ward; por último, una regresión logística para estimar el efecto de variables explicativas con rendimiento académico en matemáticas. El análisis estadístico se realizó mediante el programa R. El bajo rendimiento escolar es un aspecto del proceso educativo, en el que influyen múltiples factores causales, así como el nivel socio-económico bajo, características de la familia-comunidad, habilidades innatas, inasistencia.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Esperamos que al final de la investigación podamos estimar que el estado nutricional del niño implica de una manera u otra al rendimiento académico. A demás contribuir a la divulgación de la técnica de Análisis multivariado al igual que el software libre utilizado.

#### 5. REFERENCIAS

- Urquiada M., Gorriti C. Estado nutricional y rendimiento académico del escolar. Revista Científica In Cresendo. 2012
- Colquicocha J. Relación entre el estado nutricional y rendimiento académico del escolar entre niños de 6 a 12 años de edad de la I:E Huáscar N°0096,2008. Lima- Perú 2009
- Ramírez D. Estado nutricional y rendimiento académico en estudiantes de educación media de los colegios IPARM (Universidad Nacional de Colombia-sede Bogotá) y Pío XII (Municipio de Guatavita. Trabajo de grado 2014

## DIFICULTADES DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS RELACIONADOS A LA DISCALCULIA EN LOS ESTUDIANTES DE 5° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAFAEL NUÑEZ SEDE SINAÍ

Jaime Andrés Camaño Meza<sup>1</sup>  
Rosanis Ricardo Peña<sup>2</sup>

### Resumen

El aprendizaje está presente no solo en lo académico, sino también en todos los campos de la existencia, es por tal sentido que cobra tanta importancia como la vida misma. Este proyecto recoge la información relevante de un proceso investigativo que identificó que existen posibles dificultades de aprendizaje en las matemáticas relacionada a la discalculia en la institución educativa Rafael Núñez sede Sinaí de la ciudad de Sincelejo, a través de un seguimiento se observó, se aplicó diferentes encuestas y un test, con el fin de identificar las mismas, que de una u otra forma influyen en el rendimiento académico de los estudiantes. Actualmente, ellos presentan dificultades no solo externas, tales como el contexto social y la familia, sino también internas como trastornos de aprendizaje que están sujetas algún tipo de discalculia, lo cual nos permite reflexionar sobre los procesos de enseñanza que realizan los docentes.

**Palabras clave:** *Aprendizaje, Discalculia, Enseñanza, Matemáticas, Seguimiento*

### Abstract

Learning is present not only in the academic, but also in all fields of existence, it is for this reason that it is as important as life itself. This project collects the relevant information from a research process that identified possible learning difficulties in mathematics related to dyscalculia in the educational institution Rafael Núñez, Sinaí, in the city of Sincelejo, through a follow-up was observed, different surveys and a test, in order to identify them, which in one way or another influence the academic performance of students. Currently, they present difficulties not only external, such as the social context and the family, but also internal learning disorders that are subject to some type of dyscalculia, which allows us to reflect on the teaching processes carried out by teachers.

**Keywords:** Learning, Dyscalculia, Teaching, Maths, Tracking.

### 1. INTRODUCCIÓN

La familia y la escuela se encuentran inmersas en una profunda crisis, que cada vez se agudiza más. En ese contexto cobra interés la educación como guía primaria de la relación de los hombres en su entorno político y social.

---

<sup>1</sup> Universidad de Sucre; Colombia

<sup>2</sup> Universidad de Sucre; Colombia

Analizando las diferentes dificultades de aprendizaje de las matemáticas con relación a la discalculia de los estudiantes del grado 5° de un plantel educativo, donde se tuvo en cuenta el área de lengua castellana, ya que los niños al no comprender e interpretar lo que leen; se les dificulta la interpretación de los problemas matemáticos y no tener un aprendizaje significativo. De acuerdo a las evaluaciones internacionales y nacionales (PISA e ICFES), se evidencia el bajo nivel de los estudiantes tanto en el área de matemáticas como lenguaje, donde los países latinoamericanos ocupan los últimos lugares en la escala de valoración, no dejando atrás el departamento de sucre.

Por ello este proyecto se constituye en el estudio de identificar las posibles dificultades de aprendizaje en matemáticas con relación a la discalculia a partir del seguimiento y los test realizados en la Institución Educativa Rafael Núñez sede Sinaí, en las cuales se evidenciaron a través de la observación directa el proceso educativo del aprendizaje de los estudiantes y la sistematización de la información obtenida en los test aplicados, ya que hoy en día los estudiantes pueden presentar algunas de las características que a continuación se describe:

Inconvenientes en la lectura y escritura de símbolos matemáticos, la seriación, la ejecución de operaciones y cálculos numéricos, la cual pueden incidir en el bajo rendimiento y en que se produzca un aprendizaje poco significativo.

Esta situación conlleva a la necesidad de identificar si los estudiantes tienen alguna dificultad de aprendizaje relacionada a la discalculia, para así contribuir al mejoramiento de las mismas, permitiendo que el estudiante obtenga un proceso de formación más satisfactorio y gratificante en su desarrollo educativo y personal.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La enseñanza de las matemáticas se encuentra presente de manera significativa en la vida cotidiana de cada ser humano, a veces de una forma casi imperceptible y otras de manera más práctica en el lenguaje interno, oral o escrito.

Baroody (1987), extrajo seis implicaciones educativas de la teoría cognitiva, dirigidas precisamente a estimular la construcción activa del conocimiento matemático, es decir, el aprendizaje en el niño se da de forma lenta, pero es muy complejo, teniendo en cuenta los intereses del niño, ya que mediante su curiosidad se le debe ir enseñando lo que debe aprender para su desarrollo pleno.

A partir de las habilidades que se debe enseñar y desarrollar a través del currículo de matemáticas, Smith (1991), propone las categorías elementales para el desarrollo del mismo obteniendo un buen desempeño tanto académico como en su vida diaria; al impartir un proceso de enseñanza-aprendizaje se pueden presentar dificultades, ya sean de tipo cognitivo, social, familiar, entre otros que no permiten al estudiante tener un aprendizaje significativo.

(Espinosa, 1994). Nos señala que la discalculia es un trastorno que se manifiesta por un debilitamiento o pérdida de la capacidad de calcular, manipular los símbolos numéricos o hacer



operaciones aritméticas simples, donde Kosci (1974) clasifica seis subtipos de discalculia, que podrían ocurrir de forma aislada o en combinación, las cuales son: Discalculia verbal, Discalculia practognostica, Discalculia léxica, Discalculia gráfica, Discalculia ideognóstica, Discalculia operacional.

En resumen, la Discalculia, se refiere a los inconvenientes presentados al momento de realizar problemas en el área de matemáticas, pero no por razones, si no por procesos cognitivos, lo cual implica que para diagnosticarse es necesario hacer un seguimiento constante con ayuda de un acompañamiento psicológico.

### 2.1 Bases teóricas

(Ausubel 1983), El aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las 16 combinaciones disponibles en la estructura cognitiva, por ello el niño podrá distinguir distintos colores, tamaños y afirmar que se trata de un objeto por cuando vea otro en cualquier momento.

El término “dificultades” no ser capaz de resolver o interpretar situaciones en dicho contexto, mientras en una investigación es un obstáculo en el proceso de aprendizaje o en aprendizajes en los que se requiere un nivel de razonamiento determinado.

La discalculia es un trastorno que se manifiesta por un debilitamiento o pérdida de la capacidad de calcular, manipular los símbolos numéricos o hacer operaciones aritméticas simples (Espinosa I., 1994).

## 3. METODOLOGÍA

Es una investigación de enfoque descriptivo, ya que consiste en decir cómo es y cómo se manifiesta un determinado fenómeno, por lo que, el propósito del investigador es describir situaciones y eventos. Esta, busca especificar las propiedades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que sea sometido a análisis midiendo o evaluando diversos aspectos, dimensiones o componentes del mismo a investigar.

Está basada en un método cualitativo, ya que su objetivo es la descripción de las cualidades de un fenómeno, es decir, queremos describir cuales son las dificultades de aprendizaje que pueden mostrar estudiantes de un plantel educativo. Donde la observación es una de las principales herramientas en esta investigación, ya que logramos identificar como es su ambiente escolar. El estudio se realizará con niños y niñas que actualmente cursan 5°. De acuerdo a la entrevista a la docente “La mayoría de estos niños pertenecen a un nivel socioeconómico bajo, provienen de familias vulnerables y presentan bajo rendimiento académico, carecen de la estimulación y motivación en cuanto al aprendizaje, los padres de familia no cuentan con el tiempo suficiente o no poseen un nivel de escolaridad para responder a las necesidades de sus hijos en cuanto a la escuela”.

Por consiguiente, para realizar esta investigación se tomó como población a los estudiantes de 5° grado con edades comprometidas entre los 9 y los 15 años, de la Institución Educativa Rafael Núñez de la ciudad de Sincelejo. La técnica de muestreo no probabilístico, fue la seleccionada en esta investigación, es decir, los sujetos son seleccionados en función de los

criterios personales e intencionales de los investigadores, lo que implica que los resultados encontrados no pueden ser generalizados con respecto a la población.

Se realizará la observación directa de la población en general para obtener información llenando un “formato de observación” que nos permitirá conocer como está o se encuentra la práctica docente, el comportamiento de los estudiantes, la motivación de los mismos y la resolución de problemas de acuerdo al área, es decir, que la observación directa de la población en general es uno de los primeros elementos, luego se realizará un acercamiento con el docente para conocer el desempeño de los estudiantes de 5° grado, donde se hace uso de la entrevista a la docente del área de matemáticas de la Institución, con el fin de encontrar una fuente de información o acercamiento que nos permita identificar cuáles son los estudiantes que podrían presentar dificultades en su aprendizaje por su bajo rendimiento; a los estudiantes se les aplicó otra encuesta llamada “Mi pensamiento ante la matemática” con preguntas dicotómicas según Likert; con el fin de saber cómo se sienten los estudiantes en cuanto al aprendizaje de las matemáticas y evaluar la percepción que tienen los mismos de cómo sus padres, profesores y compañeros confían en sus habilidades de éxito en las matemáticas.

Por otra parte, con la finalidad de identificar cuáles son las dificultades de aprendizaje en matemáticas relaciona con la discalculia en los niños del grado 5°, se implementará un test “EVALUACION DEL CÁLCULO Y RESOLUCION DE PROBLEMAS. Autor: Nolfia Ibáñez Salgado” tomando como referencia los contenidos de ese curso. Con el fin de observar e identificar si estos estudiantes manifiestan dificultades en cuanto al cálculo y la resolución de problemas.

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En el reconocimiento con los docente de las áreas de lengua castellana y matemáticas, nos cuenta la situación académica de la muestra, como es la participación de los mismos, como asumen los compromisos y los procesos de verificación de los aprendizaje, los cuales son insatisfactorio para el grado que cursan estos. En la encuesta “las Matemáticas y Yo” encontró que más del 60% se ubica en buena percepción y actitud en las matemáticas, del test aplicado hallamos que más del 50% de la muestra presente dificultades que pueden estar asociadas algún trastorno de aprendizaje, (discalculia) pero si presentan síntomas que los asocia algún tipo Discalculia verbal, Practognóstica, léxica, gráfica, Ideognóstica, operacional.

Determinamos que si existen posibles dificultades de aprendizaje en las matemáticas y que además de eso se debe verificar si están relacionadas a la discalculia con un acompañamiento psicológico que lo determine completamente, con el fin de conocer e identificar las influencias que tienen en cuanto al desempeño académico de los estudiantes.

Como se apreció existen dificultades por tanto Se propondrá actividades pertinentes que le permitan mejorar el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes que presentaron alguna dificultad.

#### 5. REFERENCIAS

Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1983). Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo (Vol. 2). México: Trillas.

López, K. R., & Márquez Granados, E. G. (2013). Diseño de una escala de evaluación de aprendizaje de las matemáticas en niños y niñas de primer ciclo de educación básica (Doctoral dissertation, Universidad de El Salvador).

Ministerio de Educación Nacional (MEN): Pruebas Saber y pisa Disponible en:  
<http://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-article-244735.html>

Morenza, P. L. (1996). Los niños con dificultades en el aprendizaje: diseño y utilización de ayudas. Perú: Educa.

Da Silva, L., & Machado, I. (2015). Discalculia e dificuldades de aprendizagem: percepções de professores do primeiro ano do ensino fundamental.

Villacrés, T., & Roberto, D. (2012). La discalculia y el aprendizaje de la matemática en los niños/as del 5to. año de educación básica del centro escolar „ecuador“ de la ciudad de ambato, año lectivo 2008-8009 (Bachelor's thesis)

Riviere, A. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. Dins Marchesi, A., Coll, C. i Palacios, J.(Comp.): Desarrollo psicológico y educación. III. Madrid: Alianza, 155.

## VENTAJAS Y LIMITACIONES DE LA REPRESENTACIÓN INTERVALAR: UNA APROXIMACIÓN A LA PROPIEDAD DE LA DENSIDAD DE LOS NÚMEROS REALES EN EL GRADO ONCE.

### Un estudio de caso en la Institución Educativa Instituto Técnico de Santander de Quilichao Cauca

Maribel Fernández Muñoz<sup>1</sup>

Jennifer Escobar Chocó<sup>2</sup>

Adriana García Moreno<sup>3</sup>

#### Resumen

En el presente trabajo se exhibirá el rediseño e implementación de una propuesta didáctica, con el fin de acercar a estudiantes de grado 11 de la Institución Instituto Técnico de Santander de Quilichao Cauca a la propiedad de densidad de los números reales mediante la representación intervalar. Este rediseño se apoya de la revisión de algunos referentes teóricos relacionados con algunos estudios históricos, aproximaciones epistemológicas, didácticas y curriculares; concernientes a la construcción de los reales y sus propiedades, así como algunas de sus representaciones. Posteriormente, se busca realizar un análisis de los resultados obtenidos después de la implementación de la propuesta didáctica, el cual estará apoyado de los planteamientos teóricos y metodológicos; finalmente se determinará algunas conclusiones y observaciones relacionadas a la enseñanza y aprendizaje de los números reales a través de la teoría intervalar. Se espera que las conclusiones y observaciones de este trabajo sirvan como base a futuras investigaciones, orientado a la reflexión de la manera en la que habitualmente es presentado el número real, cuya atención se centraliza en la estructura algebraica, dejando de lado la topológica. La metodología es de tipo cualitativo, pues se implementará el rediseño de una propuesta didáctica, que identifica y caracteriza algunas actividades para la aproximación del número real desde una manera distinta de representar, a las que generalmente son presentadas en el salón de clases para su enseñanza y aprendizaje.

**Palabras clave:** Números reales, densidad, teoría intervalar, representación, ingeniería didáctica, intuición.

#### Abstract

In the present work the redesign and implementation of a didactic proposal will be exhibited, with the purpose of bringing to students of degree 11 of the Institution Technical Institute of Santander de Quilichao Cauca to the density property of real numbers by means of interval representation. This redesign is supported by the revision of some theoretical references related to some historical studies, epistemological, didactic and curricular approaches; concerning the construction of the reales and their properties, as well as some of their representations. Later, an analysis of the results obtained after the

---

<sup>1</sup> Universidad Del Valle; maribel.fernandez@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Universidad Del Valle; jennifer.escobar@correounivalle.edu.co

<sup>3</sup> Mg.Universidad Del Valle; adriana.garcia.moreno@correounivalle.edu.co

implementation of the didactic proposal will be carried out, which will be supported by the theoretical and methodological approaches; Finally, some conclusions and observations related to the teaching and learning of real numbers will be determined through the intervalar theory. It is expected that the conclusions and observations of this work serve as a basis for future research, oriented to the reflection of the way in which the real number is usually presented, whose attention is centralized in the algebraic structure, leaving aside the topological one. The methodology is of a qualitative nature, since the redesign of a didactic proposal will be implemented, which identifies and characterizes some activities for the approximation of the real number from a different way of representing, to those that are usually presented in the classroom for teaching. and learning.

**Keywords:** Real numbers, density, intervalar theory, representation, didactic engineering, intuition.

## 1. INTRODUCCIÓN

A partir de revisiones históricas, el presente trabajo está enmarcado en algunas construcciones que dieron lugar a la consolidación del número real como objeto matemático hace aproximadamente XXII siglos, encontrando también que su construcción formal generó importantes dificultades a los matemáticos de esos siglos.

Tomando como base algunas investigaciones se da cuenta que generalmente la manera en la que se enseñan los números reales y como se expresan en los libros de texto es mediante la adjunción de los conjuntos numéricos, señalando algunas propiedades que tienen que ver con la estructura algebraica y reglas para sus operaciones. Esta manera de presentar los números reales, va en dirección opuesta a la que propone el Ministerio de Educación Nacional (MEN), pues para grado Once se hace necesario la introducción de las propiedades que tienen que ver con su comprensión, esenciales para un correcto entendimiento de otros conceptos que dependen de este; sobre esta base se discuten posteriormente los conceptos cruciales del Cálculo: Límite, Continuidad y Derivada.

Sumado a lo anterior, generalmente para las representaciones y operaciones de los números reales se recurre a la aproximación, olvidando algunas décimas que son importantes, limitando o condicionando así la exactitud de una operación y más aún la comprensión del infinito potencial que se encuentra en algunos números, como los irracionales.

El desarrollo de este trabajo está inscrito dentro de la línea de historia y epistemología de las matemáticas, y enriquecido por la línea de didáctica de las matemáticas, tratando de generar algunas alternativas que puedan dar solución al problema de representación y aproximación a la propiedad de densidad de los números reales en la educación media. Para ello se abordarán algunos referentes teóricos desde el punto de vista histórico y matemático, que posibiliten la toma de decisiones importantes en la reelaboración de la propuesta didáctica para ser efectuada en un aula de clase, esto con el fin de acercar a los estudiantes a la construcción de un conocimiento más eficaz de los números reales y su propiedad. El aprendizaje de los números reales, se considera un asunto de notable interés para el campo de la Educación Matemática; a partir de esta necesidad es cómo surge la idea de que el trabajo sea desarrollado en estas líneas, dirigido hacia la educación media, concretamente para estudiantes de grado Once de la Institución Educativa Instituto Técnico.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Dimensión histórica y matemática

Para lograr un acercamiento a las diferentes concepciones de número real ( $\mathbb{R}$ ) desde el siglo V a.C hasta el siglo XX, se tendrá en cuenta las dos crisis de los fundamentos de las matemáticas (magnitudes inconmensurables y la fundamentación del análisis). Para ello, se tomará como referente investigaciones realizadas por algunos autores (Anaconda, Guacaneme, Ferreirós, Euclides, Eudoxo, Platón, Arquímedes, Recalde et al, Bachaman y Moore, Weiis, García A, García G, Calderón, Puerto), donde describen cómo a través de la historia se hicieron grandes contribuciones a la consolidación de este y a la aproximación de algunas de sus propiedades fundamentales como la densidad.

Se conoce que la construcción y aceptación del número real como un objeto matemático tardó alrededor de XXII siglos, donde en todo este tiempo se dieron a conocer problemas los cuales marcaron diferentes épocas. Según Recalde (2011) la formación histórica de los números reales hasta consolidarse como un objeto matemático, parten de las actividades de contar, medir y ordenar. Sin embargo, existen dos hechos de gran importancia que fueron determinantes en la historia de las matemáticas, estos dos hechos son conocidos como las crisis de sus fundamentos. Una de las primeras crisis se da en la época de los pitagóricos, siglo V a.C. y esta aparece con las magnitudes conmensurables e inconmensurables; la segunda crisis aparece en el siglo XIX d.C. con la fundamentación del análisis, se empiezan a hacer construcciones del número real por parte de Cantor, Dedekind,

Para el interés del desarrollo de este trabajo este capítulo se conformará de la siguiente manera:

1. Las magnitudes conmensurables e inconmensurables;
2. El método de Exhaución y las aproximaciones al cálculo del número Irracional  $\pi$  una propuesta hecha por Bárcenas y Porras (2002).
3. La crisis de los fundamentos del siglo XIX.
4. Inicios y consolidación de la teoría intervalar.

### 2.2 Dimensión curricular.

En este capítulo se determinan las instrucciones de tipo curricular, esenciales para la elección y rediseño de cada una de las actividades que componen la propuesta didáctica; Orientaciones teóricas y metodológicas de los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), Estándares Básicos de Competencias (MEN, 1998) y Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) (MEN, 2015). En los Lineamientos Curriculares, se explicita la importancia del tener en cuenta tres aspectos fundamentales para el diseño y análisis de situaciones o actividades, que apuntan a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas antes de introducirlas al salón de clases, los cuales son : procesos generales de pensamiento, conocimientos básicos y contexto; vale aclarar que, la naturaleza de las matemáticas, los motivos de su enseñanza y aprendizaje, su trabajo en la escuela, sus relaciones con la sociedad y la cultura, y los procesos cognitivos que los estudiantes tienen al comprenderlas son elementos que al resumirlos componen los tres aspectos importantes anteriormente mencionados.

## 2.2 Dimensión didáctica.

En este apartado se toma como referente la Ingeniería didáctica, ya que, en el diseño y elección de tareas para realización de una propuesta didáctica es importante tener en cuenta como se construye y comunica el conocimiento matemático, según Godino et al, (2014), este conocimiento hace referencia a un enfoque teórico que sirve de base en las distintas fases del proceso metodológico. De acuerdo con Artigue (1995) “la ingeniería didáctica se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.”(p.36). Siendo la ingeniería didáctica un ente importante para pensarse una clase de matemáticas, tomándose como modelo de apoyo su estructura metodológica de implementación.

Ahora bien, en la teoría de las situaciones didácticas (TSD), Brousseau (2007) menciona que para enseñar un determinado conocimiento es necesario recurrir a ciertos MEDIOS (materiales, textos, entre otros), estos medios generan en el estudiante un mayor acercamiento a las nociones matemáticas, de hecho la ingeniería didáctica es la que se encarga de estudiar y producir dichos medios, convirtiéndose en un recurso importante al momento de desarrollar o implementar actividades en clases, permitiendo en el estudiante una interacción, adquisición e integración de nuevos conocimientos matemáticos, que le permitirán reforzar sus conocimientos previos.

En la metodología de la ingeniería didáctica se encuentran cuatro fases fundamentales a tener en cuenta para el rediseño o diseño de tareas: en una primera instancia se encuentra la **Fase 1** de análisis preliminar, **La Fase 2** de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, **La Fase 3** de experimentación y finalmente **la fase 4** de análisis a posteriori y evaluación.

## 3. METODOLOGÍA

La metodología empleada para el desarrollo de este trabajo, estará enfocada en el método cualitativo, pues se centrará en la descripción, la interpretación y análisis de las experiencias de los estudiantes luego de hacer la implementación de una propuesta didáctica (Hernández, Fernández & Baptista, M. (2014)).

El presente trabajo es un estudio de caso y en consecuencia, está orientado por la Ingeniería didáctica, que según Godino, et al. (2014), “busca crear conocimiento sobre cómo se construye y se comunica el conocimiento matemático. Este conocimiento didáctico se refiere necesariamente a un enfoque teórico, que sirve de base en las distintas fases del proceso metodológico” (p. 1). La metodología de la Ingeniería didáctica, comprende por lo general dos niveles: el de micro-ingeniería y el de la macro-ingeniería, en este caso se utiliza la micro-ingeniería, puesto que hay un enfoque de tipo local en cuanto a la complejidad de los fenómenos de la clase.

Este trabajo se enmarca en las cuatro fases que sugiere este marco metodológico de la siguiente manera:

- Fase 1 Análisis preliminar: En esta primera fase se hará una revisión de los referentes teóricos. Primero se hace una exploración histórica de los componentes más notables en la construcción de los números reales; que comprende la crisis de los fundamentos de las matemáticas, en los pitagóricos siglo V a.C. y en el siglo XIX con la fundamentación del análisis, para reconocer los elementos didácticos que posibiliten su aplicación en el salón de clases. Luego se hace un estudio de los referentes matemáticos más relevantes en la construcción de los números reales en el marco de una propuesta intervalar expuestos por Cantor, Bachman y Weiss para el rediseño una propuesta didáctica. Finalmente, se hace un análisis de los referentes didácticos y curriculares con el objetivo de identificar las orientaciones teóricas y metodológicas que propone el MEN para la enseñanza de la densidad de los números reales.
- Fase 2 Análisis a priori: De acuerdo a los referentes teóricos se identifican los elementos conceptuales más relevantes que permiten hacer un análisis a priori de las tareas que componen la propuesta didáctica, esta fase permitirá anticiparse a los posibles comportamientos y acciones de los estudiantes, además de una visión clara de cada tarea propuesta, con relación al propósito, contenidos matemáticos y los desempeños esperados de los estudiantes. Al mismo tiempo que permite hacer el rediseño de la propuesta didáctica.
- Fase 3 Experimentación: Se implementa la propuesta didáctica que se ha rediseñado a un grupo de estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Instituto Técnico de Santander de Quilichao Cauca, esta institución educativa fue seleccionada porque es una institución que ha tenido unos buenos resultados en las pruebas de matemáticas del Icfes, cuenta con un grupo de estudiantes que asisten a las Olimpiadas de matemáticas y una sala de sistemas bien dotada, con el software Geogebra; se han tenido en cuenta estas características para la selección del grupo focal porque interesa determinar si la implementación de la propuesta es factible; dado que hasta el momento no se han implementado en ninguna institución, es decir entre menos variables externas interfieran en su normal desarrollo será más objetiva su validación.
- Fase 4 análisis a posteriori y validación: En esta última fase hace un contraste entre el análisis a priori que se realizara en la fase 2 y el análisis a posteriori que se hace de los resultados de la experimentación, para identificar las ventajas y limitaciones de la propuesta enmarcada al acercamiento de la propiedad de densidad de los números reales a través de la representación intervalar.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El estudio de los números reales ha sido de gran importancia en el transcurso de la historia, a pesar de sus construcciones y consolidaciones se podría mencionar que es un objeto matemático no acabado, por ende se constituye en un aporte fundamental para la educación.

Con la necesidad de dar aportes para la enseñanza y aprendizaje del sistema de los números reales desde una perspectiva intervalar; es necesario realizar un estudio de las construcciones de los reales hechas por Cantor, Bachman y Weiss; puesto que a partir de este



se puede identificar los elementos teóricos fundamentales propios del objeto matemático que desea movilizar en el aula y definir luego qué contenidos de los números reales desea movilizar. Es decir, si se trata de su definición, sus propiedades, sus operaciones u otros conceptos asociados al objeto matemático.

La implementación de una propuesta didáctica, puede generar nuevas alternativas para mejorar el aprendizaje de los números reales en la educación básica y generar impactos en los entornos educativos ya que la historia nos permite dar cuenta de la relación existente de las matemáticas con otras ciencias en el mismo acto de la evolución y constitución de los objetos matemáticos; de ahí que es importante recurrir a identificar en otros campos disciplinares estrategias que hagan posible la introducción y la apropiación de algunos objetos matemáticos en el aula.

## 5. REFERENCIAS

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En R. Douady, L., Moreno., & P. Gómez (Eds.), Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (pp. 33-60). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana S.A de C.V.

Anaconda, Maribel (2003). La historia de las matemáticas en la Educación de las Matemáticas. Revista EMA,8(1)

Arbeláez, G. & Gálvez, F. (2011). El Conjunto de los Números Reales como Objeto Matemático: La Construcción de Dedekind. En Recalde, L. & Arbeláez, G. (Ed.), Los Números Reales como Objeto Matemático una perspectiva Histórico-Epistemológica. (pp. 135-162). Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Arboleda, L. (2011). Objetividad Matemática, Historia y Educación Matemática. En Recalde, L. & Arbeláez, G. (Ed.), Los Números Reales como Objeto Matemático una perspectiva Histórico-Epistemológica. (pp. 19-37). Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Bárcenas, D. & Porras, O. (2002) Calculo del número  $\pi$  mediante funciones

Trigonométricas. Divulgaciones Matemáticas Vol. 10. No. 2. pp. 149-159.

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la Teoría de Situaciones Didácticas. (D. Fregona, Trad.). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal. (Trabajo original publicado en 1986).

García, A. (2017). Los números reales como conjuntos de intervalos, ventajas y limitaciones de su consideración en la educación media. Trabajo de maestría. Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Guacaneme. E.A, Teoría euclidiana de la proporción de los números reales un asunto útil para el profesor?. Tecné, Episteme y Didaxix No 31.(2012).

Godino et al, (2014), ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico – semiótico del conocimiento y de la instrucción matemática.

Hernández, Sampieri Roberto, Fernández C. Baptista L. P. (2003): “Metodología de la Investigación”. Ed. Mc Graw Hill. Chile

López, C. (2007). La intuición y la matemática Universidad de Palermo, pp. 29-36.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares para la enseñanza de las matemáticas. Recuperado de: <http://www.mineducación.gov.co>

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de <http://www.mineducación.gov.co>

MEN, Ministerio de Educación Nacional, República de Colombia (2015). Derechos Básicos de Aprendizaje. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). Matriz de referencia Matemáticas. Bogotá. Recuperado de: [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles352712\\_matriz\\_l.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles352712_matriz_l.pdf).

## EL PROGRAMA CRONOTOPÍA Y ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA EN LA EDUCACIÓN MEDIA COLOMBIANA

Armando Aroca Araújo<sup>1</sup>

### Resumen

El objetivo de esta Comunicación Breve es presentar el Programa Cronotopía, sus fundamentos teóricos y herramientas analíticas de recolección y análisis de la información que se encuentran en fase experimental. Luego se presentará los aportes que podría brindar dicho Programa a la Educación Matemática, en particular a la enseñanza de la Geometría Analítica de la educación media de Colombia, en el marco del desarrollo de la tesis doctoral Formas de expresión de modelos mentales cronotópicos de estudiantes y profesor en clase de Geometría Analítica de grado 10°.

**Palabras clave:** Enseñanza, Geometría analítica, Modelos Mentales Cronotópicos, Programa Cronotopía.

### Abstract

The objective of this Brief Communication is to present the Cronotopia Program, its theoretical foundations and analytical tools for gathering and analyzing information that are in the experimental phase. Then, the contributions that this Program could offer to Mathematics Education will be presented, in particular to the teaching of Analytical Geometry of the Colombian secondary education, within the framework of the development of the doctoral thesis Forms of expression of chronotopic mental models of students and Professor in 10th grade Analytical Geometry class.

**Keywords:** Teaching, Analytical Geometry, Chronotopic Mental Models, Chronotopy Program.

### 1. INTRODUCCIÓN

El Dr. Carlos Vasco es el pionero en el desarrollo de la Cronotopía en sus aspectos histórico-epistemológicos, lógicos y matemáticos y en su utilización para la Educación Matemática y la Didáctica de la Matemática. Así, el estado del arte de este proyecto de investigación se remite a Vasco (2000, 2006, 2007, 2011a, 2011b, 2013, 2014, 2015). Nuestro autor lleva unos 15 años analizando esta teoría y refinándola, de tal manera que en 2005, hace más de 10 años, la propuso formalmente como “La Cronotopía o el Programa de Bogotá”, en una conferencia seguida de diversas presentaciones internacionales. Una aproximación a lo que entendemos por “Cronotopía” comienza por su etimología, en la cual se perfilan sus dos raíces griegas, *chronos-chronía* (el tiempo, la duración, lo relativo al tiempo) y *topos-topía* (el espacio, el lugar, lo relativo al espacio). Según Vasco (2011), la Cronotopía o tratamiento científico de lo *témporo-espacial* supone la articulación y acumulación de diversas subdisciplinas de elaboración teórica o subdisciplinas cronotópicas que se resumen así: Cronotopía = (Cronografía + Cronología + Cronometría + Crononomía) + (Topografía + Topología + Topometría + Toponomía).

---

<sup>1</sup> Profesor Asociado de la Universidad del Atlántico, armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co

La Investigación se ocupará de estudiar las formas de expresión de los modelos mentales cronotópicos de los estudiantes con respecto a los de los profesores cuando en conjunto desarrollan actividades en Geometría Analítica.

Para abordar el problema anterior se destacan dos entradas al problema:

1. El que hace referencia al desconocimiento por parte del profesor de la coexistencia de múltiples representaciones del trasfondo del cronotopo. Cuando se desconoce la coexistencia de múltiples cronotopos (los cuales están en diversas mentes), como los discursos y representaciones de sus trasfondos desde las cuales desarrolla experiencia matemática el sujeto que aprende y aún el que enseña, el profesor termina por orientarse con una única opción representacional basada en los textos escolares de matemáticas, libros de matemáticas o los currículos y en particular sobre la Geometría Analítica cartesiana.

2. El que hace referencia a las limitaciones que tienen actualmente las herramientas para identificar y analizar los discursos y las representaciones asociadas a la dotación de coordenadas en el plano y en el espacio por parte de estudiantes y profesores, por parte de los investigadores, diseñadores de currículos y materiales didácticos, así como por parte de los mismos profesores en ejercicio. La carencia de herramientas que favorezcan análisis conceptuales, interpretaciones y procedimientos metodológicos en el campo de la actividad geométrica en el aula, no permiten a los profesores detectar e identificar en los discursos y las representaciones de los estudiantes, el trasfondo del cronotopo de tal manera que se pueda establecer en qué sí y en qué no pueden llegar a ser isomorfos los modelos mentales de estudiantes y del profesor al momento de analizar o resolver actividades que impliquen la dotación de coordenadas del plano o del espacio.

De las problemáticas anteriores surge entonces una pregunta central de la investigación:

¿Cuáles son y cómo se expresan las formas de expresión de los modelos mentales cronotópicos de un profesor y sus estudiantes, cuando desarrollan actividades de Geometría Analítica de Grado 10° de una IE de la Costa Norte colombiana?

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

La Cronotopía supone la articulación y acumulación de diversas subdisciplinas de elaboración teórica o subdisciplinas cronotópicas que se resumen así: al combinar las dos raíces Crono- y Topo- con las cuatro fases \*grafías, \*nomías, \*logías y \*metrías (\*grafías, \*nomías, \*logías y \*metrías) se forman las ocho subdisciplinas de la Cronotopía que constituirán las herramientas analíticas para aproximarnos a comprender los cronotopos de una persona (su Cronografía, Topografía, Cronología, Topología, Cronometría, Topometría, Crononomía y Toponomía).

**GRAFÍAS:** La mayoría de las expresiones son eventos muy cortos en duración y muy localizados en vecindades de poco volumen en el entorno espacial. Solo unos pocos de esos eventos cortos dejan huella estable y pública en marcas, manchas, trazos, dibujos, rayas, rayones, huecos, surcos, turupes, formaciones y deformaciones que permanezcan el tiempo

suficiente para poderlas examinar y reexaminar o revisar, compararlas con otras, interpretarlas y reinterpretarlas, imitarlas y repetirlas. A esas huellas estables son las que se denominan “grafías”.

**LOGÍAS:** Toda logía es una expresión consciente e intencional con un registro semiótico de representación que produzca representaciones semióticas articuladas, digitalizadas y discretizadas.

**METRÍA:** es una actividad que necesita combinar grafías y logías para precisar, comprobar y hacer públicas las propias clasificaciones, valoraciones y apreciaciones cualitativas o categoriales en escalas nominales, ordinales y numéricas (sean de intervalo o de razón).

**NOMÍA:** La nomía es una actividad que trata de combinar las grafías, logías y metrías en enunciados legaliformes o leyes, reglas, regularidades y patrones que se espera que se repitan “cæteris paribus”: mientras las demás condiciones se mantengan iguales o muy parecidas.

### 3. METODOLOGÍA

A continuación se presentarán algunos resultados de investigación cuya recolección de información se dio en el 2017-2 durante 14 sesiones de clases de Geometría Analítica, cada sesión fue de dos horas. Todas las sesiones fueron transcritas. El grupo estuvo conformado por 35 estudiantes, mixto, y una profesora. La Institución Educativa donde se recogió la información es de carácter pública y ubicada al norte de Colombia. El objetivo de este momento es mostrar los contenidos que se enseñaron en un curso de Geometría Analítica en grado 10°.

Los criterios de selección de la información se basaron en dos aspectos:

*Primer criterio.* Debe existir comunicación, turnos de habla, entre el profesor y mínimamente un estudiante y ello debe evidenciarse en el registro audiovisual o las transcripciones de clases.

*Segundo criterio.* La comunicación debe ser sobre temas de Geometría Analítica

La rejilla analítica que acompaña este análisis de la información se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Herramienta analítica. Formas de interpretar los modos de expresión y transformación de los modelos mentales cronotópicos.

o.	Sub disci plina	Característica		Qué analizar
	Cron ografía	*grafía: formas de expresión de los modelos mentales por medio de lenguajes análogos,	Escritura de signos empleados para representar el	Análisis de los lenguajes análogos, gestuales e icónicos de

		gestuales e icónicos (“grafías”, “grafismos”, “diagramas” y “cuadros” como “syn-grafismos”).	tiempo.	representación del tiempo
2	Topografía		Escritura de signos empleados para representar el espacio	Análisis de los lenguajes análogos, gestuales e icónicos de representación del espacio
3	Cronología	La *logía es del logos, el razonamiento, el discurso, lo ya expresado en lenguaje articulado o digitalizado.  El estudio de la temporalidad y del tiempo. Comienza con la vivencia del antes–durante–después. Vasco (2000: 224)		Caracterizar expresiones gestuales de tipo discursivo (orales, escritas o visogestuales), orales y escritas relacionadas con el antes, durante y después de un fenómeno.
4	Topología	Es el trabajo de producir, comparar, clasificar y analizar las propiedades de las líneas y de las figuras puntuales, lineales, regionales, espaciales y ojalá témporo-espaciales, que sería analizar uno de los aspectos lógicos de la estructura del espacio, o sea “su *logía”. Vasco (2007: 85).		Identificar aspectos lógicos de la estructura de su propio espacio, tanto de los estudiantes como del profesor. No sin antes reflexionar qué entienden ellos por espacio.
5	Cronometría	Estudio de la medición de la duración y de la coordinatización temporal de los fenómenos. Vasco (2000: 224). Fenómenos o subproceso más largos o más cortos que otros cuando duran más o menos que otros es cronometría. (p. 225). También se incluye la equidurancia de dichos fenómenos.		Lo que estudiantes y el profesor consideran de mayor duración, menor duración o igual duración (equidurancia).
6	Topometría	Tratar de metrizar la distancia entre dos puntos o la longitud de una línea o del perímetro y el área de figuras regionales, etc., que sería analizar aspectos métricos de la estructura del espacio, o sea “su *metría”. Vasco (2007: 86). Los puntos, líneas, las figuras regionales, etc. son las establecidas para la definición de Topología.		Tipos de metrización de la distancia.
7	Crononomía	Lo relacionado al conjunto de las leyes o normas de la duración, frecuencia y otras magnitudes de la temporalidad.		Identificar leyes o normas que rigen sobre la duración o temporalidad de

			fenómenos
8	Toponomía	Lo relacionado al conjunto de las leyes o normas de la longitud, el área, el volumen y otras magnitudes de la espacialidad.	Identificar leyes o normas que rigen sobre el espacio.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Puesto que las conclusiones aún están en proceso de construcción nos atrevemos por lo pronto a hacer algunas recomendaciones que se avizoran en la tesis doctoral:

1. Debe existir mejores condiciones de comunicación entre el profesor y sus estudiantes de tal forma que se permita, estimule y valore las expresiones espontáneas de los modelos mentales cronotópicos de los estudiantes.
2. La enseñanza de la Geometría Analítica en la educación media colombiana no puede seguir en el plano, debe pasar al espacio.
3. Lo anterior implica que debe analizarse los contenidos que se enseñan (por lo general: línea recta, ecuación de segundo grado y las secciones cónicas). Preguntarnos qué tanto de geometría hay en su enseñanza y más aún, qué tanto de analítica tiene con respecto a las expectativas de vida de profesores y estudiantes y del desarrollo social, tecnológico y científico del mundo actual.

#### 5. REFERENCIAS

- Vasco, C. (2000). El tiempo en la teoría general de procesos y sistemas. En J. Lopera. (Ed.), El problema del tiempo (pp. 215-240). Medellín: Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.
- Vasco, C. (2006). Cronotopía: un “Programa de Bogotá” para lo que se suele llamar “geometría”. En Ruiz, C., Pérez, J., Luque, C., Luna, J. & Oostra, A. (Eds.), Memorias: XVI Encuentro de Geometría y sus aplicaciones. Conferencia llevada a cabo en IV Encuentro de Aritmética, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá. Recuperado de <http://www.encuentrogeometria.com/memoria.htm>.
- Vasco, C. (Julio, 2007). La cronotopía, antes y después de la geometría. En A Ruiz (Presidencia), Educación matemática: historia y prospectiva. Conferencia pronunciada en la Duodécima Conferencia Inter-Americana de Educación Matemática (XII CIAEM), Querétaro, México. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6961/6647>
- Vasco, C. (2011a). La cronotopía, antes y después de la geometría. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 6(9), 77-91.
- Vasco, C. (2011b). La interacción entre modelos y teorías en la enseñanza de la cronotopía. En P. Perry (Ed.), Memorias 20° Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones (pp. 15-35). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1747/1/2011Pr-PerryMemorias.pdf>

- Vasco, C. (2013). La interacción entre modelos y teorías en la enseñanza de la Cronotopía. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 8(11), 133-148.
- Vasco, C. (2014). Procesos, sistemas, modelos y teorías en la investigación educativa. En C.J. Mosquera (Ed.), *Perspectivas educativas. Lecciones inaugurales*. No. 1. (pp. 25-79). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Doctorado Interinstitucional de Educación, DIE.
- Vasco, C. (Noviembre, 2015). ¿Epistemología histórica o historia epistemológica de las Matemáticas? En L. Recalde et al. (Presidencia), *Historia de las matemáticas en ambientes culturales diversos*. Conferencia llevada a cabo en la Quinta Escuela Nacional de Historia y Filosofía de las Matemáticas ENHEM V, Bogotá, Colombia.



## LA FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS CUADRADOS Y CÚBICOS PERFECTOS EN UN AMBIENTE DE APRENDIZAJE MEDIADO POR GEOGEBRA, PARA EL GRADO OCTAVO DE LA EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA

Adriana Maria Ulabarry Zapata<sup>1</sup>

Yeison Tibeth Velasco Velasco<sup>2</sup>

David Benitez Mojica<sup>3</sup>

### Resumen

En este estudio se reportan los avances de una investigación en curso, donde se propone caracterizar un ambiente de aprendizaje que favorezca la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades sobre la factorización de polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, con la mediación del software dinámico Geogebra. La propuesta busca que los estudiantes puedan desarrollar habilidades sobre la factorización en situaciones de la vida cotidiana, integren diferentes representaciones y trasciendan de los procesos rutinarios, mediante actividades que se aplicarán a un grado octavo de la Institución Educativa Domingullo, de modo que logren mayor comprensión y aprendizaje significativo, dejando de lado los procesos de enseñanza limitados a la memorización y el cálculo. Para desarrollar este objetivo, se adopta como principal referente teórico, la mediación Instrumental de Moreno (2001,2002), la teoría de las representaciones de Hitt (2003) y la educación por competencias de Castellanos, N., Morga, y Castellanos, A., (2013).

**Palabras clave:** *Factorización, mediación, representaciones, geogebra, educación por competencias.*

### Abstract

In this study, the progress of an ongoing research is reported, where it is proposed to characterize a learning environment that favors the construction of knowledge and the development of skills on the factorization of perfect square and cubic polynomials, with the mediation of the Geogebra dynamic software. The proposal seeks that students can develop skills on the factorization in situations of daily life, integrate different representations and transcend routine processes, through activities that will be applied to an eighth grade of the Domingullo Educational Institution, so that they achieve greater understanding and significant learning, leaving aside teaching processes limited to memorization and calculation. To develop this objective, it is adopted as the main theoretical reference, the instrumental mediation of Moreno (2001,2002), the theory of Hitt's representations (2003) and the education by competitions of Castellanos, N., Morga, and Castellanos, A., (2013).

**Keywords:** *Factoring, mediation, representations, geogebra, education by competences.*

---

<sup>1</sup> Universidad del Valle; Colombia; [Adriana.ulabarry@correounivalle.edu.co](mailto:Adriana.ulabarry@correounivalle.edu.co)

<sup>2</sup> Universidad del Valle; Colombia; [Yeison.velasco@correounivalle.edu.co](mailto:Yeison.velasco@correounivalle.edu.co)

<sup>3</sup> Profesor del Área de Educación Matemática; Instituto de educación y pedagogía; Universidad del Valle; [David.benitez@correounivalle.edu.co](mailto:David.benitez@correounivalle.edu.co)

## 1. INTRODUCCIÓN

Existen diversos trabajos de investigación alrededor del tema de la factorización, tales como; Arenas, (2016), Avalos, (2014), Mejía, (2011), Novoa (2012), Sessa, (2005), Sandoval, (2014), Tangarife, (2013), entre otros; quienes presentan diversas problemáticas relacionadas a la enseñanza y el aprendizaje de la factorización, entendida como método de resolución de problemas algebraicos. La problemática de este trabajo se define teniendo en cuenta que, en la práctica tradicional de enseñanza de la factorización de polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, se sobrevalora las representaciones simbólicas y se omite el uso de algunos recursos, que permiten acceder fácilmente a la comprensión mediante diversas representaciones.

Se espera entonces, caracterizar un ambiente de aprendizaje que favorezca la construcción de los conocimientos y el desarrollo de las habilidades sobre la factorización de polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, a través de la mediación del software de matemática interactiva geogebra, visto como una herramienta auxiliar importante para la adquisición de conocimientos, pues permite representar de manera dinámica y accesible polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, los cuales al tratar de modelarse en el sistema tradicional de lápiz y papel puede dificultar su enseñanza. Las actividades planteadas en dicho software se aplicarán a los estudiantes de octavo grado de la Institución educativa Domingullo.

Los beneficios que se esperan obtener a través de este ambiente de aprendizaje, es favorecer la comprensión de la factorización a través del uso de diferentes representaciones, que puedan ser modeladas mediante situaciones de la vida cotidiana, de tal forma que los estudiantes puedan interactuar, comprender y transformar el medio que lo rodea, ya que en la mayoría de los casos el aprendizaje de la factorización se limita a la parte operacional o numérica, ligada a la memorización y el cálculo generando aprendizajes desprovistos de significado.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En cuanto al marco de investigación, se presentan algunos referentes teóricos que permiten la sustentación del diseño de las actividades en el ambiente de aprendizaje, los cuales son presentados en 3 dimensiones. En la dimensión didáctica se presentan algunos de los elementos de la teoría de la mediación instrumental (Moreno, 2002, la teoría de las representaciones de (Hitt, 2002) y la educación por competencias de (Castellanos, N., Morga, & Castellanos, A., 2013), en la dimensión matemática se aborda el tema de la factorización (Álvarez y Mejía, 2006) y finalmente, en la dimensión curricular se aborda los lineamientos curriculares en matemáticas (Men, 1998) y los estándares básicos de competencias en matemáticas (Men, 2006).

## 3. METODOLOGÍA

En el presente trabajo, se toma en cuenta la mediación instrumental como enfoque metodológico, según Moreno, (2001, 2002) esta hace referencia a que toda acción cognitiva es una acción mediada por instrumentos ya sean materiales o simbólicos; este principio plantea la relación indisoluble entre el instrumento de mediación usado y el conocimiento producido;

cuando se hace referencia a un instrumento de mediación puede tratarse de un lápiz, un transportador, un compás, un texto o una calculadora; en todos los casos, la naturaleza del conocimiento construido depende de los instrumentos de mediación que se pongan en juego para su construcción y del lugar que tales instrumentos tengan en el entorno socio cultural. Por tanto, la mediación, hace referencia a aquellos procesos por los cuales el hombre se vale, utilizando diferentes medios para darle solución a un problema, conseguir un fin determinado o adaptarse a una situación.

Para el caso de las matemáticas la mediación instrumental consiste en ejecutar acciones concretas, simbólicas o abstractas mediante instrumentos como las calculadoras, las computadoras, las Tablet y los iPod, entre otros, este tipo de instrumentos permiten realizar un sinnúmero de procesos los cuales difícilmente podrían realizarse mediante el uso exclusivo del lápiz y papel.

### 3.1 Fases de investigación

Este trabajo de investigación consta de una serie de fases para su realización, las cuales se esbozan a continuación:

**3.1.1 Planteamiento de la problemática:** para el planteamiento de la problemática, se realizó un bosquejo de escritos relacionados con la enseñanza y aprendizaje de la factorización de algunos polinomios cuadráticos y cúbicos, para la obtención de los resultados obtenidos se realizó una búsqueda teniendo en cuenta bases de datos como; Eric, TCO, Dialnet, Redinet, biblioteca, Javeriana, biblioteca y utilizando descriptores.

**3.1.2 Diseño y aplicación de la prueba diagnóstica:** la prueba diagnóstico a los estudiantes es fundamental para el presente trabajo de investigación, ya que los resultados obtenidos permiten identificar dos aspectos fundamentales, el primero de ellos es la puesta en evidencia de las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de factorizar polinomios cuadráticos y cúbicos perfectos; por otro lado la prueba nos permite constatar si los estudiantes cuentan con los prerrequisitos necesarios para poder desarrollar el recurso tecnológico y de esta manera poder cumplir con nuestro objetivo de investigación.

**3.1.3 Pilotaje:** una vez elaborada la prueba diagnóstico se procedió a pilotado con las siguientes finalidades:

- a) Identificar si existe alguna ambigüedad en la redacción de las preguntas.
- b) Determinar la pertinencia de las preguntas.
- c) Establecer el tiempo necesario para contestar la prueba.

d) Someter a prueba la manera de analizar la información cualitativa y cuantitativa de los resultados del diagnóstico.

**3.1.4 Características de las pruebas diagnóstica:** después de haber piloteado la prueba diagnóstica y hacerle los respectivos cambios se procedió a aplicarla al grupo experimental. Consta de las siguientes características.

- contiene 11 preguntas, donde 4 de ellas son abiertas y cuentan con un recuadro para escribir la respuesta. La prueba es la siguiente:

1. Encuentra los resultados de las siguientes operaciones.

$$a + a =$$

$$a \cdot a =$$

$$a \cdot a \cdot a =$$

2. Con tus propias palabras describe lo que entiendes por factorización.
3. ¿Qué entiendes por la expresión diferencia de cubos?
4. ¿Conoce una ley para factorizar polinomios cúbicos? Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_
5. Si conoces alguna Ley explica tu respuesta.
6. Representa geoméricamente (dibujo) un cubo
7. Calcule el volumen de un cubo de 5 cm
8. Calcule el volumen de un cubo de lado X
9. Representa geoméricamente (o dibujo) un cubo de lado a.
10. Representa geoméricamente (o dibujo) una suma de cubos
11. Representa geoméricamente (o dibujo) una diferencia de cubos

- Con la pregunta 2 se pretende que los estudiantes escriban el significado de la palabra factorización.
- En la pregunta 4 se sesga a las opciones, sí o no y se complementa con la pregunta 5 en donde debe dar la explicación si la respuesta de la pregunta 4 es afirmativa.
- Las preguntas 6, 9, 10 y 11 piden a los estudiantes representar geoméricamente la respuesta.
- En las preguntas 7 y 8 se plantean problemas de volúmenes y áreas de figuras tanto de forma numéricas como algebraicas.
- Para responder la prueba, los estudiantes deben tener nociones básicas acerca del significado de expresiones algebraicas, área, volumen, productos notables, diferencia, polinomios y operaciones con polinomios. La prueba se diseñó de tal manera que fuera congruente con los contenidos que se manejan en el currículo oficial.

**3.1.6 Aplicación de la prueba diagnóstica:** de la misma forma que el pilotaje, la prueba fue aplicada en una hora de clase en forma individual y en un salón de clase, que normalmente permanecen los estudiantes; inicialmente se explicaron las instrucciones y metodología contenidas en la prueba, así mismo se hace énfasis en la importancia de esta en el trabajo de investigación y finalmente se procede a la resolución de la prueba.

**3.1.7 Diseño del ambiente de aprendizaje:** con la aplicación de la prueba diagnóstica emergieron una serie de dificultades por parte de los estudiantes, en cuanto a nociones como: la factorización, potenciación, operaciones entre polinomios y nociones de área y volumen. En consecuencia, esta situación influyó directamente en la forma en que los estudiantes respondieron las preguntas y resolvieron los problemas vinculados a estos conceptos.

Tal situación motivó el diseño de un ambiente de aprendizaje, que favorezca la factorización de polinomios cuadráticos y cúbicos perfectos, mediante la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades con la ayuda del software Geogebra, en estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Domingillo.

**3.1.8 Uso de la tecnología:** el principal propósito de esta fase será ofrecer a los estudiantes un acercamiento al software de matemática interactiva Geogebra, de las instrucciones y su manejo, para esta actividad se destinará la sala de sistemas de la institución educativa con un número de computadores requeridos y un tiempo de 60 minutos.

Además, en esta fase el profesor presentará las características, los comandos, y las operaciones que el software contiene, esto se realizará a través de una serie de actividades que resolverán los estudiantes para lograr un manejo básico.

**3.1.9 Recolección:** la fase de recolección de la información, se llevará a cabo en la Institución educativa Domingullo de Santander de Quilichao Cauca durante el segundo semestre del año lectivo 2018, con estudiantes de octavo grado. Esta fase se considera fundamental ya que a partir de los datos obtenidos se realizará la fase de análisis y procesamiento de la información de cada una de las actividades que conforman el ambiente de aprendizaje.

Cabe mencionar que, la recolección de la información se llevará a cabo durante dos secciones de clase en donde se pondrá en juego el ambiente de aprendizaje, se presentarán actividades que a partir de la modelación de una situación cotidiana para los estudiantes les permitirá conjeturar, representar y argumentar a partir de las diversas representaciones de la factorización de polinomios cuadráticos. Cúbicos perfectos.

**3.1.10 Análisis:** el análisis que se realizará en la presente investigación es de enfoque mixto, en donde se incluirá dos análisis, uno de tipo cuantitativo en donde se utilizarán datos y porcentajes que ordenen y sinteticen la información arrojada en las actividades; el otro de tipo cualitativo ya que se tendrán en cuenta características, dificultades, aportes, concepciones, y las diferentes representaciones de un objeto matemático utilizadas en las actividades

Así mismo es importante mencionar que el análisis se realizará teniendo en cuenta los documentos de investigación planteados en el capítulo II, debido a que este marco teórico nos permitirá el diseño de las actividades con las cuales dimensionamos la potencialidad del ambiente de aprendizaje.

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Al ser este un avance del proyecto de investigación, es pertinente aclarar que aún no se tienen conclusiones y recomendaciones. Sin embargo, se espera haber logrado un mayor avance a la fecha de presentación de la comunicación breve y así brindar algunas reflexiones sobre aquellas características generadas en un ambiente de aprendizaje mediado por el software dinámico geogebra, las cuales contribuyen a favorecer la comprensión y el aprendizaje contextualizado de la factorización de polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, ya que se puede integrar diferentes sistemas de representación, sin limitar los procesos de aprendizaje a un solo sistema.

#### 5. REFERENCIAS

Arenas, A. (2016). Propuesta de una Secuencia Didáctica para la Enseñanza de la Factorización a través de las TIC. Nacional De Colombia. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/54351/>

Álvarez, R y Mejía, F. (2006). Factorización, Medellín, Colombia. Vieco e Hijas Ltda. (2006).

Castellanos, N., Morga, L. E., & Castellanos, A. (2013). Educación por competencias: hacia la excelencia en la formación superior. (E. D. Valdivieso, Ed.) (Primera Ed).

Daza, L. (2012). Interpretación de la Factorización a Través del Uso del Geogebra. Universidad de Antioquia.

- Hitt, F. (2003). Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología, X (2), 213–223
- Jiménez, S., & Salazar, V. (2013). Propuesta Didáctica: Tabletas Algebraicas Como una Alternativa de Enseñanza del Proceso de Factorización de Algunos Polinomios de Segundo Grado. Pedagógica Nacional.
- Mejía, M. F. (2011). Ambiente de Lápiz / Papel (L / P) Y Álgebra Computacional Ambiente De Lápiz / Papel (L / P) Y Álgebra Computacional. Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- MEN. (1998). Lineamientos curriculares en Matemáticas. Recuperado el 12 de mayo de 2010 de [http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- MEN. (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Recuperado el 10 de mayo de 2010 de [http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Moreno, L. (2002). Instrumentos matemáticos computacionales pág., 81–98. Incorporación de nuevas tecnologías Al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. Bogotá Colombia.
- Novoa, B. (2012). El álgebra Geométrica como Recurso Didáctico para la Factorización de Polinomios de Segundo Grado El Álgebra Geométrica como Recurso Didáctico para la Factorización de Polinomios de Segundo Grado.
- Sandoval C, N. C. (2014). Diseño de una Secuencia Didáctica que Integra el Uso de Origami para el Aprendizaje de la Factorización en Grado Octavo. Nacional de Colombia. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/47043/>
- Sesa, C. (2005). Iniciación al estudio del álgebra. Orígenes y perspectivas. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

## OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS DE LOS DOCENTES EN EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS BÁSICAS DE LOS ESTUDIANTES

Mauricio Pablo Gómez Muñoz<sup>1</sup>

### Resumen

El presente estudio hace referencia a una investigación de tipo descriptiva que determina la tendencia de los docentes del departamento del Atlántico a sufrir uno o varios de los siguientes obstáculos epistemológicos: La Experiencia Básica, el Conocimiento General, el Conocimiento Unitario y Pragmático y el Conocimiento Verbal, todo esto en el intento de desarrollar competencias en los estudiantes. Además compara los resultados obtenidos con los resultados de pruebas externas, la edad, formación, y experiencia del docente y el uso de la tecnología y material didáctico utilizado en clase.

**Palabras clave:** *Obstáculo, Epistemológico, Competencia, Docentes, Pensamiento Geométrico.*

### Abstract

This study refers to a descriptive research that determines the tendency of teachers in the department of the Atlantic to suffer one or more of the following epistemological obstacles: the basic experience, general knowledge, the Unitarian and Pragmatic knowledge and the verbal knowledge, all in the attempt to develop skills in students. Also compares the results with the results of external tests, age, training, and experience of teaching and the use of technology and teaching materials in class.

### 1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación tiene como propósito general, determinar los obstáculos epistemológicos de los docentes de básica primaria, para desarrollar competencias básicas sobre el pensamiento métrico y espacial en estudiantes de quinto grado de las instituciones educativas del Programa Todos a Aprender en el Atlántico. Para esto se hace necesario: Describir la tendencia hacia uno de los siguientes obstáculos epistemológicos: experiencia básica, conocimiento en general, conocimiento unitario y pragmático y aspectos verbales; Caracterizar los obstáculos epistemológicos que posee el maestro sobre competencias básicas en Matemáticas con respecto al Pensamiento Métrico y Espacial; y establecer la relación entre: los obstáculos epistemológicos, el desarrollo de competencias básicas del pensamiento Métrico y Espacial y aspectos personales como la edad, los años de experiencia y el uso de la tecnología y el material didáctico en clase.

La preocupación manifestada surge, de la intranquilidad de un grupo de docentes que comentan sobre la poca aplicabilidad de los aprendizajes de sus estudiantes en un contexto diferente al aprendido. La cual es reafirmada con un análisis de resultados de Prueba Saber 2014, realizado en 57 Establecimientos Educativos perteneciente al Programa Todos a Aprender en el Atlántico, los cuales muestran que el 83,09% de estos colegios ubican a sus

---

<sup>1</sup> Docente Catedrático Universidad Del Atlántico; Gomez2m@Hotmail.Com

estudiantes entre los niveles Insuficiente y mínimos en Matemáticas, además, de que el 52% de estas Instituciones presentan debilidad en su componente Geométrico Métrico (ICFES, 2015).

Afirma Díaz (2003) que, las dificultades que se presentan en el aprendizaje del conocimiento a nivel del sujeto que aprende, son un reflejo de los problemas que se presentan a nivel del sujeto que enseña, transferido de uno a otro en las diferentes etapas del proceso educativo. De acuerdo a esta aseveración, es viable considerar la presencia de creencias u obstáculos que influyan en la manera de pensar de los docentes al momento de planear o ejecutar su clase, perjudicando de manera indirecta la formación de los educandos, referente al desarrollo de competencias.

Ahora bien, las matemáticas son una ciencia formal y exacta, que implica de un reconocimiento abstracto y claro de sus conceptos y propiedades, para poder enseñar. Esta área no permite entorpecimiento o confusiones por parte de los maestros al momento de apropiarse las temáticas tratadas o acciones a cumplir porque muy difícilmente en el camino será reconocida la equivocación. De acuerdo a los anterior Bachelard (2000) considera que “Hay que plantear el conocimiento científico en términos de obstáculos, porque es en el acto mismo de conocer, íntimamente, donde aparecen por una especie de necesidad funcional, los entorpecimientos y las confusiones, que es lo que produce estancamiento e inercia” (p:15).

Por esta razón, cabe considerar que obtener bajos resultados en pruebas externas y tener currículos de matemática bastante débiles, especialmente en los pensamientos Métrico y Espacial, pueda depender de las dificultades conceptuales, manejo y desarrollo de estrategias de enseñanza y confusiones de los profesores. Razón por la cual esta investigación brinda la posibilidad de evaluar la tendencia que tienen los docentes de Matemáticas de sufrir de uno o varios obstáculos epistemológicos, al procurar por el desarrollo de competencias en sus estudiantes.

De acuerdo a las consideraciones anteriores es posible indagar acerca del siguiente interrogante: ¿Cuáles son los obstáculos epistemológicos de los docentes de básica primaria, para desarrollar competencias básicas sobre el pensamiento métrico y espacial en estudiantes de quinto grado de las instituciones educativas del Programa “Todos a Aprender” en el Atlántico?

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Los aportes teóricos que sustentan esta investigación, se presenta a (Cazau, 1996), quien considera que el Obstáculo Epistemológico, se trata de un término introducido por Gastón Bachelard para designar toda aquella creencia, habitualmente inconsciente, que frena u obstaculiza el desarrollo del conocimiento científico. El progreso de la ciencia estaría posibilitado por la concientización y superación de tales creencias.

Ahora bien, el mismo autor expresa que más allá de si son o no científicos, todas las personas tienen creencias que les impiden pensar, sentir y hacer cosas.



Todo ese análisis permite reconocer que (Bachelard, 2000) denomina Obstáculo Epistemológico a las dificultades, la cual es considerada por el mismo como dificultad a que se enfrenta la ciencia en el curso de su desarrollo, aclarando que éstas no son externas sino que nacen de su mismo desarrollo. Presenta la existencia de varios obstáculos epistemológicos, sin embargo esta investigación se remite por estudiar solo cuatro de los obstáculos propuestos, La experiencia Básica, El conocimiento General, El conocimiento unitario y Pragmático y El conocimiento Verbal.

En la formación del espíritu científico el primer obstáculo es la Experiencia Básica, la cual está colocada por delante y por encima de la crítica, que, ésta sí, es necesariamente un elemento integrante del espíritu científico (Bachelard, 2000, p:27). En relación con este aspecto, se observa que al tratar de comprender un concepto y explicarlo, se elaboran construcciones personales con base en lo que han observado a su alrededor y en su interacción cotidiana con las personas que les rodean y con los medios de comunicación. Se forman así conocimientos que aunque no son correctos desde el punto de vista científico, le sirven a la persona para comprender los conceptos estudiados.

Un segundo obstáculo tomado es el Conocimiento General, el cual lleva a considerar que todo está regido por un único principio general de la naturaleza, o bien que todas las cuestiones deben encuadrarse desde una única Weltanschauung (es decir cosmovisión, manera de ver las cosas, forma de pensar el mundo). Este tipo de obstáculo lleva al docente de matemáticas a la tendencia por explicar todo bajo un mismo umbral, ocasionando con los tiempos grandes desequilibrios conceptuales en él y en los estudiantes. Afirma (Bachelard, 2000) que "Nada ha retardado más el progreso del conocimiento científico que la falsa doctrina de lo general, la cual ha reinado desde Aristóteles y que aún permanece, para tantos espíritus como una doctrina fundamental del saber" (p: 66).

Otro de los obstáculos estudiados es el Unitario y Pragmático, en el que usualmente se puede ver a docentes enseñar un nuevo conocimiento basado en exponer repetidamente un ejemplo particular del tema estudiado, o señalando simplemente uno de sus usos específicos. Dice (Bachelard, 2000) "Que en todos los fenómenos se busca la utilidad humana, no sólo por la ventaja positiva que pueda procurar sino como principio de explicación" (p:110). La realidad señala que existe un aprendizaje competente cuando el aprendiz es capaz de hacer uso de sus conocimientos en un lugar diferente donde lo adquirió; sin embargo, no es posible pretender que los estudiantes desarrollen conocimientos nuevos, cuando el docente enseña esos conocimientos sesgado en un ejemplo específico. Para conseguir competencias en educación es necesario hacer reconocimiento epistemológico de las temáticas tratadas, el verdadero maestro tiene un claro dominio de la disciplina que guía.

Un último obstáculo tomado fue el Conocimiento Verbal, el cual se presenta cuando mediante una sola palabra o una sola imagen se quiere explicar un concepto. Así es como hábitos puramente verbales, se convierten en obstáculos del pensamiento científico (Bachelard, 2000). En este tipo de obstáculo el docente de matemática no debe ser ajeno de que las palabras que utilizan para expresar una determinada idea, sino se utilizan adecuadamente, pueden causar equivocadas interpretaciones y daño en los nuevos aprendizajes de los estudiantes. Es necesario que los profesores manejen un amplio y claro

lenguaje de la disciplina que enseña, para lograr de esta manera hacerse entender y llegar a desarrollar competencias en sus estudiantes.

Todo ese marco teórico permite hacer un análisis fundamentado que soporta las comparaciones de los resultados entre la tendencia de los docentes por padecer un obstáculos epistemológicos y los siguientes aspectos: Resultados obtenidos en Pruebas Saber, formación docente, edad de los docentes, años de experiencia laboral y uso de la tecnología y material didáctico utilizado durante la clase.

### 3. METODOLOGÍA

La presente investigación es de naturaleza descriptiva, donde se recoge información a través de un cuestionario, el cual va dirigido a docentes de Matemáticas. Afirma Danhke, 1989, que este tipo de estudios buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno a investigar. A través de este se busca especificar la tendencia en los obstáculos epistemológicos que tienen los maestros al momento de desarrollar competencias de los pensamientos métrico y espacial con sus estudiantes.

En la misma línea señala Hernández Sampier, Fernandez Collado, & Batista Lucio (2006), "que en un estudio descriptivo, se selecciona una serie de cuestiones y se mide o recolecta información sobre cada una de ellas, para así (valga la redundancia) describir lo que se investiga" (p:102). A través de la aplicación del instrumento es posible recoger y describir la tendencia epistemológica de los docentes de matemáticas de quinto grado de las 57 Instituciones Educativas con dificultades académicas del Departamento del Atlántico.

En cuanto al diseño, se ha optado por llevar un esquema de investigación transeccional, tal que permita recolectar datos en un tiempo determinado, para describir las concepciones de los docentes al momento de desarrollar competencias correspondientes a los pensamientos geométricos en sus estudiantes.

Basados en la estructura de Hipótesis de investigación expuesta por (Zorrilla, 1985), se ha tomado como unidad de análisis a los docentes de quinto grado de la escuela oficiales del Departamento del Atlántico, que actualmente estén trabajando en el área de matemáticas y tengan la necesidad de formar a su estudiante en competencias que respondan a los pensamiento Métrico y Espacial.

De acuerdo a lo anterior y lo planteado por (Hernaández Sampier, Fernandez Collado, & Batista Lucio, 2006), es posible construir las siguientes proposiciones tentativas, con el propósito de plantear hipótesis en la presente investigación, ceñida a lo siguiente: Los bajos resultados en los estudiantes, muestran una alta tendencia por uno o varios obstáculos epistemológicos de los docentes en los diferentes municipios del departamento; a mayor formación del maestro, menor será la tendencia a uno o varios obstáculos epistemológicos; a mayor edad de los docentes, menor será la tendencia a uno o varios obstáculos epistemológicos; a más años de experiencia, menor será la tendencia a uno o varios obstáculos epistemológicos; a menos frecuencia de uso de la tecnología, mayor será la tendencia a uno o

varios obstáculos epistemológicos; a menos frecuencia de uso de material didáctico, mayor será la tendencia a uno o varios obstáculos epistemológicos.

Para llevar a cabo esta serie de comparaciones, que implican el reconocimiento de tablas de frecuencias, medidas de tendencia central y gráficas de barras comparativas, es necesario hacer uso de los programas Microsoft Excel versión 2010 y Minitab Versión 17. Estos programas que son utilizados intercaladamente permitieron hacer claro el conjunto de datos, que llevo al análisis final.

## RESULTADOS

Para el análisis descriptivo de la tendencia de los docentes a padecer de uno o más obstáculos epistemológicos al desarrollar competencias con sus estudiantes se aplicó un cuestionario.

Este cuestionario tiene el propósito de identificar los obstáculos epistemológicos de los docentes de quinto grado de las Instituciones Educativas del Departamento del Atlántico, en el desarrollar de las competencias básicas de pensamientos métrico y espacial de sus estudiantes. Contiene un primer aspecto de identificación y 60 afirmaciones, las cuales respondió en un tiempo aproximado de 40 minutos. Estas afirmaciones son valoradas en cuatro categorías distribuidas en estar totalmente en desacuerdo, parcialmente en desacuerdo, parcialmente de acuerdo o totalmente de acuerdo. La cual es evaluada según el criterio del profesor con respecto al manejo de competencias básicas de Matemáticas para los Pensamientos Espacial y Métrico.

La tabulación y organización de datos obtenidos después de implementar el cuestionario mencionado permite llegar a lo siguiente:

- Las medidas que centralizan el porcentaje estudiado acerca de los Obstáculos Epistemológicos de los docentes señalan que la mayor tendencia ocurre hacia el Conocimiento Verbal. Resultado que coinciden a lo señalado por Porta (2007), en los antecedentes de la investigación, en los cuales expone que es el más complejo de superar y que exige a un buen docente un amplio léxico del área para hacerse entender ante sus estudiantes y para realizar una adecuada decodificación de los conocimientos.
- Se pudo observar una relación de proporcionalidad directa entre la tendencia a sufrir un obstáculo epistemológico por parte de los docentes y los porcentajes en presentar debilidad en resultados obtenidos por los estudiantes en pruebas externas para el Componente Geométrico Métrico. Al tiempo se logra comprobar los pensamientos expuestos en los antecedentes de esta Investigación por Duque (2015) acerca de que es en los aprendizajes, donde se expresan la calidad del sistema educativo por parte de los estudiantes, ya que al mostrar bajos resultados en Pruebas Saber, se refleja de que no aprenden cuando deben hacerlo, se puede señalar que el maestro influenciado por uno o varios obstáculos epistemológicos, entorpece el aprendizaje del educando.
- Se considera que existe una proporcionalidad inversa entre el sufrir un obstáculo epistemológico y el nivel de formación que tiene el docente. Específicamente se puede

ver que es el en obstáculo del conocimiento general donde se nota mayor relevancia. Como fue señalado en el marco teórico por Bacon, (1985) es en este obstáculo donde el docente permanece en un nivel general. En el que se aproxima, pero no llega al núcleo de la situación. Aquí no se trabajan especificaciones puesto que todo tiende a ser generalizado.

- Al intentar ordenando de mayor a menor y viceversa, cada uno de los obstáculos epistemológicos, el promedio del mismo, los años de experiencia como docente de quinto, lo años de experiencia como docente de quinto en Matemáticas y el total de años de experiencia docente es posible decir que no se logró un patrón que los relacionará entre sí. En la formación del espíritu científico (BACHELARD, 2000) expone acerca de este Obstáculo con cierta relevancia ante los demás obstáculos, tal que al tratar de comprender un concepto y explicarlo se elaboran construcciones personales con base en lo que se observa. Una proporcionalidad inversa, pero vemos que no es así.
- Se puede afirmar que la tendencia por sufrir un obstáculo epistemológico es inversamente proporcional a la frecuencia de uso de la tecnología. Como fue posible señalar en los antecedentes de esta investigación por Cazau (1996), quien considera que el Obstáculo Epistemológico, se trata de un término introducido por Gastón Bachelard para designar toda aquella creencia, habitualmente inconsciente, que frena u obstaculiza el desarrollo del conocimiento científico. Si bien es cierto la falta de uso de la tecnología que debe ser un punto importante en educación, ya que son los educandos de hoy son los que producirán los aparatos del mañana, se están viendo afectado por esos obstáculos que padece el docente y lo frena a aceptar los cambios.
- Después de ordenar de mayor a menor y viceversa la relación entre la tendencia por padecer obstáculos epistemológicos y el uso del material didáctico, es posible decir que no se determinó un patrón que permitiera una proporcionalidad entre las dos variables. Se podría pensar en la existencia de un lazo entre el uso del material didáctico y el obstáculo Unitario y Pragmático. La idea en un principio de este apartado era corroborar lo expuesto por Bachelard 2000, acerca de que en todos los fenómenos se busca la utilidad humana, no sólo por la ventaja positiva que pueda procurar sino como principio de explicación. Se pensó que era posible que la falta o el exceso de uso de material didáctico alteraría de alguna manera la tendencia por sufrir el obstáculo epistemológico referido al Conocimiento Unitario y Pragmático; sin embargo, como se señaló no es posible encontrar relación.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Fue posible reconocer que existe mayor tendencia a padecer por parte de los docentes del departamento del Atlántico el obstáculo epistemológico relacionado con el Conocimiento Verbal; específicamente en los Municipio de Santa Lucia, Piojo, Usiacurí, Suán, Juan De Acosta, Candelaria, Repelón, Galapa, Polo Nuevo y Sabanalarga.

Se logró identificar que los docentes de los municipios que presentan mayor tendencia por sufrir uno o varios obstáculos epistemológicos, se caracterizan porque sus estudiantes presentan debilidades en el componente geométrico de la prueba Saber. De la misma manera se pudo determinar que en los establecimientos educativos del departamento no se viene dando la importancia requerida al pensamiento métrico y espacial.

Se estableció una relación inversa entre la tendencia por padecer obstáculos epistemológicos de los docentes al desarrollar competencias básicas del pensamiento Métrico y Espacial y algunos aspectos personales, como son: la formación docente y la frecuencia de uso de aparatos tecnológicos. Generalmente los docentes que muestran tener un mayor grado de formación en sus estudios pedagógicos y disciplinarios, suelen marcar poca tendencia a sufrir un obstáculo epistemológico. Caso similar sucede con los que acostumbran a utilizar continuamente la tecnología en sus clases.

A través de esta investigación se reconoce la necesidad, de que la Secretaria de Educación y las Universidades del Departamento trabajen de la mano por la formación oportuna y continua a docentes, de manera que se prevenga en ellos el caer en uno o varios obstáculos epistemológicos, para de esta manera contribuir al mejoramiento de la calidad educativa.

## 5. REFERENCIAS

- Bachelard, G. (2000). *La Formación del Espíritu Científico, Contribución a un Psicoanálisis Del Conocimiento Objetivo*. Mexico: Siglo Veintiuno editores.
- Bacon, F. (1985). *Novum organum: aforismos sobre la interpretación*. Barcelona: Orbis.
- Cazau, p. (1996). <http://myslide.es/documents/obstaculo-epistemologico-55cf4defec4e9.html>. Recuperado el 10 de Abril de 2016, de <http://myslide.es/documents/obstaculo-epistemologico-55cf4defec4e9.html>
- Congreso de Colombia. (8 de febrero de 1994). *Ley General de Educación 115. Ley General de Educación 115*. Bogota, Colombia.
- Danhke, G. (1989). *La comunicación Humana Ciencia Social*. *Investigación y Comunicación*, 355 - 454.
- Díaz De Kóbila. (2003). *La formación docente y su relación con la epistemología*. *Revista Iberoamericana de Educación* (ISSN: 1681-5653).
- Duque, M. (2015). *Pilarea para un programa de desarrollo profesional situado*. *Universidad de los Andes*, 1-14.
- Hernandez Sampier, R., Fernandez Collado, C., & Batista Lucio, P. (2006). *Metodología de La Investigación*. Mexico: Mc Graw Hill.

ICFES. (2015). Prueba Saber 3°, 5° y 9°, Comparativo de Resultados 2009-2014. Guía para la Lectura e interpretación de los reportes Institucionales. Recuperado el 02 de MAYO de 2015, de file:///D:/Documents/Downloads/GuiaInterpretacionResultadosCensal3%20v3.pdf.

Mayo, A. (1970). BACHERLARD Y LA NOCIÓN DE OBSTÁCULO EPISTEMOLÓGICO. *Miseria de la Sociología*, 189 - 226.

Mora Zamora, A. (2002). Obstáculos epistemológicos que afectan el proceso de construcción de conceptos del área de. *InterSedes: Revista de las Sedes Regionales*, vol. III, núm. 5, 75 - 89.

Porta, S. (2007). Las ideas previas y las situaciones de enseñanza. *Quehacer Educativo* N° 86, 146 - 149.

Zorrilla, S. (1985). *Introducción a la Metodología de la Investigación*, 2ª Edición. México: Océano.

## LA FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS CUADRADOS Y CÚBICOS PERFECTOS EN UN AMBIENTE DE APRENDIZAJE MEDIADO POR GEOGEBRA, PARA EL GRADO OCTAVO DE LA EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA

Adriana Maria Ulabarry Zapata<sup>1</sup>

Yeison Tibeth Velasco Velasco<sup>2</sup>

David Benitez Mojica<sup>3</sup>

### Resumen

En este estudio se reportan los avances de una investigación en curso, donde se propone caracterizar un ambiente de aprendizaje que favorezca la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades sobre la factorización de polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, con la mediación del software dinámico Geogebra. La propuesta busca que los estudiantes puedan desarrollar habilidades sobre la factorización en situaciones de la vida cotidiana, integren diferentes representaciones y trasciendan de los procesos rutinarios, mediante actividades que se aplicarán a un grado octavo de la Institución Educativa Domingullo, de modo que logren mayor comprensión y aprendizaje significativo, dejando de lado los procesos de enseñanza limitados a la memorización y el cálculo. Para desarrollar este objetivo, se adopta como principal referente teórico, la mediación Instrumental de Moreno (2001,2002), la teoría de las representaciones de Hitt (2003) y la educación por competencias de Castellanos, N., Morga, y Castellanos, A., (2013).

**Palabras clave:** *Educación por competencias, factorización, geogebra, mediación, representaciones.*

### Abstract

In this study, the progress of an ongoing research is reported, where it is proposed to characterize a learning environment that favors the construction of knowledge and the development of skills on the factorization of perfect square and cubic polynomials, with the mediation of the Geogebra dynamic software. The proposal seeks that students can develop skills on the factorization in situations of daily life, integrate different representations and transcend routine processes, through activities that will be applied to an eighth grade of the Domingullo Educational Institution, so that they achieve greater understanding and significant learning, leaving aside teaching processes limited to memorization and calculation. To develop this objective, it is adopted as the main theoretical reference, the instrumental mediation of Moreno (2001,2002), the theory of Hitt's representations (2003) and the education by competitions of Castellanos, N., Morga, and Castellanos, A., (2013).

**Keywords:** *Education by competences, factoring, geogebra, mediation, representations.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Existen diversos trabajos de investigación alrededor del tema de la factorización, tales como; Arenas, (2016), Avalos, (2014), Mejía, (2011), Novoa (2012), Sessa, (2005), Sandoval,

---

<sup>1</sup> Universidad del Valle; Colombia; adriana.ulabarry@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Universidad del Valle; Colombia; yeison.velasco@correounivalle.edu.co

<sup>3</sup> Universidad del Valle; Colombia; david.benitez@correounivalle.edu.co

(2014), Tangarife, (2013), entre otros; quienes presentan diversas problemáticas relacionadas a la enseñanza y el aprendizaje de la factorización, entendida como método de resolución de problemas algebraicos. La problemática de este trabajo se define teniendo en cuenta que, en la práctica tradicional de enseñanza de la factorización de polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, se sobrevalora las representaciones simbólicas y se omite el uso de algunos recursos, que permiten acceder fácilmente a la comprensión mediante diversas representaciones.

Se espera entonces, caracterizar un ambiente de aprendizaje que favorezca la construcción de los conocimientos y el desarrollo de las habilidades sobre la factorización de polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, a través de la mediación del software de matemática interactiva geogebra, visto como una herramienta auxiliar importante para la adquisición de conocimientos, pues permite representar de manera dinámica y accesible polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, los cuales al tratar de modelarse en el sistema tradicional de lápiz y papel puede dificultar su enseñanza. Las actividades planteadas en dicho software se aplicarán a los estudiantes de octavo grado de la Institución educativa Dominguito.

Los beneficios que se esperan obtener a través de este ambiente de aprendizaje, es favorecer la comprensión de la factorización a través del uso de diferentes representaciones, que puedan ser modeladas mediante situaciones de la vida cotidiana, de tal forma que los estudiantes puedan interactuar, comprender y transformar el medio que lo rodea, ya que en la mayoría de los casos el aprendizaje de la factorización se limita a la parte operacional o numérica, ligada a la memorización y el cálculo generando aprendizajes desprovistos de significado.

## **2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN**

En cuanto al marco de investigación, se presentan algunos referentes teóricos que permiten la sustentación del diseño de las actividades en el ambiente de aprendizaje, los cuales son presentados en 3 dimensiones. En la dimensión didáctica se presentan algunos de los elementos de la teoría de la mediación instrumental (Moreno, 2002, la teoría de las representaciones de (Hitt, 2002) y la educación por competencias de (Castellanos, N., Morgia, & Castellanos, A., 2013), en la dimensión matemática se aborda el tema de la factorización (Álvarez y Mejía, 2006) y finalmente, en la dimensión curricular se aborda los lineamientos curriculares en matemáticas (Men, 1998) y los estándares básicos de competencias en matemáticas (Men, 2006).

## **3. METODOLOGÍA**

En el presente trabajo, se toma en cuenta la mediación instrumental como enfoque metodológico, según Moreno, (2001, 2002) esta hace referencia a que toda acción cognitiva es una acción mediada por instrumentos ya sean materiales o simbólicos; este principio plantea la relación indisoluble entre el instrumento de mediación usado y el conocimiento producido; cuando se hace referencia a un instrumento de mediación puede tratarse de un lápiz, un transportador, un compás, un texto o una calculadora; en todos los casos, la naturaleza del conocimiento construido depende de los instrumentos de mediación que se pongan en juego para su construcción y del lugar que tales instrumentos tengan en el entorno socio cultural.



Por tanto, la mediación, hace referencia a aquellos procesos por los cuales el hombre se vale, utilizando diferentes medios para darle solución a un problema, conseguir un fin determinado o adaptarse a una situación.

Para el caso de las matemáticas la mediación instrumental consiste en ejecutar acciones concretas, simbólicas o abstractas mediante instrumentos como las calculadoras, las computadoras, las Tablet y los iPod, entre otros, este tipo de instrumentos permiten realizar un sinnúmero de procesos los cuales difícilmente podrían realizarse mediante el uso exclusivo del lápiz y papel.

### 3.1 Fases de investigación

Este trabajo de investigación consta de una serie de fases para su realización, las cuales se esbozan a continuación:

**3.1.1 Planteamiento de la problemática:** para el planteamiento de la problemática, se realizó un bosquejo de escritos relacionados con la enseñanza y aprendizaje de la factorización de algunos polinomios cuadráticos y cúbicos, para la obtención de los resultados obtenidos se realizó una búsqueda teniendo en cuenta bases de datos como; Eric, TCO, Dialnet, Redinet, biblioteca, Javeriana, biblioteca y utilizando descriptores.

**3.1.2 Diseño y aplicación de la prueba diagnóstica:** la prueba diagnóstico a los estudiantes es fundamental para el presente trabajo de investigación, ya que los resultados obtenidos permiten identificar dos aspectos fundamentales, el primero de ellos es la puesta en evidencia de las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de factorizar polinomios cuadráticos y cúbicos perfectos; por otro lado la prueba nos permite constatar si los estudiantes cuentan con los prerrequisitos necesarios para poder desarrollar el recurso tecnológico y de esta manera poder cumplir con nuestro objetivo de investigación.

**3.1.3 Pilotaje:** una vez elaborada la prueba diagnóstico se procedió a pilotado con las siguientes finalidades:

- a) Identificar si existe alguna ambigüedad en la redacción de las preguntas.
- b) Determinar la pertinencia de las preguntas.
- c) Establecer el tiempo necesario para contestar la prueba.
- d) Someter a prueba la manera de analizar la información cualitativa y cuantitativa de los resultados del diagnóstico.

**3.1.4 Características de las pruebas diagnóstica:** después de haber piloteado la prueba diagnóstica y hacerle los respectivos cambios se procedió a aplicarla al grupo experimental. Consta de las siguientes características.

- contiene 11 preguntas, donde 4 de ellas son abiertas y cuentan con un recuadro para escribir la respuesta. La prueba es la siguiente:

1. Encuentra los resultados de las siguientes operaciones.  
 $a + a =$                        $a \cdot a =$                        $a \cdot a \cdot a =$
2. Con tus propias palabras describe lo que entiendes por factorización.
3. ¿Qué entiendes por la expresión diferencia de cubos?
4. ¿Conoce una ley para factorizar polinomios cúbicos? Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_
5. Si conoces alguna Ley explica tu respuesta.

6. Representa geoméricamente (dibujo) un cubo
7. Calcule el volumen de un cubo de 5 cm
8. Calcule el volumen de un cubo de lado X
9. Representa geoméricamente (o dibujo) un cubo de lado a.
10. Representa geoméricamente (o dibujo) una suma de cubos
11. Representa geoméricamente (o dibujo) una diferencia de cubos

- Con la pregunta 2 se pretende que los estudiantes escriban el significado de la palabra factorización.
- En la pregunta 4 se sesga a las opciones, sí o no y se complementa con la pregunta 5 en donde debe dar la explicación si la respuesta de la pregunta 4 es afirmativa.
- Las preguntas 6, 9, 10 y 11 piden a los estudiantes representar geoméricamente la respuesta.
- En las preguntas 7 y 8 se plantean problemas de volúmenes y áreas de figuras tanto de forma numéricas como algebraicas.
- Para responder la prueba, los estudiantes deben tener nociones básicas acerca del significado de expresiones algebraicas, área, volumen, productos notables, diferencia, polinomios y operaciones con polinomios. La prueba se diseñó de tal manera que fuera congruente con los contenidos que se manejan en el currículo oficial.

**3.1.5 Aplicación de la prueba diagnóstica:** de la misma forma que el pilotaje, la prueba fue aplicada en una hora de clase en forma individual y en un salón de clase, que normalmente permanecen los estudiantes; inicialmente se explicaron las instrucciones y metodología contenidas en la prueba, así mismo se hace énfasis en la importancia de esta en el trabajo de investigación y finalmente se procede a la resolución de la prueba.

**3.1.6 Diseño del ambiente de aprendizaje:** con la aplicación de la prueba diagnóstica emergieron una serie de dificultades por parte de los estudiantes, en cuanto a nociones como: la factorización, potenciación, operaciones entre polinomios y nociones de área y volumen. En consecuencia, esta situación influyó directamente en la forma en que los estudiantes respondieron las preguntas y resolvieron los problemas vinculados a estos conceptos.

Tal situación motivó el diseño de un ambiente de aprendizaje, que favorezca la factorización de polinomios cuadráticos y cúbicos perfectos, mediante la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades con la ayuda del software Geogebra, en estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Domingullo.

**3.1.7 Uso de la tecnología:** el principal propósito de esta fase será ofrecer a los estudiantes un acercamiento al software de matemática interactiva Geogebra, de las instrucciones y su manejo, para esta actividad se destinará la sala de sistemas de la institución educativa con un número de computadores requeridos y un tiempo de 60 minutos.

Además, en esta fase el profesor presentará las características, los comandos, y las operaciones que el software contiene, esto se realizará a través de una serie de actividades que resolverán los estudiantes para lograr un manejo básico.

**3.1.8 Recolección:** la fase de recolección de la información, se llevará a cabo en la Institución educativa Domingullo de Santander de Quilichao Cauca durante el segundo semestre del año lectivo 2018, con estudiantes de octavo grado. Esta fase se considera fundamental ya que a partir de los datos obtenidos se realizará la fase de análisis y procesamiento de la información de cada una de las actividades que conforman el ambiente de aprendizaje.

Cabe mencionar que, la recolección de la información se llevará a cabo durante dos secciones de clase en donde se pondrá en juego el ambiente de aprendizaje, se presentaran actividades que a partir de la modelación de una situación cotidiana para los estudiantes les permitirá conjeturar, representar y argumentar a partir de las diversas representaciones de la factorización de polinomios cuadráticos. Cúbicos perfectos.

**3.1.9 Análisis:** el análisis que se realizará en la presente investigación es de enfoque mixto, en donde se incluirá dos análisis, uno de tipo cuantitativo en donde se utilizarán datos y porcentajes que ordenen y sinteticen la información arrojada en las actividades; el otro de tipo cualitativo ya que se tendrán en cuenta características, dificultades, aportes, concepciones, y las diferentes representaciones de un objeto matemático utilizadas en las actividades

Así mismo es importante mencionar que el análisis se realizará teniendo en cuenta los documentos de investigación planteados en el capítulo II, debido a que este marco teórico nos permitirá el diseño de las actividades con las cuales dimensionamos la potencialidad del ambiente de aprendizaje.

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Al ser este un avance del proyecto de investigación, es pertinente aclarar que aún no se tienen conclusiones y recomendaciones. Sin embargo, se espera haber logrado un mayor avance a la fecha de presentación de la comunicación breve y así brindar algunas reflexiones sobre aquellas características generadas en un ambiente de aprendizaje mediado por el software dinámico geogebra, las cuales contribuyen a favorecer la comprensión y el aprendizaje contextualizado de la factorización de polinomios cuadrados y cúbicos perfectos, ya que se puede integrar diferentes sistemas de representación, sin limitar los procesos de aprendizaje a un solo sistema.

#### 5. REFERENCIAS

Arenas, A. (2016). *Propuesta de una Secuencia Didáctica para la Enseñanza de la Factorización a través de las TIC*. Nacional De Colombia. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/54351/>

Álvarez, R y Mejía, F. (2006). *Factorización*, Medellín, Colombia. Vieco e Hijas Ltda. (2006).

Castellanos, N., Morga, L. E., & Castellanos, A. (2013). *Educación por competencias: hacia la excelencia en la formación superior*. (E. D. Valdivieso, Ed.) (Primera Ed).

Daza, L. (2012). *Interpretación de la Factorización a Través del Uso del Geogebra*. Universidad de Antioquia.

- Hitt, F. (2003). Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología, X (2), 213–223
- Jiménez, S., & Salazar, V. (2013). Propuesta Didáctica: Tabletas Algebraicas Como una Alternativa de Enseñanza del Proceso de Factorización de Algunos Polinomios de Segundo Grado. Pedagógica Nacional.
- Mejía, M. F. (2011). Ambiente de Lápiz / Papel (L / P) Y Álgebra Computacional Ambiente De Lápiz / Papel (L / P) Y Álgebra Computacional. Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- MEN. (1998). Lineamientos curriculares en Matemáticas. Recuperado el 12 de mayo de 2010 de [http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- MEN. (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Recuperado el 10 de mayo de 2010 de [http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Moreno, L. (2002). Instrumentos matemáticos computacionales pág., 81–98. Incorporación de nuevas tecnologías Al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. Bogotá Colombia.
- Novoa, B. (2012). El álgebra Geométrica como Recurso Didáctico para la Factorización de Polinomios de Segundo Grado El Álgebra Geométrica como Recurso Didáctico para la Factorización de Polinomios de Segundo Grado.
- Sandoval C, N. C. (2014). Diseño de una Secuencia Didáctica que Integra el Uso de Origami para el Aprendizaje de la Factorización en Grado Octavo. Nacional de Colombia. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/47043/>
- Sesa, C. (2005). Iniciación al estudio del álgebra. Orígenes y perspectivas. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

# PRESENTACION POSTERS

## PI Y PHI CURIOSIDADES DE DOS NUMEROS IRRACIONALES

Nelly Constanza Ospina Peralta<sup>1</sup>

### Resumen

La Investigación Curiosidades de dos Números Irracionales, parte del supuesto que existen dificultades en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los números irracionales. Se ha reflexionado sobre cuestiones como: ¿Cuáles son los conflictos que existen a la hora de enseñar y aprender los números irracionales?, ¿Es suficiente el tiempo invertido por el docente en la enseñanza del tema?, ¿Cómo se presenta el contenido en los libros de textos?, ¿Cómo se presenta el contenido en la clase? El Reflexionar sobre estos interrogantes nos permite repensar nuestra acción con el propósito de orientar los aprendizajes para accionar y motivar a nuestros estudiantes el descubrir algunos números irracionales como un proceso de investigación.

**Palabras clave:** Manejo de instrumentos de medición, medición de ángulos, Números reales, polígonos regulares, Sistema Internacional de medidas S.I.

### Abstract

This research creates a space for reflection and study on the teaching of mathematics in which we believe it promotes: Excellence in mathematics education generating better expectations; a classroom plan focused on the importance of mathematics articulated at different levels; effective teaching; differentiate what is known and needs to be learned, making use of equity; active learning based on experience and prior knowledge; a permanent evaluation supporting learning and providing useful information to both teachers and students and where technology stimulates research; what he has learned he uses with his interests needs and potentialities.

**Keywords:** Handling of measuring instruments, measurement of angles, real numbers, regular polygons, International System of measurements S.I.

### 1. INTRODUCCIÓN

Esta investigación crea un espacio de reflexión y estudio sobre la enseñanza de la matemática en la cual consideramos promueve: La excelencia en la educación matemática generando mejores expectativas; un plan de aula centrado en la importancia de la matemática articulada en los distintos niveles; una enseñanza efectiva; diferenciar lo que se conoce y se necesita aprender, haciendo uso de la equidad; el aprendizaje activo a partir de la experiencia y el conocimiento previo; una evaluación permanente apoyando el aprendizaje y

---

<sup>1</sup> Especialista en Pedagogía de la Recreación ecológica; Institución Educativa General Enrique Caicedo Alvarado Tolima; Colombia

proporcionando información útil tanto a profesores como estudiantes y en donde la tecnología, estimula la investigación; lo aprendido lo utilice con sus intereses necesidades y potencialidades.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

- Esta secuencia didáctica permite un escenario adecuado para el desarrollo de habilidades matemáticas, permitiendo que los estudiantes se desenvuelvan de manera activa, propositiva, y autónoma en su aprendizaje.
- Tiene como propósito orientar al estudiante hacia la comprensión y manejo de la información contenida en textos científicos y técnicos, a partir de informes gráficos.
- Permite que el estudiante adquiera un aprendizaje significativo para su vida en adelante.
- Busca potenciar el desarrollo de procesos de la actividad matemática y lingüística en los estudiantes, tales como el razonamiento, la modelación, el planteamiento de problemas, la comprensión de textos y la producción oral y escrita, con el fin de incitar en el estudiante la capacidad de comprender la información obtenida de diferentes fuentes y contextos.

## 3. METODOLOGÍA

### 3.1 Objetivos De Aprendizaje

- Comprender, interpretar y representar de manera significativa, algunos números irracionales que se constituyen en una constante no periódica.
- Utiliza los números reales, sus operaciones, relaciones y representaciones para analizar procesos infinitos y resolver problemas.

### 3.2 Tiempo de desarrollo asociado

- Tres clases de cincuenta y cinco minutos cada una.

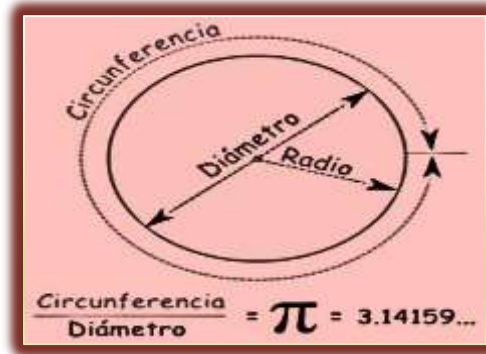
### 3.3 Desempeño esperado:

- El estudiante hace buen uso de los instrumentos de medición, el transportador, regla, compás, para obtener con mayor precisión medidas de ángulos y lados.
- Interpreta y desarrolla métodos para hallar la relación existente entre longitud de la circunferencia y diámetro; diagonal y lado de un pentágono regular.
- Produce textos, empleando lenguaje verbal o no verbal, para exponer sus resultados matemáticos con sentido crítico.

### 3.4 Clase 1. El Misterioso número $\pi$

Responda las siguientes preguntas:

- ¿Qué es un ángulo?
- ¿Cuáles elementos de la circunferencia conoce?
- ¿Qué representa el número Pi ( $\pi$ )?
- ¿De dónde se obtiene ese valor?
- ¿A qué conjunto de números pertenece el número Pi ( $\pi$ )?
- ¿Con cuál relación se puede obtener?

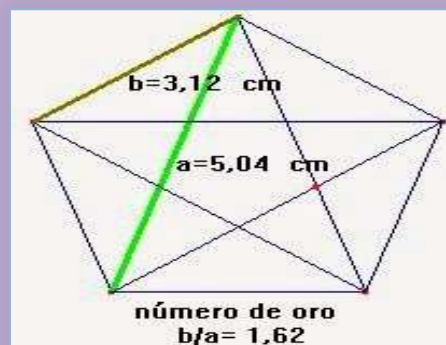


### 3.5 Clase 2. El Misterioso Áureo o número de Oro

- Construir una circunferencia, sin perder el centro.
- Luego dividirla en 5 partes iguales, dejando una marca de color rojo. Se debe unir las marcas con un segmento de recta de tal manera que se conforme un pentágono regular, para luego tomar la medida de cada segmento o lado del pentágono.

El docente escribe en el tablero:

- ¿Cuántos segmentos necesitaron para formar el pentágono regular?
- ¿Son las medidas de los segmentos iguales?
- Escribir en una hoja por qué sus medidas no son iguales, si se ha dividido la circunferencia en 5 partes iguales.





**CLASE 3. La Transversalidad del misterioso número Áureo**  
*El Número de oro Documental Arte*



[https://www.youtube.com/watch?v=kET\\_o2\\_UZzE](https://www.youtube.com/watch?v=kET_o2_UZzE)

### 3.5 Evaluación

Se evalúa:

- El desarrollo continuo del estudiante en el proceso y su disposición para el aprendizaje.
- Los procedimientos geométricos y aritméticos para construir algunos números irracionales.
- El Justificar procedimientos con los cuales se representa geoméricamente números irracionales.
- Las construcciones y representaciones geométricas elaboradas.
- La socialización de la consulta web.
- Uso de los medios tecnológicos.
- Aportes novedosos para nuevas conceptualizaciones.

### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Promover el trabajo colaborativo, la discusión y el intercambio de conceptos entre pares.
- Valorar la autonomía de los estudiantes y el rol del docente como orientador y facilitador de la investigación.
- Estimular la búsqueda y selección crítica de información proveniente de diferentes soportes y reconocer su presencia en diversos aspectos de la vida diaria.

## 5. REFERENCIAS

- Álvarez, J. El pentágono regular y la proporción áurea Recuperado de [http://geogebra.es/gauss/materiales\\_didacticos/eso/actividades/aritmetica/irracionales/metalicos7/actividad.html](http://geogebra.es/gauss/materiales_didacticos/eso/actividades/aritmetica/irracionales/metalicos7/actividad.html) (marzo 2018)
- Benavente, R (2014) La razón aurea se encuentra en todas partes. Treinta datos que no sabías sobre 'phi', el 'número más bello' [www.elconfidencial.com](http://www.elconfidencial.com)
- Como dibujar un pentágono perfecto 2017. Recuperado de [uncomo.com/articulo/como-dibujar-un-pentagono-perfecto-38726.html](https://artes.uncomo.com/articulo/como-dibujar-un-pentagono-perfecto-38726.html) (Febrero 2018)
- Flores, M 2017 Como surgió el numero Pi? El universal Revista cultural. <http://de10.com.mx/cultura-digital/2017/03/14/como-surgio-el-numero-pi> (enero 2018)
- La medida de la belleza. 2014 Instintologico.com Recuperado de <http://instintologico.com/la-medida-de-la-belleza/> (Febrero 2018)
- Ministerio de Educación Nacional Mayo 2006 primera edición. Estándares básicos de competencias [www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Ministerio de Educación, 2016. Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas, V.2. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Panamericana Formas e Impresos S.A. ISBN: 978-958-691-925-8
- PI Day ¿Cuál es el origen del número PI, Y para que se utiliza? 2017. 20 Minutos. Recuperado de [www.20minutos.es/noticia/2984641/0/numero-pi-origen](http://www.20minutos.es/noticia/2984641/0/numero-pi-origen)
- Romero, S. (2017) Número Pi es el número más estudiado (y más aclamado) de las matemáticas, [www.muyinteresante.es/ciencia/fotos/curiosidades-del-numero-pi](http://www.muyinteresante.es/ciencia/fotos/curiosidades-del-numero-pi)
- YOUTUBE video (Productor) 2012 El número de oro - Documental arte. [https://www.youtube.com/watch?v=kET\\_o2\\_UZzE](https://www.youtube.com/watch?v=kET_o2_UZzE) (marzo 2018)

## DESARROLLO DE HABILIDADES DEL PENSAMIENTO CRÍTICO A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE IMPLIQUEN EL USO DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS EN LAS ÁREAS TIFLOLÓGICAS PARA ESTUDIANTES CIEGOS DENTRO DE UN AULA INCLUSIVA

Héctor Arrieta Naranjo<sup>1</sup>

### Resumen

Cada estudiante tiene una forma de aprendizaje distinta. En los alumnos con discapacidad visual, su aprendizaje es auditivo y táctil, en efecto, para los estudiantes con esta condición, existen fundaciones y colegios que introducen en su currículo la inclusión con el fin de lograr un aprendizaje regular. Por ende, se busca una estrategia que ayude a los estudiantes con limitación visual a comprender (adición y sustracción) los números enteros mediante el uso de las áreas tiflológicas y así desarrollar su pensamiento numérico, por tal motivo, aunque la inclusión exista dentro del currículo, se hace difícil entrelazar el desempeño matemático con el desarrollo de las habilidades del estudiantado. Sin embargo, esta investigación busca innovar el proceso pedagógico como buscar otra forma de resolver el proceso de operaciones de números enteros sin que exista una frustración, ya que ellos utilizan la memoria como fuente única para resolver un problema de este tipo, así se contribuye al desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico desde el sistema posicional hasta llegar a las operaciones de enteros.

**Palabras clave:** *braille, habilidades, limitación visual, números enteros, pensamiento crítico.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Hace tiempo, las personas con discapacidad eran discriminadas y solo podía desarrollarse en su ambiente familiar; en la actualidad el Estado está obligado a fomentar el proceso escolar, moral, para que sean personas íntegras para un desenvolvimiento en la sociedad.

Aunque en Colombia todo colegio debe tener inclusión, solo algunos cumplen con este requerimiento, en la Ley estatutaria de número 1618 del 27 de Febrero del 2013 “se establece las disposiciones para garantizar el pleno ejercicio de los derechos de las personas con discapacidad”, de esta manera se busca que la educación sea desarrollada sin ningún tipo de impedimento; pese a que existan políticas que permitan la inclusión, con el fin a que los estudiantes se superen, muchos de ellos se logran acoplar a la escuela muy lentamente. Por otra parte, muchos docentes no saben cómo se van enfrentar a este tipo de educación puesto que no tienen la capacitación necesaria ni las herramientas adquiridas para el desenvolvimiento normal de la clase.

En la actualidad la palabra inclusión es permitir el ingreso de los estudiantes con discapacidad conjuntamente se pretende una integración con la comunidad estudiantil, y que exista una atención y aprendizaje en conjunto y que sus docentes obtengan la capacitación

---

<sup>1</sup> Formación académica; filiación institucional; País; hectoraltamar@hotmail.com

correcta (científica, pedagógica, metodológica) para abarcar ciertas limitaciones con el fin de desarrollar un pensamiento crítico y llegar a ser un grupo homogéneo.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 El pensamiento crítico como protagonista del aula

Pese a los resultados arrojados por la investigación educativa de los últimos veinte años y la reestructuración de los planes de estudios enfocados en el desarrollo de competencias, la enseñanza actual continúa basándose en la adquisición de conocimientos. Se da por sentado que la adquisición de conocimientos en distintas disciplinas contribuye al crecimiento intelectual de los estudiantes. No obstante, aunque el conocimiento es esencial para el desarrollo del pensamiento, esto no garantiza el desarrollo de un pensamiento crítico (López, 2012) citando (Nickerson, 1988).

Muchas personas, entre docentes y estudiantes tienen una pequeña noción sobre el pensamiento crítico, mientras algunos piensan que es algo negativo, como hacer un juicio, dar un punto de vista o asumir una actitud de oposición, otros vagamente lo definen como un “pensamiento lógico” o un “buen pensamiento”. Pero estas nociones están lejos de lo que pretenden sus ideales.

Según Robert Ennis (1985) (citado por (López, 2012), el pensamiento crítico se concibe como el pensamiento racional y reflexivo interesado en decidir qué hacer o creer. Esto significa que está formado por un proceso cognitivo complejo de pensamiento que busca reconocer lo justo y lo verdadero; además de una actividad reflexiva en la que se analiza los puntos de vista propios como los de los demás. Este mismo autor destaca que el pensamiento crítico está compuesto por habilidades y disposiciones.

Por otro lado, Kuhn & Weinstock, (2009), aseguran que lo fundamental para desarrollar el pensamiento crítico son las competencias o disposiciones metacognitivas y la evaluación epistemológica, lo cual, según Nieves y Saiz (2002), tiene implicaciones para la enseñanza.

Haciendo un resumen de las definiciones anteriores, éstas coinciden en la relación entre pensamiento crítico y racionalidad. Su característica es el dominio de las ideas desde su revisión, de ellas se mira lo que se entiende, procesa y comunica a través de los otros tipos de pensamiento; así la persona que piensa críticamente tiene la capacidad de pensar por sí mismo.

Varios autores han clasificado las habilidades del pensamiento crítico de acuerdo al componente cognitivo. Una de ellas es la sugerida por autores como Halpen, 1998; Kurfiss, 1988; Quellmalz, 1987 y Perkins, 1990; citados en Brunig et al., 1999, entre las que se encuentran el conocimiento, la inferencia, la evaluación y la metacognición. En el siguiente párrafo se describirán.

El conocimiento facilita la organización de la información que se obtiene y ver cuál es la que cuenta con mayor potencial para resolver ideas. La inferencia establece la conexión entre dos o más unidades de conocimiento o hechos sin aparente relación, puede ser deductiva o inductiva. La evaluación engloba subhabilidades como analizar, juzgar, sopesar y emitir juicios de valor, las cuales están relacionadas. Y la metacognición encamina al individuo a conocer

mejor sus capacidades y limitaciones, actúa como un filtro que determina si la información en que se basan las opiniones es adecuada y si las inferencias son razonables.

Desde lo expuesto en los párrafos anteriores, es posible afirmar que un individuo que piensa críticamente cuenta con habilidades cognitivas y la disposición a enfrentarse a retos cotidianos. Es ahí donde la escuela debe replantear el modelo de adquisición de conocimientos y en su lugar formar estudiantes con capacidad de crear su propio criterio a partir de la interpretación que realice de las situaciones que se le planteen. López (2012) afirma que:

Los alumnos pueden aprender mejor en un ambiente de clase donde sus contribuciones sean valoradas. Tanto el tipo de preguntas que se realicen, como la manera en que se formulen las preguntas y las respuestas dadas afectan la autoestima y la participación del estudiante. Por eso, los profesores deben proporcionar experiencias que permitan a todos sus alumnos desarrollar estrategias de indagación y solución de problemas de forma experta, en un clima de seguridad que permita perfeccionar el pensamiento complejo. Para ello, es necesario conocer los elementos requeridos para realizar buenas preguntas, y reconocer los diferentes tipos de preguntas que se pueden elaborar. Pág. 48.

El pensamiento crítico posee características y habilidades que si bien tienen cierto nivel de dificultad, es uno de los valores al alza tanto para resolver problemas cotidianos como para crear nuevos productos (Stenberg, Roediger y Halpern, 2007) citados por (López, 2012). Es por ello que se hace necesario llevar a cabo estrategias de enseñanza que permitan que el estudiante se familiarice con lo que ofrece el pensamiento crítico con la finalidad de que aprenda lo propuesto en clases, pero con visión a la realidad.

## 2.2 La importancia de la resolución de problemas

La resolución de problemas es una de las áreas de la matemática que representa mayor dificultad a los estudiantes. A estos se les enseña a resolver las operaciones fundamentales de la aritmética de manera mecánica hasta lograrlo perfectamente, pero se les deja un gran vacío, el cual es cómo aplicarlos en la cotidianidad, ya que sólo se hace énfasis en la parte algorítmica. La metodología empleada para éste fin es crucial para alcanzar lo esperado en los contenidos de ésta área (Calvo, 2008).

Para que los estudiantes se mantengan motivados por la comprensión de los conceptos matemáticos, es preciso introducirlos de tal forma que sientan agrado por lo que se les enseñe, para ello, es pertinente realizar cambios para acabar con el mito de la matemática que la cataloga como una materia aburrida y difícil. Dos de esos cambios radican en darle su lugar a lo que se vive diariamente alrededor de este tema y tomar medidas que conlleven eficazmente a suplir los vacíos existentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas.

El profesor debe evitar el uso de métodos mecánicos para la enseñanza de la resolución de problemas, frecuente mente, recurren a una sola manera de resolverlos y la libertad del estudiante para pensar queda restringida porque sólo pueden aplicarla estrategia que les fue enseñada.

### 2.3 Los números enteros desde lo no visual

Así como aprendemos a hablar, a comunicarnos de una forma espontánea, la enseñanza de la matemáticas es también una experiencia de la vida; este proceso de formación de los niños ciegos con relación a los números enteros dependerá de situaciones significativas para llevar así al estudiante a un descubrimiento de las relaciones que tienen los números con la cotidianidad.

Según el Instituto Nacional Para Ciegos, INCI(2000), el programa de matemática se desarrolla igual para estudiantes con limitación y sin limitación visual, puesto que lo importante es tener en cuenta los materiales (tablero de goma, punzón a mano alzada) adaptar materiales en alto relieve (los números, las guías). Con el fin de que el niño ejecute, comprenda y reflexione de una forma lógica para realizar los distintos problemas que surjan en la temática establecida, opuesto que los números enteros le exige realizar operaciones y establecer ciertas relaciones en conceptos previos para resolver un problema.

### 2.4 Áreas tiflológicas, los ojos del ciego

Según el MEN, la tiflología hace referencia a todo lo relacionado con la problemática de la ceguera, abarcando la educación, la psicología, la rehabilitación, hasta los medios técnicos auxiliares para el desenvolvimiento del ciego y de las personas con muy baja visión.

De acuerdo al Capítulo 5 del libro La enseñanza de la Matemática a los Ciegos(Campo, 1986): “La esencia de la ciencia, de cualquier ciencia, no es la comunicación, pero la comunicación está en la esencia de la ciencia, de toda la ciencia”. Por ende, la comunicación que se utiliza en los estudiantes con discapacidad visual en el área de matemáticas son los bloques lógicos, que permiten realizar operaciones lógicas como las clasificaciones aditivas y multiplicativas, este se creó por Z. Diennes. Otras herramientas son: la caja aritmética, los goniómetros, el compás, la regla milimetrada con indicadores de relieve, el geoplano, el libro hablado, el ábaco, el sistema braille.

Este proyecto hará hincapié en el sistema braille, puesto que es un instrumento que facilita la lectura para los niños invidentes, este fue creado por Louis Braille, quien a su corta edad de 3 años se quedó ciego debido a un accidente casero. Años después, Braille, al escuchar que un capitán había ideado un sistema de puntos en alto relieve que permitían leer en la oscuridad, trabajó años sin descansar hasta que creó su primer libro en alto relieve que lleva como título su nombre. Este sistema basado en un método de 63 combinaciones diferentes de seis puntos en alto relieve, incluye letras del alfabeto, números, signos de puntuación que pueden ser percibidos a través del tacto.

## 3. METODOLOGÍA

La presente investigación está basada en el diseño de acción-participativa, que según (Durston y Miranda, 2002), “El proceso de investigación debe estar basado en un sistema de discusión, indagación y análisis, en el que los investigados formen parte del proceso al mismo nivel que el investigador”. Las teorías no son elaboradas con anterioridad, esto con el fin de su comprobación por parte del investigador desde su contacto con el entorno.

Con lo mencionado en el párrafo anterior, se persigue el mejoramiento académico de los estudiantes con discapacidad visual. A partir del modelo de investigación-acción, los estudiantes serán incitados a investigar, con la implementación de esta metodología se quiere realizar el estudio de una situación, como es la resolución de problemas de suma y resta de números enteros en discentes con limitación visual en la Institución Educativa Francisco José de Caldas.

Este trabajo de investigación posee un enfoque mixto, esto es, involucra el análisis de datos cuantitativos y cualitativos del estudio realizado en la población escogida. Esto responde a la formulación y planteamiento del problema para buscar a la solución de éste.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al realizar la prueba diagnóstica fue notoria las falencias que presentan los estudiantes, tanto ciegos como no ciegos, al momento de resolver situaciones problemas de la vida cotidiana, a su vez se observó un déficit de conocimiento con respecto algunos conceptos y para resolver operaciones de números enteros. A medida que se iban desarrollando las actividades, los estudiantes fortalecían sus conocimientos y las habilidades de pensamiento crítico.

En el momento de análisis y tabulación de los datos, se evidencia un avance, en la temática tratada en este proyecto de investigación, después de la realización de las actividades y las estrategias presentadas por el grupo investigador. Los estudiantes participantes de este proyecto fortalecieron las habilidades de pensamiento crítico que se plantearon cada actividad como lo son, inferir, explicar, analizar, interpretar, observación, logrando así una mejores en el desarrollo de la prueba final.

Además se encontró que los ciegos, se les dificulta realizar las operaciones dada por el docente, a su vez los estudiantes normales buscan la manera de solucionar dicho problema usando sus propias estrategias. Los niños con discapacidad visual pueden desenvolverse y desarrollar sus habilidades como un niño regular siempre y cuando exista una adecuada implementación de estrategia y el uso adecuado de las áreas tiflológicas de su parte y de la del docente y acompañantes.

Para los estudiantes ciegos es difícil hacer cálculos mentales con números supremamente grandes por lo que se implementó la estrategia del uso del sistema posicional para descomponer los números y realizar la adecuada operación con el fin de no verse desmotivado al hacer dichas resoluciones. Se evidencio que estos trabajaron de una manera amena al desarrollo de ellas y se obtuvo un avance significativo.

Mediante los resultados obtenidos durante todo el proceso de investigación permite al equipo investigador hacer las siguientes recomendaciones.

Los docentes en cualquier momento de su labor, se pueden encontrar con estudiantes de cierta discapacidad, o como en este caso, niños ciegos, por tal razón se hace importante que los profesores cuenten con el conocimiento suficiente a lo que se refiere en áreas tiflológicas para así poder ayudar a cada estudiante en su proceso de formación.

Así mismo se recomienda que las instituciones educativas sean dotadas de materiales e instrumentos necesarios para los estudiantes con discapacidad visual y así puedan tener un mejor desarrollo de sus actividades como los niños no ciegos.

## 5. REFERENCIAS

Calvo, M. (2008). Enseñanza Eficaz en la Resolución de Problemas en Matemáticas. Revista Educación, 32 (1), 123-138.

Campo, j. e. (1986). La enseñanza de la matemática a los ciegos. Madrid: Organización Nacional de Ciegos Españoles.

López, G. (2012). Pensamiento crítico en el Aula. Docencia e investigación. , 1 (22), 41-60.



## DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALEATORIO EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL MEDIANTE GEOGEBRA EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO

Mayerlin Ramírez Cuesta<sup>1</sup>  
Fernando Vásquez Casadiegos<sup>2</sup>  
Leonardo José Vargas Delgado<sup>3</sup>

### Resumen

El desarrollo de este trabajo tiene la intención de mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje referentes a las medidas de tendencia central, mediante actividades, en el grado noveno del colegio Americano de Barranquilla. Este material didáctico se estructura teniendo en cuenta el entorno de los alumnos para la aplicación de las guías didácticas, la cual inicia con una prueba diagnóstica, en la que se hace referencia a la escala de Likert y al desarrollo de la prueba de Garfield, con el propósito de categorizar las concepciones correctas e incorrectas del estudiante en cuanto al razonamiento estadístico, seguido con tres actividades y posteriormente una prueba experimental. Esta propuesta permitió observar que hay un aprendizaje significativo cuando a los estudiantes se los motiva, y se les explica mediante una clase contextualizada con la ayuda de guías y del software GeoGebra, además se incita al fortalecimiento de diferentes formas de poder llevar cada situación problema al diario vivir.

**Palabras clave:** *Aprendizaje, desarrollo, GeoGebra, medidas de tendencia central, pensamiento aleatorio.*

### Abstract

This work intends to improve the teaching-learning processes of the measures of the central tendency, through activities, in the ninth grade of the American School of Barranquilla. This didactic material is structured taking into account the environment of the students for the application of the didactic guides, which starts with a diagnostic test, in which it refers to the Likert scale and to the development of the Garfield test, with the purpose of categorizing the correct and incorrect conceptions of the student in terms of statistical reasoning, followed with three activities and then an experimental test. This proposal allows observing that there is a significant learning when the students are motivated, and they are explained through a contextualized class with the help of the GeoGebra guides and software, besides it can be adapted to different ways of being able to take each problem to the daily problem.

**Keywords:** *development, GeoGebra, measures of central tendency, learning, random thinking.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Existen muchas maneras en que a lo largo del tiempo la estadística ha acompañado a ser humano en sus vivencias, por lo que es importante que su enseñanza no sea simplemente

---

<sup>1</sup> Estudiante; Universidad del Atlántico; Colombia; miramirez@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>2</sup> Estudiante; Universidad del Atlántico; Colombia; fvasquezc@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>3</sup> Magister en educación; Universidad del Atlántico; Colombia; ljvargas@mail.uniatlantico.edu.co

definiciones y ejemplos, sino que se relacionen y se interioricen con ella, de tal forma que los conceptos se puedan relacionar unos con otros, para así poder comprender de que no solo se trata de hallar la respuesta correcta, sino más bien de comprender por qué existe una respuesta, si la hay, y por qué dicha respuesta presenta una determinada forma. (Stewart, 1998), así, parte relevante de las matemáticas es la estadística, la cual ha influenciado a la humanidad a realizar cambios para mejorar su calidad de vida desde hace tiempo, ayudando a su desarrollo social, cultural y económico. Esta ciencia permite utilizar diferentes conceptos y temas de gran uso como las medidas de tendencia central en el diario vivir, de tal forma que dichos conceptos se puedan llegar a contextualizar en el medio. Para ello es necesario buscar la forma que los estudiantes asimilen los conocimientos, con la ayuda de su entorno y una metodología que se construya a partir de algunos problemas existentes en la comunidad estudiantil, los cuales serán detectados y analizados por los mismos estudiantes de tal forma que permita tener un mayor impacto en los estudiantes y así un mayor estudio en el concepto de las medidas de tendencia central.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Las medidas de tendencia central en el proceso de formación de los estudiantes

La estadística se puede considerar como un motor en el desarrollo de un país y es por esta razón que se tiene mucho interés por su educación, es por ende que este fenómeno aleatorio tiene una fuerte presencia en nuestra sociedad, tanto así que se ha vuelto cada día una necesidad, (Gal, 2002). Por consiguiente, el aprendizaje de la estadística se logra mejor a partir del trabajo con proyectos o actividades de análisis exploratorios de datos que los alumnos recogen en la clase de esta, (Batanero y Godino, 2005).

### 2.2 Herramientas tecnológicas en la enseñanza de las medidas de tendencia central: GeoGebra

La realidad educativa del aula viene formada por un contexto determinado e identificada por ciertas variables que obligan a los docentes a crear estrategias que brinden otra perspectiva, por lo que se hallan pertinentes la utilización de recursos educativos que facilitan los procesos de enseñanza-aprendizaje, (UNESCO, 2015), las cuales tienen gran importancia en el ámbito educativo, refiriéndose a la mejora de la calidad del mismo y a los cambios que generan para fortalecer el aprendizaje y el desarrollo participativo del estudiante en su proceso formativo, así mismo implementar las medidas de tendencia central con el software GeoGebra permite que el estudiante además de potenciar el pensamiento aleatorio descubre nuevas concepciones significativas del tema referido, sin dejar de lado aquellas que ya tenía previamente, (Debárbora, 2012).

### 2.3 Desarrollo del pensamiento aleatorio desde la escuela para la sociedad

El Ministerio de educación Nacional (MEN, 2006), en los Estándares básicos de Competencias, plantea que hablar del pensamiento aleatorio, es hablar de tomar decisiones en situaciones de incertidumbre o de azar, que permite dar soluciones confiables a problemas mediante la construcción de modelos de fenómenos, utilizando estrategias exploratorias y experimentales.

En consecuencia, es importante tener en cuenta el contexto para crear situaciones problemas que permitan explorar, construir estructuras, plantear preguntas y dar conclusiones, que estimulen nuevas formas de adquisición de conocimientos, (MEN, 1998). Es por esto por lo

que, a partir de experiencias reales, la cercanía de los estudiantes con lo que ocurre en el aula al momento de generar el aprendizaje, se concibe de forma más significativa, tanto para ellos como para los docentes, (Del Pino y Estrella, 2012).

### 3. METODOLOGÍA

Para la elaboración de este proyecto se utiliza como metodología la Investigación Acción (IA), ya que según Elliott (1993), es definida como el estudio de situaciones sociales para mejorar la calidad de la misma, lo que permite considerarla como un modo de reflexión de las acciones concretas de los estudiantes y docentes para comprender de manera minuciosa los problemas que se presentan a diario en el aprendizaje del tema de estudio o incluso de cualquier otro tema y así poder darles solución, además esta permite indagar y describir una familia de actividades secuenciales, tales como: los problemas o dificultades encontrados, las reflexiones de los mismos, y con base a ellas las acciones de intervención y de comprensión, posteriormente sus resultados y planes de mejora, con el fin de generar cambios educativos, logrando los objetivos propuestos, lo que proporciona autonomía y dominio sobre el proceso investigativo, (Latorre, 2003).

#### 3.1 Población y muestra

De Gialdino (2006), resalta en el proceso de investigación cualitativa la importancia de qué tan inmerso está en la vida cotidiana de los estudiantes la situación problema objeto de estudio, el tener en cuenta las perspectivas de quienes participan en la investigación sobre sus propias concepciones de los temas a tratar, por lo cual, en el Colegio Americano de Barranquilla, de carácter no oficial, dentro de un total de 112 estudiantes de noveno grado, los seleccionados son 36, de 9ºA de básica secundaria, en edades entre los 13 y 16 años, ya que estos están en una etapa en la que el contexto y lo que aprenden de él influye en su desarrollo, (Lerner, 2000).

#### 3.2 Instrumentos

**Entrevista a docente y a estudiantes:** La aplicación de este instrumento, para el docente consta de 6 preguntas abiertas sobre la utilización de herramientas tecnológicas, con el fin de obtener información del docente sobre el uso de la tecnología en la enseñanza de la estadística, para los estudiantes, consta de 6 afirmaciones donde sus respuestas son valoraciones basadas en la Escala de Likert: muy de acuerdo, de acuerdo, en desacuerdo, totalmente en desacuerdo, la cual a partir de la muestra tomada permite determinar el grado de fiabilidad con la finalidad de conocer la opinión y perspectiva que tienen estos respecto a la utilización de herramientas tecnológicas en la enseñanza de la estadística. Este instrumento fue validado por el juicio de un experto.

**Prueba diagnóstica Statistical Reasoning Assessment (SRA) modificada:** Es una prueba diseñada por Garfield (2003), la cual consta de entre 10 y 20 preguntas modificables y adaptables al contexto de los estudiantes, de opción múltiple, en la que en cada una se describen situaciones problema relacionado con probabilidad y/o estadística. Cada pregunta dispone de varias opciones de respuesta, en la que una gran parte de ellas incluye afirmaciones de razonamiento para establecer una opción en particular y se complementan con ítems que permiten determinar un razonamiento estadístico correcto y concepciones incorrectas acerca del tema de estudio. Por consiguiente, esta prueba es un instrumento diseñado

cuidadosamente para adquirir información acerca de algunos indicadores específicos del razonamiento estadístico de los estudiantes de acuerdo con las habilidades establecidas. (Garfield, 2003).

**Diario de campo:** Se utiliza el diario de campo para evidenciar lo observado en cada clase, el cual debe incluir actividades propuestas por el investigador, descripción del comportamiento y desempeño de los estudiantes durante el desarrollo de las actividades realizadas cada día y acciones de mejora de estas clases.

#### 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE DATOS

Los datos obtenidos fueron analizados a partir de 4 fases planteadas por Suarez (2005):

**Fase 1 - Observación directa:** Se pudo observar que la enseñanza de la estadística se aplica una vez por semana en el grado 9<sup>o</sup>A, con un tiempo de 1 hora antes de acabar la jornada escolar, lo cual implica admitir diversos pero muy poco adaptables métodos de enseñanza, ya que juega un papel importante la concentración de los estudiantes, que por consiguiente no favorece al proceso, por la hora establecida entran en desesperación, el nivel de distracción aumenta cada vez más y la comprensión de los temas estudiados disminuye.

Tabla 3, Análisis de la fase 2

	CATEGORIAS	ENTREVISTA (Docente)	ENTREVISTA (Estudiantes)	PRUEBA DIAGNÓSTICA
Fase 2. Reflexión diagnóstica.	Las medidas de tendencia central	El aprendizaje de las medidas de tendencia central debe ser apoyado en herramientas tecnológicas, dado que su cálculo no amerita grandes procedimientos matemáticos, lo cual con la ayuda de las tecnologías se pueden resolver y concentrar os esfuerzos de la clase en la interpretación de esos resultados.	En la entrevista realizada a los estudiantes de acuerdo a la medición de la escala de Likert se determinó sus <b>actitudes y el grado de conformidad</b> con relación a las afirmaciones propuestas, donde para la segunda afirmación, el 47% y el 47% de los estudiantes entrevistados están Muy de acuerdo y de acuerdo respectivamente, con que la creación de tablas y graficas en el tablero permite la comprensión de las medidas de tendencia central sin la utilización de otro tipo de estrategias, el 6% y el 0% se encontraron en desacuerdo y totalmente en desacuerdo respectivamente.	De acuerdo a las concepciones correctas e incorrectas planteadas por Garfield (2003), se encontró en la aplicación de la prueba diagnóstica que solo el 56% de los estudiantes de 9 <sup>o</sup> A poseen concepciones correctas acerca de las medidas de tendencia central, esto relacionado a las habilidades de entenderlas y comprenderlas, su ubicación dentro de un conjunto de datos y su utilidad en distintas situaciones establecidas en el razonamiento estadístico.
	Desarrollo del pensamiento aleatorio	Desarrollar el pensamiento aleatorio, implica la aplicación de estrategias didácticas que fortalezcan la enseñanza, las tecnologías propician un mejor ambiente escolar y despierta el interés de los estudiantes, llevándolos a mayor disposición, lo que es un elemento importante en cada clase.	Para la afirmación 1, el 47 % de los estudiantes se encontró muy de acuerdo y el 45 % estuvieron de acuerdo con que es importante el uso de herramientas tecnológicas como apoyo para el aprendizaje de la estadística, el 8% y el 0% se encontraron en desacuerdo y totalmente en desacuerdo respectivamente. Para la afirmación 3, el 30% y el 50% de los estudiantes entrevistados se encontraron muy de acuerdo y de acuerdo respectivamente con que el uso de la tecnología complementa el aprendizaje de la estadística, el 17% se encontraron en desacuerdo y el 3% totalmente en desacuerdo con esta afirmación.	Con el fin de determinar el desarrollo del pensamiento aleatorio en los estudiantes, Ben-Zvi y Garfield (2004) plantean 3 niveles que determinan el conocimiento estadístico en ellos, que son la cultura estadística, el razonamiento estadístico y el pensamiento estadístico y por medio de la prueba diagnóstica aplicada se verifican, al constar de 10 preguntas, a partir de 6 respuestas correctas por estudiantes en las que se ven reflejadas los niveles anteriormente mencionados. De este modo, el 56% de los estudiantes poseen un buen nivel de conocimiento aleatorio, mientras que el 44% de los estudiantes se encuentran en un nivel no adecuado del conocimiento aleatorio.
	Herramientas tecnológicas (GeoGebra)	Este Software es muy útil para la enseñanza de la estadística, permite calcular las medidas de tendencia central agregándole datos de dispersión, además de los gráficos que permite establecer.	Para la afirmación 4, el 36% y el 50% de los estudiantes se encontraron muy de acuerdo y de acuerdo con que se hacen más interesantes las clases de estadística con el uso de la tecnología; el 11% y el 3% estuvieron en desacuerdo y totalmente desacuerdo con esta afirmación. Para la afirmación 5, el 33% de los estudiantes se encontraron muy de acuerdo y el 53% de acuerdo con que es sencillo el uso de herramientas tecnológicas; el 14% y el 0% se encontró de acuerdo y totalmente en desacuerdo. Para la 6, el 42% y el 31% se encontraron muy de acuerdo y de acuerdo respectivamente con que Es fundamental utilizar con más frecuencia herramientas tecnológicas en las clases de estadística; el 22% se encontraron en desacuerdo y el 5% totalmente desacuerdo.	

### Análisis de la fase3: Implementación.

- Con la actividad “Identifico la moda, la media y la mediana”, los estudiantes en un gran porcentaje tenían concepciones incorrectas sobre las medidas de tendencia central, Con la actividad realizada se pudo notar que de manera lúdica las identificaron, aunque tendían a confundir la media con la mediana.
- Por medio de la actividad “Conozco GeoGebra”, mediada por computadores, video Beam, presentación en PowerPoint y guías entregadas a los estudiantes se hizo un reconocimiento sobre GeoGebra, iniciando con definirla, para qué sirve, su forma de descargar, su aspecto y la forma específica de utilizarla para el aprendizaje de la estadística, puntuando a las medidas de tendencia central.
- En la actividad “Soluciono problemas que involucran las Medidas de tendencia central”, realizada en parejas, los estudiantes hallaron la moda, la media y la mediana, donde se pudo observar que la actividad 1 tuvo un muy buen resultado, las respuestas de ellos fueron acertadas en conjunto con el proceso realizada por cada medida de tendencia central.
- En “Utilizo GeoGebra”, los estudiantes realizaron la actividad 1 y la 3 en el software GeoGebra, el manejo de la hoja de cálculo fue excelente por parte de los estudiantes, algunos presentaron dudas al momento de hallar las medidas de tendencia central en esta herramienta, pero al estar apoyados en el video Beam, lograron sacar adelante la actividad sin inconvenientes, graficaron y sus respuestas fueron acertadas. Al finalizar la actividad, realizaron comentarios acerca de la utilización del software, a lo que en su mayoría respondieron que les pareció muy útil, agradable, de fácil acceso y dominio y que les gustaría utilizarla más de seguido.

Tabla 4. Análisis de la fase 4.

Clases	Actividades propuestas	Descripción del comportamiento y desempeño de los estudiantes	Acciones de mejora
1	<b>Actividad 1:</b> Identifico las medidas de tendencia central.	Al inicio de esta primera actividad, los estudiantes se encontraban confundidos e inquietos, pues no comprendían el porqué de ella, por tal motivo les fue explicado y seguidamente conforme a ello la realizaron de forma gustosa, a pesar de que se encontraban un poco desesperados por salir de la jornada escolar, con su esfuerzo se llevó a cabo con éxito la actividad propuesta.	Es importante tener en cuenta el uso de estrategias que permitan llamar la atención y concentración de los estudiantes en la clase y más cuando están en momento de desesperación, de igual manera aclarar los objetivos y el porqué de la realización de todas las actividades propuestas.
2	<b>Actividad 2:</b> Conozco GeoGebra.	Los estudiantes en esta segunda clase, se encontraron a gusto, ya que fue mediada por el uso de herramientas tecnológicas, se obtuvo plena concentración de ellos, se observó que el dominio de los computadores es excelente, lo que facilitó el dominio del software GeoGebra.	Se debe tomar siempre en consideración todos los aspectos que contextualizan y generan en el estudiante motivación para el proceso de aprendizaje de un tema determinado.
3	<b>Actividad 3:</b> Soluciono problemas que involucran las Medidas de tendencia central.	Para esta clase, en el proceso de la realización de la actividad, los estudiantes preguntaban si tenía algún tipo de calificación en el área de estadística, ya que había la posibilidad de que no acertaran al realizarlo, una vez aclarado que no tenía juicio de valor para la parte académica de ellos, no fue impedimento para que sus resultados fueran excelentes.	Es preciso aclarar desde el inicio los fines de la actividad planteada, junto con la forma de evaluarla o de obtener la calificación en ellos y para qué se obtiene, de tal manera que no se generen confusiones al momento de ser aplicada la actividad.
4	<b>Actividad 4:</b> Utilizo GeoGebra.	Al igual que en la segunda clase, los estudiantes se encontraron gustosos y emocionados por aplicar lo realizado en las clase 1 y 2 en el software GeoGebra, por lo que se les generaron inquietudes tales como si se iba a volver a utilizar, que tan seguido se iban a utilizar los computadores y que tan seguido se harían actividades como la primera para luego analizarla en el software.	Los estudiantes con sus comentarios afirmaron que el aprendizaje de las medidas de tendencia central mediado por herramientas tecnológicas fue significativo, por lo cual hay que tener en cuenta su uso de forma frecuente, tanto en este como en los demás temas de estudio.

## 8. CONCLUSIONES

- La implementación de la propuesta planteada, fue un apoyo para el desarrollo del pensamiento aleatorio en el proceso de aprendizaje de las medidas de tendencia central, ya que a partir de situaciones contextualizadas, los estudiantes de 9<sup>o</sup>A del colegio Americano, aclararon las confusiones que tenían en cuanto a estas medidas, logrando un dominio del conocimiento obtenido, siendo ellos participantes activos de este proceso.

- A través de la prueba diagnóstica se logró determinar un gran porcentaje de los estudiantes que no tenían claro los conceptos independientes de moda, media y mediana, confundiendo más seguidamente las dos últimas, una vez realizada la primera actividad (identifico la moda, la media y la mediana), los estudiantes superaron esta dificultad que presentaron, por lo que al realizar la actividad 3 (Soluciono problemas que involucran las Medidas de tendencia central), se evidenció el buen progreso de la actividad 1, siendo que los resultados fueron exitosos.
- Por medio de la utilización del software GeoGebra, se concretó el aprendizaje obtenido, haciéndolo significativo para ellos, motivador e innovador en el proceso de aprendizaje de las medidas de tendencia central, viéndolo desde perspectivas distintas e intensificando el gusto por la estadística, lo que apunta a la transformación de métodos de enseñanza con distintas estrategias apoyados en la tecnología para fomentar el proceso mencionado.

## 5. REFERENCIAS

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística?

Batanero, C., & Godino, J. (2005). Estocástica y su didáctica para maestros. Universidad de Granada.

Bueno, C. y Gil, J. J. (coords.) (2007). Las TIC en la Educación.

Cabero Almenara (2007). Nuevas tecnologías aplicadas a la educación.

Cobo y Batanero (2003). Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria.

Cobb, P y McClain, K. (2004). Principios para el diseño instruccional en el desarrollo de razonamiento estadístico. Países Bajos.

De Gialdino, I. (2006). La investigación cualitativa. Estrategias de investigación cualitativa.

Garfield (2003) Statistical Reasoning Assessment (SRA) Instrument.

Markus Hohenwarter (2008). GeoGebra.

MEN (2004), Los estándares básicos en competencias matemáticas. Bogotá.

Sampieri, Hernandez, & Callado. (2014). Metodología de la Investigación. McGrawHill Edition.

Suárez Pazos, M. (2002). Algunas reflexiones sobre la Investigación-acción colaboradora en la Educación. Revista Electrónica de enseñanza de las Ciencias. Vol. 1 N° 1. Universidad de Vigo. [Documento en Línea] Disponible: <http://saum.uvigo.es/reec/volumenes/volumen1/Numero1/Art3.pdf>

UNESCO, (2005). La integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en los Sistemas Educativos.



## EL HORIZONTE MATEMÁTICO DEL PROFESOR EN LAS UNIDADES DE MEDIDA DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Nicolas Guillermo Álvarez Rojas<sup>1</sup>

Nildo Javier Carbal Pereira<sup>2</sup>

Sonia Valbuena Duarte<sup>3</sup>

### Resumen

Esta investigación tuvo como objetivo Analizar el Horizonte matemático del profesor en las Unidades de Medida de las Funciones Trigonométricas, con el propósito de entender que está pasando con la enseñanza, el aprendizaje y el conocimiento disciplinar del profesorado, mirando la Formación y las Concepciones, este proyecto de investigación está orientado a llevar una reflexión sobre la práctica y como las dificultades presentadas pueden afectar a los estudiantes, para indagar sobre esto se le aplicaron cuestionarios a 6 profesores, luego se le hicieron entrevistas y posteriormente se hizo una revisión de los Planes de Estudio de donde ellos eran egresados. Este trabajo cierra con la caracterización del Horizonte Matemático, además posee unas conclusiones y recomendaciones las cuales se consideran pertinentes e importantes a partir del análisis de la información que se recolectó, esto tiene sus evidencias y es posible ver como la formación del profesor incide en el aprendizaje de los estudiantes y como las concepciones del profesor afectan a su práctica pedagógica.

**Palabras clave:** *Aprendizaje, Concepción, Enseñanza, Formación, Funciones Trigonométricas, Horizonte Matemático, Planes de estudio, Profesor de Matemáticas, Unidades de Medida.*

### Abstract

The present research had as an objective, to analyze the HORIZON CONTENT KNOWLEDGE (HCK) of the teacher in the Units of Measurement of the Trigonometric Functions, with the purpose of understanding what is happening with the teaching, learning and disciplinary knowledge of the teaching staff, with views to teachers Training and Conceptions. This research project is oriented to carry out a reflection on the practice and how the difficulties presented can affect the students; to investigate this, surveys were applied to 6 teachers, then the interviews were put on and later a review of the Study Plans which teachers were graduated. This investigation conclude with the characterization of the Mathematical HCK, generating some conclusions and recommendations which are considered pertinent and important from the analysis of the information that was collected, counting with evidences that allows to see how teacher training affects the learning of students and how the teacher's conceptions affect their pedagogical practice.

**Keywords:** *Conception, Curricula, Learning, Mathematical Horizon, Mathematics Teacher, Teaching, Training, Trigonometric Functions, Units of Measurement.*

---

<sup>1</sup> Licenciado en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; ngalvarez@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>2</sup> Licenciado en Matemáticas; Universidad del atlántico; Colombia; ncarbal@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>3</sup> Magister en Educación y Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia;  
soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

## 1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación abordó un análisis de la formación y la concepción del Profesor de Matemáticas desde el Horizonte Matemático (HCK), en lo que son las unidades de medida de las funciones trigonométricas. Dicho análisis mostró como hay relación entre el saber pedagógico y el saber disciplinar del Profesor, además de la capacidad de relación que este debe tener al momento de contrastar los contenidos que imparte en el aula de clase con saberes de otras áreas. Esto debido al factor decisivo que toma la formación del Profesor en el Aprendizaje de los Estudiantes y como la concepción del profesor le favorece a su acto educativo.

En escenarios internacionales se han encontrado múltiples investigaciones que atienden a la revisión de este proceso, del mismo modo se encontraron investigaciones en el escenario nacional, aunque en menor medida. Con respecto al escenario local, el acercamiento investigativo que se encontró de lo revisado es demasiado escueto, lo que hace pertinente y necesario este trabajo. Para llevar a cabo esta investigación se hizo uso de tres instrumentos que permitieron la recolección de la información; entre estos la revisión documental a los planes de estudio de los programas cursados por los Profesores de Matemáticas encuestados, una entrevista oral y un cuestionario presentado a los mismos. Los resultados obtenidos fueron consagrados a través del análisis de tareas y el HCK. La información recopilada y analizada posibilitó concluir que tan decisiva es la formación del Profesor de Matemáticas en las unidades de medidas de las funciones trigonométricas al momento de Enseñar este tema y como las concepciones del profesor tienen incidencia directa en lo que están aprendiendo los estudiantes. Finalmente se cede un espacio de recomendaciones donde se busca exhortar la reflexión acerca de la permanente formación que el Profesor de Matemáticas debe tener a lo largo y ancho de su práctica profesional.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Antecedentes

**2.1.1 Ámbito Internacional:** En este ámbito se encontró con el trabajo *Concepciones y Matemática escolar: Unidades de Medida de las Funciones Trigonométricas* en el nivel medio superior, realizado en México en el año 2012, por Gustavo Martínez Sierra; divulgado por la *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* en el mismo año en que se realizó, en el cual se presenta un análisis didáctico-cognitivo de las Unidades de Medida de las Funciones Trigonométrica; de igual manera nos encontramos con el Artículo *El Horizonte Matemático en el conocimiento para la enseñanza del Profesor: geometría y medida en Educación Primaria*, realizado en España en el año 2015, por Genaro de Gamboa, Edelmira Badillo y Miguel Ribeiro; divulgado por la *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, se presenta la construcción de un Conocimiento Disciplinar y el por qué es tan importante.

**2.1.2 Ámbito Nacional:** En este ámbito ponencia llamada *Los programas de Formación de Profesores de Matemáticas y su relación con las prácticas docentes*, realizado en la ciudad de Bogotá en el año de 2013, por María Rocío Malagón; divulgado en las memorias del I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe, esta investigación nos mostró una

metodología práctica de trabajo, donde se construye un modelo de base para analizar u observar las prácticas de enseñanza de los Profesores de Matemática y que está sucediendo con su saber disciplinar; por ultimo está el trabajo realizado por Cesar Puentes Gutiérrez se titula *El rol y el perfil del docente intelectual colombiano en la Formación de las Matemáticas*, este trabajo realizado en el 2012 en la universidad de Manizales; publicado por la Revista Plumilla Educativa, muestra la importancia del rol y el perfil de un docente, este se centra en él ser como un sujeto reflexivo y analítico, el cual debe tener presente la dificultad de lo novedoso al momento de contextualizar un proceso de enseñanza o bien su proceso de Aprendizaje

## 2.2 Marco conceptual

**2.2.1 El Horizonte Matemático de la Educación:** Para el abordaje de esta investigación fue necesario especificar que es el Horizonte Matemático (HCK), el cual está orientado a la Educación Matemática, para eso se hizo el repaso de cómo se concibió y como tiene distintas aproximaciones. Una Concepción importante y desatada nos la brinda Zazkis y Mamolo (2011) los cuales relaciona directamente el Horizonte Matemático con el Contenido Disciplinar avanzado, dejando de lado cualquier acercamiento Pedagógico, algo similar sucede con Wasserman, Mamolo, Ribeiro y Jakobsen (2013) que está relacionado con el contenido curricular de la matemática avanzada, pero otro enfoque nos ofrece Jakobsen, Thames, Ribeiro y Delaney (2012) los cuales centran su atención al Horizonte Matemático visto desde la escuela con una visión disciplinar compleja llevada a lo elemental, cabe aclarar que la manera en que abordará la investigación es la planteada por Gamboa et al., (2015) la cual contiene particularidades puesto que están adaptadas a un contexto educativo, hablar solamente de un Contenido Disciplinar riguroso sin antes no tocar el conocimiento de la enseñanza y el Aprendizaje de la matemática en la vida sería nulo, además se considera una transición abrupta pasar directamente de un conocimiento Matemático riguroso y profundo como lo indica Fernández y Figueiras (2014). Es claro que el Conocimiento Disciplinar Matemático es sumamente importante, pero este es necesario que esté vinculado al proceso enseñanza y Aprendizaje

**2.2.2 Caracterización del Horizonte Matemático:** El Horizonte Matemático (HCK) que tomamos es el propuesto por De Gamboa, G., Badillo, E.; Ribeiro, C.M. en su artículo titulado *El Horizonte Matemático en el conocimiento para la enseñanza del Profesor : geometría y medida en Educación Primaria* del cual se adaptó una metodología de la investigación para desarrollar la caracterización, cabe mencionar que este HCK está centrado en tres tópicos fundamentales que son la enseñanza, aprendizaje y contenido disciplinar y a su vez los indicadores que hacen parte de él.

Figura 1. Indicadores de HCK, Gamboa et al., (2015)

Niveles de HCK	Indicadores de HCK
Reconocer y relacionar	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) Identificar relaciones entre ideas o conceptos matemáticos.</li> <li>b) Identificar errores y dificultades de los alumnos.</li> <li>c) Valorar la importancia de relacionar diferentes conceptos y procedimientos.</li> </ul>
Interpretar y transferir	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) Interpretar las relaciones entre conceptos matemáticos desde una perspectiva matemática avanzada.</li> <li>b) Interpretar los errores de los alumnos desde una perspectiva matemática, didáctica y curricular más avanzada.</li> <li>c) Transferir a la actividad de aula las interpretaciones generadas por la misma.</li> </ul>
Ampliar y conectar	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) Identificar e interpretar conceptos matemáticos posteriores.</li> <li>b) Prever dificultades de los alumnos en temas posteriores.</li> <li>c) Conectar con conceptos matemáticos de otros cursos así como con conceptos de otras asignaturas que cursen los alumnos.</li> </ul>

### 3. METODOLOGÍA Y RESULTADOS

El paradigma utilizado en la presente investigación fue el Interpretativo (Sampieri, Collado, & Lucio, 2014). La problemática por tratar es como el Horizonte Matemático incide en el estudio de las Unidades de Medida de las Funciones Trigonométricas, con el fin de transformar la práctica educativa, reflexionando sobre lo que se aprende y enseña. Esta investigación está orientada desde un enfoque Cualitativo (Alvarez & Jurgenson, 2003; Deslauriers, 2004; Casilimas, 2002; Tamayo, 2009) la cual se basa en un esquema deductivo y lógico que busca comprender los fenómenos que se están presentando en las Unidades de Medida al momento de aprenderlas y enseñarlas. Según Marshall (2011) y Preissle (2008) (Citado en Sampieri. et al., 2014) el enfoque cualitativo es recomendado cuando el tema de investigación ha sido poco explorado en el contexto, caso similar lo que ha ocurrido con el presente proyecto, el cual en el contexto regional carece de antecedentes.

El tipo de investigación es Exploratoria (Cazau, 2006; Rivero, 2008) ya que el propósito es examinar el problema de las Unidades de Medida que ha sido poco estudiando en el contexto regional e inclusive en lo que se ha podido investigar no ha sido abordado en el contexto nacional, cabe resaltar que a lo largo de la investigación se ha encontrado material de índole internacional y en específico en México (Sierra, 2012). Esta investigación enfatiza en lo descriptivo (Franyutti, 2006) que está vinculado a narrar lo que se está presentando con las Unidades de Medida, teniendo en cuenta las líneas de referencia del HCK y a su vez cruzando la información para validarla. También debe mencionarse que el diseño de la investigación se fundamenta en lo No Experimental Transaccional (Bogdan & Taylor, 1987) puesto que el estudio de investigación no tendrá manipulación deliberada de los momentos de observación en los que están presentes los niveles del HCK, sino que se observará en su medio natural, este estudio está centrado en un momento único, el cual describirá las Unidades de Medida en el momento dado (Sampieri, Collado, & Lucio, 2014).

Los resultados obtenidos podemos evidenciarlos en la siguiente tabla con el fin de compactar la información:

RESULTADOS	
ANÁLISIS DE TAREAS	Por medio del análisis de tarea se logró encontrar información acerca de los saberes pedagógicos y disciplinares del profesor de matemáticas sobre las unidades de medida de las funciones trigonométricas, además de la capacidad de relacionar de estos

	saberes con conocimientos dentro y fuera de las matemáticas que los profesores de matemáticas encuestados poseen.
ENTREVISTAS	Por medio de la entrevista se pudo conocer acerca de las concepciones del profesor de matemáticas sobre las unidades de medida de las funciones trigonométricas; las dificultades asociadas a los conceptos matemáticos, a la didáctica asociada a estos conceptos matemáticos y la influencia del aprendizaje que este tuvo sobre las unidades de medida con la práctica del mismo.
REVISIÓN DOCUMENTAL	La revisión documental posibilitó el lugar a inferencias asociadas a la formación que como mínimo el profesor de matemáticas tiene a lo largo de su pregrado y como este factor influye en la práctica del mismo.

#### 4. CONCLUSIONES

En la ejecución de la presente investigación se logró alcanzar de manera satisfactoria los objetivos planteados a corto y mediano plazo, lo que permitió el cumplimiento, secuencialmente, del objetivo general, se logró examinar las concepciones que tiene el Profesor de matemáticas en la enseñanza de las unidades de medida de las funciones trigonométricas, por medio de las entrevistas orales realizadas, lo que posibilitó hacer inferencias de como este aborda el contenido disciplinar y la enseñanza que este mismo exige.

Se llegó a examinar en gran medida las concepciones del profesor de matemáticas que tiene respecto a las unidades de medida y como estas concepciones influyen en su práctica pedagógica. Es notorio ver como el concepto es subjetivo y es proporcional al nivel de formación que logró, debido a que, así como le enseñaron puede que haga lo mismo o el reflexionando entienda que existes muchas metodologías, técnicas para facilitar la enseñanza y el aprendizaje de los estudiante. Quiere decir que el profesor a medida que va reflexionando sobre su práctica, él va mejorando en los aspectos positivos de su práctica educativa.

Se logró interpretar como incide el componente disciplinar del Profesor de Matemáticas en la enseñanza de las unidades de medidas de las funciones trigonométricas. De lo que se puede afirmar que un buen dominio del tema permitirá al Profesor identificar, relacionar e interpretar conceptos matemáticos avanzados y posteriores a los de un momento determinado. Sin embargo, poseer estrictamente dicho dominio no garantiza una buena práctica.

Para concluir, en la presente investigación se encontró mucha información que corrobora la dificultad presente en las enseñanza-aprendizaje de las unidades de medida, gracias al análisis de tareas y a las entrevistas, además nos brinda una panorámica de lo que viene sucediendo a lo largo de los años en la Licenciatura en Matemáticas con la temática de la trigonometría que es tan importante en asignaturas transversales.

#### 5. REFERENCIAS

Sierra, G. M. (2012). Concepciones y matemática escolar: Unidades de medida de las funciones trigonométricas en el nivel medio superior. *Relime*, 35-62.

- Gamboa, G. D., Badillo, E., & Ribeiro, M. (2015). El Horizonte Matemático en el conocimiento para la enseñanza del profesor: geometría y medida en Educación Primaria. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 1-24.
- Cárdenas, M. D., Beltrán, G. S., & Salgado, V. D. (2010). La transición: Grados  $\rightarrow$  Radianes  $\rightarrow$  Reales. Un obstáculo didáctico. *NÚMEROS*, 29-30.
- Zazkis, R., & Mamolo, A. (2011). Reconceptualizing knowledge at the mathematical horizon. *For the Learning of Mathematics*, 31(2), 8-13.
- Wasserman, N. H., Mamolo, A., Ribeiro, C. M., & Jakobsen, A. (2013). Exploring Horizons of Knowledge for teaching. *Proceedings of the 38th IGPME y 36th PME-NA*, 1, 247.
- Jakobsen, A., Thames, M. H., Ribeiro, C. M., & Delaney, S. (2012). Using Practice to define and distinguish Horizon. Seoul (Korea): 12th International Congress on Mathematical Education.
- Gamboa, G. D., Badillo, E., & Ribeiro, M. (2015). El Horizonte Matemático en el conocimiento para la enseñanza del profesor: geometría y medida en Educación Primaria. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 1-24.
- Fernández, S., & Figueiras, L. (2014). Horizon Content Knowledge: Shaping MKT for a Continuous Mathematical Education. *Redimat*, 3(1), 7-29.
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (2014). *Metodología de la Investigación* (Vol. 6). México, México: McGrawHill.
- Cazau, P. (2006). *Introducción a la investigación de las ciencias sociales* (Vol. 3). Buenos Aires: Editorial Universidad Ricardo Palma.
- Franyutti, A. (2006). *Metodología de la Investigación, un nuevo enfoque*. Hidalgo: Lases Print.
- Sierra, G. M. (2012). Concepciones y matemática escolar: Unidades de medida de las funciones trigonométricas en el nivel medio superior. *Relime*, 35-62.
- Bogdan, R., & Taylor, S. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación* (Vol. 1). Barcelona: Paidós.
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (2014). *Metodología de la Investigación* (Vol. 6). México, México: McGrawHill.

## ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE PARA DESARROLLAR LA INVESTIGACIÓN CON ORIENTACIÓN POSITIVISTA EN EL PREGRADO DE LA UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

Emma Ruby Flórez Maldonado<sup>1</sup>  
Ever Enrique Camacho Navarro<sup>2</sup>

### Resumen

La investigación tuvo como objetivo analizar el Uso de un entorno virtual de aprendizaje para desarrollar la investigación con orientación positivista en la Universidad del Atlántico en Colombia. Fue de tipo descriptiva. En los hallazgos se logró innovar en el funcionamiento de los canales de comunicación digital, se elaboraron gráficos sobre investigaciones y datos hallados en el desarrollo de las diferentes temáticas de investigación, que permitieron generar insumos para futuras investigaciones, se pudo medir la producción de la innovación de conocimientos por parte de los estudiantes y docentes. Como conclusión los EVA acercan al estudiante al mundo actual globalizado de manera instantánea y real, a través de la mediación de las tecnologías, y pretende lograr la formación de futuros investigadores con desempeños en generación de nuevos conocimientos e innovadores en las ciencias básicas.

**Palabras clave:** *Comunicación, Entorno Virtual de Aprendizaje, Género, Investigación, Positivismo.*

### Abstract

The objective of the research was to analyze the use of a virtual learning environment to develop research with a positivist orientation in the Universidad Del Atlántico in Colombia. In the findings, it was appreciated that innovation in the operation of digital communication channels was achieved, graphics were prepared on research and data found in the development of the different research topics, which allowed to generate inputs for future research, it was possible to measure the production of innovation of knowledge on the part of students and teachers. in conclusion the Eva approach the student to the current globalized world in an instantaneous and real way, through the mediation of the technologies, in the same way aims to achieve the training of future researchers with performances in generation of new knowledge and innovators in the basic sciences.

**Keywords:** *Communication, virtual learning environment, gender, research, positivism.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Es importante comprender que al ingresar el estudiante al pregrado universitario se encuentra de manera directa con tres dimensiones que explican la razón de ser de la universidad, tales como lo son la docencia, extensión e investigación, por lo cual de acuerdo al Ministerio de Educación en Colombia la educación se define como un proceso de formación permanente, personal cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes.

---

<sup>1</sup> Doctora en Ciencias Políticas; Universidad del Atlántico; Colombia; emmaruby28@gmail.com

<sup>2</sup> Universidad del Atlántico; Colombia; everkmacho@outlook.com

Es por ello que se plantea como importante la relación que se debe iniciar entre el estudiante de pre grado y la investigación puesto que es una dimensión esencial del nivel superior educativo, es donde la motivación que ejerce las TIC para desarrollar en el estudiante de pregrado un investigador, por lo cual es de suma importancia ingresar los conceptos de investigación positivista, como uno de los principales paradigmas que se utilizan en el trabajo de un investigador. Tomando en cuenta lo planteado el objetivo del presente artículo se pretende analizar el uso de un entorno virtual de aprendizaje para desarrollar la investigación con orientación positivista en el pregrado de las Universidad del Atlántico.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

El enfoque teórico, de la presente investigación va en la dirección de la resolución de problemas y de generar nuevos conocimientos a través del uso de la comunicación virtual y la enseñanza de las matemáticas, de igual forma pretende lograr la formación de futuros licenciados con desempeños en generación de nuevos conocimientos e innovadores en las ciencias básicas. Igualmente, el enfoque teórico estudiará las teorías de “aprendizaje colaborativo”, así como la concepción de “aprendizaje en red”, en la producción de nuevos conocimientos tomando en consideración el enfoque positivista de investigación.

### 2.1. Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA)

Un entorno virtual de aprendizaje, es un espacio apoyado en el uso de las herramientas de información y comunicación, en el cual confluyen diversos elementos con un propósito fundamental: la formación del estudiante, que implica el desarrollo de las diferentes dimensiones del ser (Restrepo, 1999), entre ellas específicamente, la que refiere a la construcción del conocimiento. Caracterizando los elementos que confluyen en el entorno virtual de aprendizaje son fundamentalmente: modelos pedagógicos y didácticos, contenidos, plataformas virtuales apoyadas en las redes de comunicación, docentes, estudiantes y las estrategias cognoscitivas y meta cognoscitivas que utiliza el estudiante.

### 2.2. Entornos virtuales de aprendizaje como herramientas para generar nuevos conocimientos

Conocido como “ambiente de aprendizaje”. Éste se define, entonces, como un conjunto de experiencias que permite que el estudiante de matemáticas use de manera estructurada para su formación profesional como investigador y como maestro, los procesos autónomos de construcción de conocimiento propios de la disciplina y, preferencialmente, habilidades de conocimiento dentro de ella, bajo el enfoque positivista.

Esta investigación toma los “entornos virtuales” como unos ambientes en los que se da el ejercicio de aprendizaje autónomo de las matemáticas, sin convertirlos en exclusivos.

Los encuentros virtuales, tienen como objetivo compartir experiencias, conocimientos, discutir, investigar, solucionar problemas de manera conjunta, intercambiar información y construir conocimiento de manera colaborativa. La flexibilidad que caracteriza a los entornos virtuales de aprendizaje e investigación, es relacionada con el tiempo que invierten los estudiantes para acceder a los contenidos, interactuar con sus compañeros, realizar actividades en línea, realizar las evaluaciones y producir conocimientos.



### 2.3. Aportaciones del Positivismo y del enfoque cuantitativo a la investigación

El positivismo define la concepción del mundo con exigencia propia independiente de quien lo estudia; está gobernado por leyes que permiten explicar, predecir (pronosticar) y controlar los fenómenos del mundo natural, que pueden ser descubiertos y descritos de manera objetiva y libre de valoraciones o especulaciones de los investigadores. (Gómez-Armijo, 2006, p. 18-19).

La lógica metodológica de esta corriente filosófica es la hipotética deductiva, válida para todas las ciencias y se sustenta en las bases siguientes: La teoría debe ser universal no limitada en contexto, la ciencia es neutra, el mundo social existe como un sistema de variables, el conocimiento debe ser formalizado con variables personalizadas y seleccionadas de manera precisa en las que se manifiesta la causalidad.

Esta corriente filosófica sienta las bases para el surgimiento de uno de los paradigmas más establecidos en la investigación científica sobre todo en las ciencias básicas, conocido también como el enfoque cuantitativo, el cual, de acuerdo con lo esquematizado por Hernández, Fernández y Baptista(2014) exponen que el enfoque o paradigma cuantitativo, fundamentado con fuertes bases en el positivismo y sus corrientes sucesoras como el neopositivismo y el pospositivismo, se caracteriza por: medir fenómenos, utilizar estadísticas, probar hipótesis, realizar análisis causa-efecto, de ahí que los procesos que se realizan bajo este enfoque sean secuenciales, deductivos, probatorios y de análisis de la realidad objetiva.

En la consideración de Ramos (2015) el positivismo afirma que la realidad es absoluta y medible, la relación entre investigador y fenómeno de estudio debe ser controlada, puesto que no debe influir en la realización del estudio. Los métodos estadísticos inferenciales y descriptivos son la base de este paradigma. Estas características le ofrecen bondades tales como: generalización de resultados, tener control sobre los fenómenos investigados, así como precisión, réplica y predicción (pronósticos) con los datos y procesos que investiga. Por consiguiente, en este paradigma o enfoque de investigación, los procesos que se realizan son de tipo inductivo, recurrente en los que se pueden analizar múltiples realidades subjetivas y no tienen una secuencia lineal (Hernández, Fernández y Baptista, 2014, p. 3).

### 2.4. Aportaciones del positivismo y del paradigma cuantitativo a la Metría de la información y del conocimiento científico

La Matemática y la Estadística han encontrado en las disciplinas sociales el nicho ideal para la comprobación y desarrollo de sus teorías, métodos y modelos matemáticos y estadísticos. (Garg, 1991), llamó la atención en esta investigación, como al realizar una revisión sobre las principales aportaciones de los métodos cuantitativos a los EVA, se observó como la información es cuantificada por los estudiantes, se pueden sistematizar los datos y realizar graficas estadísticas para comparar los datos y emitir una comunicación científica de los resultados, para producir conocimientos innovadores.

La aplicación de este inventario de métodos y teorías provenientes del paradigma cuantitativo es solo una muestra de la importancia que ha tenido este tipo de enfoque en las investigaciones bibliotecológicas y de la información, acarreado con ello el surgimiento y consolidación de la Metría de la Información y del Conocimiento Científico como uno de sus

frentes de investigación más activos, emergente y de frontera en este campo de conocimiento.

Sin duda, en esta área de investigación altamente especializada es donde estas teorías y modelos han aportado nuevos conocimientos en la medición y solución de problemas relacionados con la productividad de autores científicos, la concentración–dispersión, impacto, visibilidad y obsolescencia de la información, el crecimiento exponencial de la ciencia y de la información, la evaluación de fondos, fuentes, recursos, servicios e instituciones científicas y de información. Gómez-Armijo, (2006).

## 2.5. Mediación tecnológica

El término mediación se fundamenta a partir del uso de signos y herramientas o instrumentos. Según Vygotsky, el término signo significa “poseedor de significado”, por lo cual, la mediación ubica al signo entre el individuo y el objeto de aprendizaje o finalidad, y se determina por la relación entre estos. Comprender la fuerza de los signos implica reconocer su capacidad mediacional. Desde Vygotsky, los signos más importantes al inicio de su teoría surgen del lenguaje humano. Y sentaron su base en la relación entre procesos individuales y sociales. Sin embargo, estos signos se desarrollan a través de un proceso, mediante el cual todo medio o actividad redundante en la acción mediada sobre la cual Vygotsky resalta la importancia de estímulos medios, como herramientas que ayudan a controlar la respuesta del individuo.

La mediación implica una práctica social orientada a “tender puentes”, construir nuevos vínculos y posibilitar el aprendizaje, de igual manera, permite reforzar la motivación del estudiante en los métodos utilizados para lograr aprender. Las Tecnologías de Información y comunicación en la acción mediada, proponen una nueva acción educativa caracterizada por las nuevas percepciones y relaciones sociales que se desarrollan alrededor de las mismas. Cuando se media de una manera diferente las acciones educativas, cambia también la relación en el manejo, gestión y apropiación de la información. Todo lo que recibe entonces el estudiante a través de los entornos virtuales de aprendizaje se transforma en un nuevo sustrato de información que redefine este mismo aprendizaje Suárez (2001).

## 2.6. La metacognición elemento necesario para la auto investigación y autoaprendizaje

La metacognición ha sido definida como el conocimiento del conocimiento o la cognición de la cognición. También se investigó la metacognición en relación con otros procesos psicológicos como la solución de problemas, el razonamiento, la inteligencia y la atención, así como en relación con tareas académicas como la lectura (Baker y Brown, 1984, Gardner 1987 y Turner, 1991, la escritura, las matemáticas y el aprendizaje de la ciencia.

Actualmente se viene desarrollando una línea de investigación que relaciona la metacognición y la memoria y la metacognición y los ambientes de educación virtual. Existen diferentes definiciones de metacognición, algunos la consideran procesos cognitivos y otros la refieren a procesos de supervisión y de regulación de la propia actividad cognitiva al enfrentarse a una tarea. Flavell (1971), definió la metacognición como: “el conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos, por ejemplo, las propiedades de la información relevantes para el aprendizaje.

Continuando con esta perspectiva Brown y cols (1984) definió la metacognición como “el centro deliberado y consciente de la propia actividad cognitiva”. Conlleva a los usuarios del EVA, tengan un grado de conciencia sobre sus propias limitaciones, las estrategias que se posee, la identificación de problemas, la planificación, supervisión, previsión y evaluación de la efectividad de los planes. De esta manera la estrategia metacognitiva, no se refiere a una técnica, sino al conocimiento propio que se tiene sobre cómo, cuándo y dónde usarla, es así como la conciencia se convierte en un requisito previo de la autorregulación.

### 3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La presente propuesta de investigación, toma como conductor metodológico el paradigma positivista, de tipo exploratorio, de igual forma el diseño de investigación fue no experimental, de campo y transeccional puesto tal y como lo afirman Hernández y col (2014) puesto que se describen los hechos ocurridos, se toma la información en el lugar donde está el sujeto de estudio, no hay manipulación de variable, se mide una única vez, aplicado al ámbito educativo e investigativo, la asociación de los problemas de investigación con los resultados y la intervención de la estrategia, uso de un Entorno Virtual de Aprendizaje para desarrollar la investigación con orientación positivista en el pregrado de las Universidades Públicas Colombianas caso universidad del Atlántico, para observar la producción de nuevos conocimientos e innovación a través de la mediación de la comunicación virtual.

### 4. CONCLUSIONES.

Esta investigación se presenta como un acercamiento entre la tecnología y la sociedad. Se tiene, en su horizonte, la hipótesis de que los Entornos Virtuales para el Aprendizaje EVA, propician una formación integral, más amplia que los contenidos planos entregados en un aula regular, los EVA, acercan al estudiante al mundo actual globalizado de manera instantánea y real, a través de la mediación de las tecnologías, de igual forma pretende lograr la formación de futuros investigadores con desempeños en generación de nuevos conocimientos e innovadores en las ciencias básicas tomando en consideración el enfoque positivista de investigación.

Profundiza la formación pedagógica en procura de que los maestros futuros, en su proceso de apropiación tanto de habilidades como de conocimientos, hagan de la experiencia de aprendizaje el presupuesto que serán investigadores autónomos en construcción de nuevos conocimientos propios de la disciplina matemáticas.

Finalmente, esta investigación realizada con estudiantes del semillero de Investigación MTG, tiende a ofrecer algoritmos para la producción de conocimientos e innovación de las enseñanzas de las matemáticas on line en la educación superior de las universidades públicas de Colombia. Se observa el primer plano el EVA del semillero MTG.

Fuente: Flórez (2017)



## 5. RECOMENDACIONES Y CONSIDERACIONES FINALES

En este estudio, la implementación de los EVA con orientación positivista para las experiencias de Investigación virtual en las Universidad del Atlántico, se recomienda:

- a) Innovar el funcionamiento de los canales de comunicación digital: En la transmisión de la información, especialmente en la recepción de documentos multimedia comprimidos o en tiempo real.
- b) En la calidad tecnológica- Investigativa de la información:
  - Generar contenidos teóricos que sirvieron de base para otras investigaciones.
  - Elaborar gráficos sobre investigaciones y datos hallados en el desarrollo de las diferentes temáticas de investigación, que permitan generar insumos para futuras investigaciones.
- c) En el diseño metodológico y organizativo de la acción Investigativa:
  - utilizar los sistemas de seguimiento, evaluación y tutorización automática.

## 6. REFERENCIAS

- Baker, L. y Brown, A. (1984). Cognitive monitoring in Reading. en Flood, J. (Eds.) Understanding Reading Comprehension: Cognition, Language and the Structure of Prose. Delaware: I.R.A. (pp. 21-43)
- Cabero y cols (1998) citado por Reparaz y Mir (2000, p. 21)
- Flavell, J.H. y Wellman, H.M. (1977) Metamemory. En Perspectives on the development of memory and cognition. Hillsdale, NJ: Erlbaum. 3-33
- Garg, K. C. (1991) "Quantitative methods in Information Science: An Overview" *Collection Management* 14(3/4):75-100.

- Gómez Armijo, C. (2006) *La investigación científica en preguntas y respuestas*. [s.l.]: Corporación Uniandes. —111 p. (Consultado el 9 de sept. de 2013 en: <http://www....>)
- González Flórez, José y Vargas Guillén, Germán. “De la informática educativa a la pedagogía computacional: De J. Piaget & S. Papert a A. Newell & H.A. Simón”. En: *Maestros pedagogos II: un diálogo con el presente*. Medellín: Colegio Francés/ Vol. 25, No. 91 (2004) 171
- Hernández Sampieri, Roberto; Fernández Carlos Y Baptista Lucio Pilar. (2014) *Fundamentos de la Metodología de la Investigación*. — México: McGraw-Hill / Interamericana de España, S.A.U. 613 p
- Novak, J. D. y Gowin, D. B. *Learning how to learn*. New York y Cambridge: Cambridge University Press, 1984.
- Pérez I García A. (2002). Elementos para el análisis de la interacción educativas en los nuevos entornos de aprendizaje. *Illes Balears, Revista de medios y educación*. No. 19, junio. Pp. 49-61.
- Perkins, J. (2001): *Educación a distancia: cuando lo tradicional se torna revolucionario*. [en línea]. *Revista Bitácora*. 16 agosto 2001.
- [www.contenidos.com/bitacora/opinion.php3?hoy=2001-08-16](http://www.contenidos.com/bitacora/opinion.php3?hoy=2001-08-16)
- Piaget, J. (1980). *Estudios sobre lógica y psicología*. Barcelona: Altaya.
- Ramos, C (2015) *Los paradigmas de la investigación científica*. Unife. Tomado el día 30 de mayo de 2018.
- Restrepo, M. Campo, R. (1999). *Formación integral, modalidad de educación posibilitadora de lo humano*. Serie: *Formas de educación* No. 1. Facultad de Educación. Universidad Javeriana: Bogotá
- Rich, Elaine y KNIGHT, Kevin. *La inteligencia artificial*. Madrid: Mc Graw Hill, 1996.
- Silvio, José. *La virtualización de la universidad*. Caracas: IESALC-UNESCO, 2000.
- Skinner, Burrus F. *Tecnología de la enseñanza*. Barcelona: Labor, 1985.
- Suárez Guerrero, C. (2001). *Los entornos virtuales de aprendizaje como instrumentos de mediación*. España. Universidad de Salamanca. [http://www3.usal.es/~teoriaeducacion/rev\\_numero\\_04/n4\\_art\\_suarez.htm](http://www3.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_04/n4_art_suarez.htm)
- Turner. *Matemática moderna aplicada: probabilidades, estadística e investigación operativa*. Capítulo 5: *Teoría de grafos*. Madrid: Alianza Universidad, 1974.
- Vygotsky, Lev S. (1999) *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona: Eds. Fausto.

## ESTRATEGIA PARA LA INTERPRETACIÓN DE LA FUNCIÓN LINEAL A PARTIR DE LA RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMAS EN ESTUDIANTES DE 10° DE I.E.M.A. DE LA CIUDAD DE SINCELEJO EN EL AÑO 2016

Yesica María Solano Meneses<sup>1</sup>  
Aldair De Jesús Herrera Ferreira<sup>2</sup>  
Antonio José Patrón<sup>3</sup>

### Resumen

Esta investigación se realizó con estudiantes de 10° de la Institución Educativa Madre Amalia en la ciudad de Sincelejo; El resultado de un pre-test detectó que el nivel de los estudiantes no estaba acorde con las expectativas y el trabajo con funciones desde grados inferiores que plantea el MEN en los estándares básicos de competencias y DBA; generando una problemática ya que el concepto de función es uno de los más relevantes permite que el estudiante desarrolle el pensamiento variacional. El objetivo fue diseñar una estrategia centrada en la resolución de situaciones problemas para facilitar la interpretación de la función lineal en los estudiantes de 10° de la I.E.M.A. Tipo de investigación cualitativo, con diseño experimental Y modalidad descriptiva. Es importante resaltar que los estudiantes a la hora de interpretar la función lineal, mejoraron gracias a las intervenciones centradas Situaciones problemas se puede evidencian en los resultados del pos-test.

**Palabras clave:** *Función lineal, situaciones problemas, soluciones de problemas, variables.*

### Abstract

This research was carried out with 10th students of the Madre Amalia Educational Institution in the city of Sincelejo; The result of a pre-test detected that the level of the students was not in accordance with the expectations and the work with functions from lower grades proposed by the MEN in the basic competency and DBA standards; generating a problematic since the concept of function is one of the most relevant allows the student to develop the variational thinking. The objective was to design a strategy focused on solving problem situations to facilitate the interpretation of the linear function in 10th grade students of the I.E.M.A. Type of qualitative research, with experimental design and descriptive modality. It is important to emphasize that students when interpreting the linear function, improved thanks to interventions focused Situations problems can be evidenced in the results of the post-test.

**Keywords:** *Linear function, problem situations, problem solutions, variables.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Entre los contenidos asociados al pensamiento variacional que se aborda en la matemática escolar, está el de función lineal tema clave para el desarrollo de dicho

---

<sup>1</sup> Estudiante; Universidad de Sucre; Colombia; yesica.solano13@outlook.com

<sup>2</sup> Licenciado en matemáticas; Universidad de Sucre; Colombia

<sup>3</sup> Magister en informática educativa; Universidad de Sucre; Colombia; ajpatron09@outlook.com

pensamiento, porque permite modelar situaciones reales y posibilita comprender el concepto de límite. García (2009) afirma que este concepto es uno de los más potentes en matemáticas ya que a partir de este se modelan muchos fenómenos de la ciencia, por otra parte, y desde el punto de vista curricular, “las funciones son centro de análisis y la manipulación conceptual y operatoria crea vínculos con fenómenos de variación, modelos algebraicos y analíticos” (lineamientos curriculares 1999). Generando así un gran papel a la hora de la formación del ser matemático en los estudiantes entendido como el dominio de las competencias matemáticas, siendo estas alcanzadas gracias a ambientes de aprendizaje enriquecidos en situaciones problemas que posibilitan avanzar en los niveles de dominio de estas competencias. El M.E.N plantea en los estándares básicos de competencia que los estudiantes al finalizar el grado noveno deben manejar el concepto de función y aspectos relacionados con este. Teniendo en cuenta los estándares como referentes que rigen los contenidos que deben aprender todo estudiante en determinado grado, es necesario mirar si realmente se está alcanzando lo relacionado con el concepto de función. Investigaciones dan muestra de la existencia de dificultades en los estudiantes pertenecientes a la temática en cuestión, por ejemplo, Bagnis (2009) evidencia obstáculos que se manifiestan en el aprendizaje, concluyendo que los obstáculos se pueden encontrar con relación a la forma en cómo se aborda esta temática. “Algunas de las causas pueden pertenecer a factores culturales” (Fuentes, 2010) ya que para un gran porcentaje de la población cohiben las matemáticas como difíciles, lo que genera una falta de interés al momento de tener un encuentro con cualquier temática de esta área. Por otra parte la manera en como los docentes enseñan a los estudiantes, la utilización de herramientas didácticas, las actividades y las situaciones que se utilizan para desarrollar este concepto son factores que inciden al momento de comprender y dominar el tema función lineal y con este los componentes que la caracterizan. En el contexto local gracias a un test aplicado a estudiantes de 10° de la I.E.M.A de la ciudad de Sincelejo, dicho test tenía como objetivo identificar las dificultades existentes en los estudiantes con respecto a la temática de función lineal; luego de llevar a cabo un análisis de contenido de los resultados pudimos identificar 3 dificultades en los estudiantes (Identificar las variables, Interpretar la gráfica, Realizar la representación analítica de una función).

Desde lo planteado anteriormente se generó una pregunta problema ¿Qué incidencias tiene la estrategia de resolución de situaciones problemas en la interpretación de la función lineal en estudiantes de 10° de I.E.M.A de la ciudad de Sincelejo, año 2016?

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Los referentes teóricos que se tomaron para la realización fueron **Carmen Azcarate** Ningún concepto viene aislado del otro, ya que dentro de uno subyacen muchos objetos utilizamos este referente a la hora de elaborar los talleres de proporcionalidad; **Jean Piaget**: Se debe tener en cuenta principalmente el aprendizaje de los estudiantes; por tal razón se tienen presentes las etapas del desarrollo de las estructuras cognitivas que propone Piaget, la etapa que se tomó fue **Operaciones formales** (12 años y más) debido a que en este estadio es donde están todos los estudiantes a investigar; **George Polya**: “Solo los grandes descubrimientos, permiten resolver los grandes problemas, hay, en la solución de todo problema, un poco de descubrimiento”. Se abordó a la hora de realizar las situaciones problemas contextualizadas; **Lev Vygotsky**: Las interacciones sociales con compañeros y adultos más conocedores constituyen el medio principal del desarrollo del intelecto, lo abordamos a la hora de la

realización de los talleres grupales en la etapa de intervención; **Teoría de Ausubel:** la teoría de aprendizaje significativo de Ausubel, ocurre cuando una nueva información se conecta con un concepto pre existente en la estructura cognitiva. Teniendo en cuenta lo anterior, los estudiantes investigados utilizaron esta teoría al momento de resolver el pre-test.

### 3. METODOLOGÍA

Objetivo general: Diseñar una estrategia centrada en la resolución de situaciones problemas para facilitar la interpretación de la función lineal en los estudiantes de 10° de la I.E.M.A. de la ciudad de Sincelejo en el año 2016. Metodología el tipo de investigación es cualitativo teniendo en cuenta que la variable con la que se desarrolló la investigación es la interpretación de la función lineal, la investigación se desarrolló en un diseño experimental por ser de carácter interventivo, por otra parte la modalidad de la propuesta investigativa o el diseño según la técnica es descriptiva, puesto que se llevó un control de lo que ocurrió durante el proceso mediante unos diarios de campos, de acuerdo a las fuentes de los datos es pro-activa ya que los instrumentos empleados son realizados por el grupo investigador; la población escogida son 88 estudiantes de 10° de la I.E.M.A. de la ciudad de Sincelejo. Debido a que los grupos están formados no existe aleatoriedad para escoger la muestra a intervenida, por tanto el tipo de muestreo utilizado para la escogencia de la muestra es no probabilístico y se trabajó con el grado 10° del grupo C que consta de 30 estudiantes. Por otra parte los instrumentos y las técnicas utilizados fueron Pre-test, pruebas escritas, talleres interactivos, Post-test, diario de campo. Se realizaron 4 fases para la aplicación los instrumentos (**FASE A.** Se aplicó el pre-test, se identificaron y se colocaron a prueba las competencias que han desarrollado los estudiantes referentes al tema de función lineal y sus componentes, **FASE B.** Se realizaron 3 intervenciones centradas en las situaciones problemas creadas por el grupo investigador con el propósito de presentar a la función lineal en sus diferentes representaciones, **FASE C.** se llevó a cabo la aplicación del post-test con términos similares al pre-test con los resultados se realizó un análisis de contenido y por último, **FASE D.** se realizó una comparación o contraste entre el pre-test y el post-test.) La recolección de los datos se llevó a cabo mediante pre-test y post-test por su parte el procesamiento de los datos se realizó mediante una escala de medición nominal, se realizó unas categorías (respondieron las preguntas y los que no respondieron) y a su vez unos sub grupos con características definidas, se realizaron análisis de datos y análisis didácticos de los instrumentos y se realizaron representaciones gráficas, tabulares para la organización de los mismos.

### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Al momento de aplicar el pre-test se pudo identificar las dificultades en los estudiantes su vez estaba conformado por una situación problema, una gráfica y siete interrogantes; el total de estudiantes que logro responder lo que se evaluaba fue menos del 50% en cada pregunta. A la hora de intervenir se realizaron talleres de proporcionalidad, se evidencio la función lineal en todas sus representaciones en situaciones problemas contextualizadas, talleres interactivos. El avance tanto cognitivo como conceptual de los estudiantes se justificó a la hora de realizar el post-test que tenía las mismas características y condiciones del pre-test del cual los interrogantes uno, dos, tres, seis lograron desarrollar lo que se evaluaba el 100% de los estudiantes, en los interrogantes cinco y siete el porcentaje fue de 80% y 60% respectivamente.



De manera general se verificó la eficacia del diseño de la estrategia centrada en la resolución de situaciones problemas para facilitar la interpretación de la función lineal en los estudiantes de 10° de la I.E.M.A. de la ciudad de Sincelejo en el año 2016.

En conclusión, es importante resaltar que los estudiantes de 10° de la I.E.M.A. mejoraron por su capacidad de raciocinio y análisis puesto que se evidencia certeza al encontrar la ecuación que representa la función a partir de los análisis de la información dada, es decir realizó un proceso de transposición de una representación a otra.

## 5. REFERENCIAS

- Azcarate, G. (1996) Funciones y Graficas, Ed Síntesis. (Madrid, La Muralla).
- Gualdo, H. (2010) Función y algunos problemas de la vida diaria que se pueden modelar a través de una función.(Universidad de Sucre)
- Longman, W. (1998) Introducción a Piaget pensamiento -Aprendizaje – enseñanza, ed. Person Educación
- Polya George, (1965) Como plantear y resolver problemas. (Trillas, México)
- Tavera, C. (1999) Propuesta para explorar la comprensión de aspectos de la función lineal.

## HACIA UNA DIDÁCTICA MATEMÁTICA DESDE UNA METODOLOGÍA DE TRABAJO CON TÍTERES

Jader Gonzalez Ardila<sup>1</sup>  
Margarita Paternina Guerra<sup>2</sup>  
Judith Bertel Behaine<sup>3</sup>

### Resumen

Esta experiencia tuvo como propósito principal, diseñar una estrategia didáctica sustentada en el arte de obras con títeres, para despertar el interés por el estudio de la matemática en el nivel escolar. Se realizó un diseño de curso con una metodología integrada y de investigación- acción, que permitió formar a los estudiantes de segundo semestre periodo-02 del año 2017 de Licenciatura en Matemática de la Universidad de Sucre en este campo. Mediante la aplicación de técnicas de manipulación de títeres y creación de libretos con historias, cuentos, y situaciones cotidianas de aprendizaje con contenido matemático, se logró promover el estudio de la disciplina, de una forma poco convencional, llenando las expectativas de los futuros docentes mediante la socialización de las presentaciones realizadas a la comunidad académica del programa y a la población estudiantil de las instituciones educativas del municipio.

**Palabras clave:** *motivación, obras de títeres, saber matemático*

### Abstract

The objective of this research was to design a didactic strategy based on the art of puppet plays to awaken interest in the study of mathematics at the school level. A course design was developed with an integrated methodology and research - action, which allowed to train second semester students period-02 of the year 2017 of Degree in Mathematics of the Universidad de Sucre in this field, through the application of techniques of manipulation of puppets and creation of scripts with stories, and learning situations with mathematical content everyday, it was possible to promote the study of the discipline in an unconventional way, filling the expectations of future teachers by means of the socialization of the presentations made to the academic community of the program and to the student population of the educational institutions of the municipality.

**Keywords:** *motivation, puppet plays, mathematical knowledge.*

### 1. INTRODUCCIÓN

El aula, entendida como el espacio de gestión y reflexión de la enseñanza por parte del docente y de los aprendizajes por parte de los alumnos, requiere una postura del docente que busca recursos y estrategias para realizar la transposición de un conocimiento científico-formal a otro accesible de ser enseñado y aprendido, tomando en cuenta este principio, la siguiente propuesta, busca interesar a los estudiantes de educación básica en el estudio de la

---

<sup>1</sup> Estudiante; Universidad de Sucre; Colombia; jadergonzalez2401@hotmail.com

<sup>2</sup> Estudiante; Universidad de Sucre; Colombia; marguipaterninaguerra@gmail.com

<sup>3</sup> Universidad de Sucre; Colombia; judithbertel@gmail.com

matemática, integrando el arte de los títeres con el proceso enseñanza –aprendizaje de la matemática.

Es una realidad palpable, que los conceptos y contenidos matemáticos poco interesan a los estudiantes y si su presentación y desarrollo se torna rutinario y poco llamativo, el impacto que se va a lograr en el aprendizaje puede no ser el que se espera.

Como docentes reflexivos inmersos en una práctica docente, se requiere tener siempre una mirada constante sobre el hecho educativo, sobre los actores que intervienen y sobre el conocimiento diverso y cambiante que está en juego (Alcaraz,2014) ) luego utilizar los recursos que nos brindan las artes para integrarlo al estudio de la matemática en la escuela, se puede convertir en una gran ayuda no solo porque incentiva el interés por su estudio sino, que por a través de esta estrategia , los educandos alcanzan a través del lenguaje artístico, una educación integral, donde se promueve el desarrollo de la creatividad, la sensibilidad y la percepción, impulsando la creación de universos singulares que den sentido a lo que es significativo para cada ser humano .

Para aportar a esta reflexión, se generó esta experiencia a través del curso de práctica pedagógica investigativa en el segundo semestre de la Licenciatura en Matemática de la universidad de sucre. En este curso se diseñó la propuesta como una unidad del plan a desarrollar en la asignatura y con la colaboración del instructor de teatro y títeres de la universidad Sucre se formó a los estudiantes en este arte y se integró con los contenidos del proceso investigativo que debían aprender. Esta experiencia permitió un abordaje integral del curso y un inicio en el proceso investigativo de los estudiantes, alrededor de la didáctica matemática.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En los últimos tiempos, el campo de la educación matemática se ha vuelto tan amplio que permite involucrar distintas experiencias desde las otras disciplinas para trabajar sobre todo el campo de la didáctica y la pedagogía en el aula. La construcción del conocimiento matemático a partir de los intercambios socioculturales (Vygotsky, 1987).

En la perspectiva realista, se propone que la matemática posee valor educativo en la medida en que permite comprender y participar de los modos en que esta disciplina organiza distintas esferas de nuestro entorno social y natural, Freudenthal ( 1980) entiende que el término “educación” encierra tanto el logro de los objetivos de la instrucción formal ,como el desarrollo de actitudes de toda clase: morales, sociales, emocionales, religiosas y cognitivas. Todo esto hará del ser humano un hombre culto, formado, que es uno de los objetivos más relevantes de la educación.

La misma Ley Nacional de Educación ( 1994) revaloriza el lugar del arte en la educación y abre la posibilidad de generar espacios de creación como instancias de experimentación, exploración e intercambio. El arte en la escuela fortalece el trabajo interdisciplinario así como la formación integral del ser humano.

Esta nueva estructura apunta por la integración tanto de aspectos cognitivos de alto nivel propios del saber matemático, como de otros de orden emocional y subjetivo, por lo que

incluir en la enseñanza y el aprendizaje del arte y/o de las artes en los currículos de esta disciplina, es apostar por la formación de personas creativas e innovadoras, factores clave del desarrollo cultural, a la vez que se trabaja en el desarrollo intelectual y sensorial de los niños y jóvenes. Las artes (pintura, música, escultura, arquitectura, danza, cine, performance, teatro, entre otras), dan cuenta de la riqueza cultural y sensible de las personas y sus sociedades, posibilitan la identificación de muy diversas maneras de ver y concebir el mundo.

En la propuesta se toma en cuenta lo cotidiano en el aula y se reflexiona en y sobre la práctica, provocando el deseo de descubrir y la renovación constante de los saberes, es necesario pensar una práctica docente que asiente sus bases en la investigación, en la reflexión-taller-sistematización, con apertura al mundo y a nuevas experiencias, con el placer de asumir los riesgos en la creación. Este modelo educativo apunta a la formación permanente, ya que no existen recetas de creación, sino que cada espacio en el aula es un momento de creación que promueve la reflexión y la indagación de posibles marchas y contramarchas. Indaguemos entre estas formas simbólicas y nuestra producción artística, sin que las condiciones técnicas sean un fin aunque reconozcamos su resultado artístico.

El trabajo con títeres, tiene una gran ventaja, pues sin ser un material cuyo fin sea la educación, puede ser utilizado para ello de manera implícita, favoreciendo el aprendizaje de los alumnos, debido a la gran cantidad de atención que es capaz de captar en ellos, por el sentido lúdico del mismo. Esto lo manifiesta Hidalgo (2009), en la siguiente cita:

Considerar la motivación como un factor fundamental para que el alumno se interese por aprender, ya que el hecho de que el alumno se sienta contento en su clase, con una actitud favorable y una buena relación con el maestro, hará que se motiva para aprender.

Respecto a la poca motivación existente por parte del alumnado, en cuanto a matemáticas se refiere, es interesante la utilización de los títeres, aprovechando la cantidad de recursos que estos ofrecen en la educación, y que actualmente no están explotados, pues aunque se utilice en un contexto educativo, principalmente presentan una función comunicativa, entre maestros y alumnos, y no una forma, a través de la cual el alumno pueda interactuar protagonizando así su propio aprendizaje. Además, el valerse de los títeres como elemento didáctico en el aprendizaje de las matemáticas, puede ayudar a que los discentes vean dicha materia desde otro punto de vista en el inicio de la escolaridad, favoreciendo etapas posteriores, ya que en muchas ocasiones el temor por las matemáticas se debe a la propia metodología utilizada. Mientras que este recurso “Constituye un puente ideal para la transmisión ,profundización y experiencia activa de ciertos contenidos” (Hidalgo, 2009, p.17), beneficiando de este modo al alumnado, el cual alcanzaría mejores resultados, y no solo eso, sino que el propio proceso de aprendizaje sería más significativo y útil, debido a la importancia del mismo, no únicamente como procedimiento para llegar al fin último, apoyándonos en Oltra Albiach (2013) En el logro de estos objetivos educativos es de vital importancia el proceso, aunque al tratarse de actividades artísticas el producto final en forma de espectáculo se debe tener en cuenta; sin embargo, si focalizamos todo el interés en el producto final, será difícil que el alumnado interiorice el proceso y el camino que comporta.

Atendiendo al desarrollo cognitivo, físico, afectivo, social e intelectual del niño, así como la consecución de autonomía en cada uno de sus actos, observamos una clara relación entre las matemáticas de infantil y los títeres, ya que ambos favorecen el desarrollo integral del

niño. Esto brinda una forma diferente de entrar al mundo de los niños de manera agradable para ellos ya que no verán al docente como un adulto que impone reglas sino que por el contrario verán un compañero de juegos que fomenta la educación de forma amena siendo para ellos una experiencia significativa que perduraran para siempre. (Salas, 2007).

### 3. METODOLOGÍA

La experiencia se diseña a propósito de un seminario de diseños integrados el cual sirvió de base para fundamentar conceptual y metodológicamente la actividad.

Se planean los contenidos como parte de la programación del curso PPI en el segundo semestre de Licenciatura en matemática, con un número de 34 estudiantes.

Las fases en las cuales se desarrolló fueron: 1. Planeación y diseño programático 2. Sensibilización y formación en el teatro de títeres 3. Diseños de libretos con contenido matemático 4. Puesta en común a la comunidad educativa.

### 4. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

La experiencia formativa permitió poner en práctica y aprovechar una metodología de trabajo de aula, realmente muy enriquecedora como es la de diseños integrados.

Se incentivó la reflexión de los maestros en formación en cuanto al tema de la didáctica matemática y la investigación desde una estrategia poco común, creativa y de interés para los estudiantes en edad escolar.

Las actividades diseñadas desde el seminario de formación mostraron la facilidad con la que el saber matemático se puede poner en evidencia en cualquier contexto de la vida cotidiana de los estudiantes y la posibilidad de integrarlo a las otras disciplinas.

El socializar la experiencia a la comunidad universitaria y educativa del municipio permitió dio a los futuros docentes la posibilidad de observar el impacto de la propuesta, en especial en el intercambio con los niños y maestros quienes apoyaron incondicionalmente la propuesta.

### 5. REFERENCIAS

- Alcaraz, R (2014) Enseñanza de las matemáticas a través del títere como recurso didáctico, en educación infantil tesis de Maestría .Universidad de Valladolid
- Freudental, H (1980) Weeding and sowing. Dordrecht: Reidel. Recuperado de <https://lasmatesdeinma.files.wordpress.com/.../principios-de-educacion-matematica-rea>
- Hidalgo, V. G. (2009). Los títeres como recurso didáctico y el aprendizaje significativo de los niños/as del primer año de educación básica del jardín de infantes “Irene Caicedo” de Ambato en el año lectivo 2008-2009. Proyecto Enseñanza de la Matemáticas a través del títere como recurso didáctico, en Educación Infantil previo a la obtención del título de Licenciatura en Ciencias de la Educación. Universidad Técnica de Ambato.

Ministerio de Educación Nacional (1994) Ley General de Educación

Salas, M. (2007). El títere como recurso didáctico en el aprendizaje de la matemática en niños y niñas. Trabajo especial de Grado. Universidad Católica Cecilio Acosta.

Oltra Albiach, M. A. (2013). Los títeres: un recurso educativo. Educación social. Revista de Intervención Socioeducativa, 54, 164-179.

Rogozinski, V. (2005). Títeres en la Escuela: expresión, juego y comunicación. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.

Vygotsky, L. S. (1987). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Austra

## LA APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA MAYA EN LOS CALENDARIOS MAYAS (CHOLQ'IJ Y AB')

Wilson Alejandro Chacón Xajil<sup>1</sup>

### Resumen

La matemática maya ha sido una ciencia que se ha obviado dentro área curricular en la región de Mesoamérica, se busca impulsar y rescatar los conocimientos ancestrales, ya que fueron quemaron los textos durante la época colonial, se han partido de bases teóricas recabadas con los ancianos de diferentes comunidades. Tomando como eje los calendarios mayas Choq'ij y Ab', que en la antigüedad era utilizados con más frecuencia en la vida cotidiana, ya que dichos calendarios de manera consciente e inconsciente se utilizan en la actualidad dentro de muchos ámbitos de la vida cotidiana como: agricultura, medicina, genética y tejidos.

**Palabras clave:** valoración de la matemática maya.

### Abstract

Mayan mathematics has been a science that has been overlooked within the curricular area in the Mesoamerican region, it seeks to promote and rescue ancestral knowledge, since the texts were burned during the colonial era, they have departed from theoretical bases gathered with the elderly from different communities. Taking as its axis the Choq'ij and Ab 'Mayan calendars, which in ancient times were used more frequently in everyday life, since these calendars are consciously and unconsciously used today in many areas of daily life as : agriculture, medicine, genetics and tissues.

**Keywords:** valuation of Mayan mathematics.

### 1. INTRODUCCIÓN

La civilización maya, una de las civilizaciones pioneras en cuanto al área científica, específicamente el área de matemática; utilizando el cero, realizando cálculos preciso para la predicción de fenómenos astronómicos y sobre todo la elaboración calendarios preciosos que usaban para la vida cotidiana, espiritual, agrícola. Dichos conocimientos fueron plasmados en estelas, grabados en templos, pieles de animales estilo de pergaminos; estos últimos fueron quemados durante la época colonial debió a la imposición de la religión católica. Por ello en la actualidad no existen mayores vestigios del área de matemática, solamente están los códices: Dresde, Madrid y París; los cuales no se tiene en el continente americano.

Lo único que queda son los conocimientos de ancianos que se transmiten por medio de la tradición oral, los cuales con el apoyos de fundaciones, ONG's, cooperaciones internacionales se han tratado de plasmar en el papel y dar a conocer al mundo sobre la majestuosidad en cuanto a conocimientos que actualmente son utilizados dentro de la vida cotidiana. Lo cual se debe afianzar mediante experiencias en comunidades educativas tomando en cuenta los puntos de vista del docente y los estudiantes, tomando como base el contexto en

---

<sup>1</sup> Universidad de San Carlos de Guatemala; Guatemala; chaconxajilita@gmail.com

los ámbitos: sociales, culturales, económicos, espirituales. Para concretizar la diversidad de conocimientos mediante consensos, mesas redondas, lluvia de ideas. Enrichiendo los conocimientos que muchas veces no están plasmados CNB (Currículum Nacional Base) o programas de cursos, en los niveles: Primario y Medio (en sus ciclos Básico y Diversificado).

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Según Asociación Médicos Descalzos (2012), con los esfuerzos de Ajqijab' y Ajkunab' de distintas especialidades, con el ánimo de proporcionar una herramienta adicional en el proceso de la transmisión de conocimientos y prácticas. Particularmente, los relacionados a la medicina propia del Pueblo Maya'ib' practicada desde tiempos muy antiguos en la cuenta del Oxlajuj B'aqtun; por nuestras primeras madres y nuestros primeros padres, transmitidos de generación en generación. Estamos convencidos que en esta nueva era, la humanidad valorará más los conocimientos de los Pueblos Indígenas, como una alternativa para buscar la armonía del ser humano con toda forma de vida sobre la faz de la Madre Tierra.

Por ello, les compartimos estas palabras de las y los guardianes de esta sabiduría; ". . . entendemos que lo que hacemos es ayudar a entender, desde nuestra propia forma, problemas que son humanos, casi universales. Al analizar esto entendimos que nuestra manera de curar puede ser una alternativa para cualquier persona, independientemente de si es o no indígena, o de su religión.

Pa rik'in ronojel ri etamab'al xkisamajij xekowin xkajijaj ri q'ij rik'in oxlajuj ik', ri jujun ik' ruk'wan juwinäq q'ij, ja ri nuya' oxlajk'al q'ij (260) ri jun juna'. Ja re' k'a re kina'oj, ja re' k'a ri runuk'ik ri kiya'on kisipan kan chi qe röj iy mam. (RUK'AMOL TAQ B'EY K'ULB'IL YOL TWITZ PAXIL & KAQCHIKEL CHOLCHI' 2009)

Con todo el conocimiento trabajaron constantemente con trece lunas, cada una de las lunas se multiplican por cada veinte días, que nos da doscientos sesenta días (260); por cada año. Por ello sus conocimientos nos sorprenden constantemente. (Academia de Lenguas Mayas de Guatemala ALMG & Comunidad Lingüística Kaqchikel CLK, 2009)

Traducido de idioma kaqchikel a español.

Según ALMG (1997) explica que significa el control y cómputo del tiempo registrado en los Calendarios Mayas, la estructura física; intelectual; espiritual; emocional y social del ser humano creado con el maíz; base del sistema de numeración Maya.

Según PROEMBI y PROEIMCA (2007) dice que se manifiesta en los dedos del ser humano, la perfección en el Pop Wuj (ri qas tz'aqat), la numeración maya Winaq (vigesimal), el mes de veinte días y los nombres de los días en el calendario maya. La multiplicación de 13 X 20, igual a 260 es el periodo de gestación humana. El Chilam B'alam de Chumayel dice así: trece unidades, siete unidades son uno, es decir un Winaq, un veinte, una persona, así como cuando se llega al numeración, se coloca un punto en la segunda casilla.

Ri solq'ij ja ri' ri nimaläj ruxe'el rukowil ri maya' k'aslemal, chuqa' rik'in ri solq'ij nya' rejqalem ri qate' ruwach'ulew. K'o jun qacholq'ij rik'in ronojel rejqalem ri qak'aslem. Nqetamaj



jun ti peraj chin ri Juwinäq Q'ij, chi ri k'o wi ruk'alesmal ri jun winäq. E ja re' riq'ij ek'o pa cholq'ij. (RUK'AMOL TAQ B'EY K'ULB'IL YOL TWITZ PAXIL & KAQCHIKEL CHOLCHI' 2002)

El sagrado calendario se basa sobre la vida cotidiana maya y con el calendario se da valor a la madre naturaleza. Con nuestro calendario todo tiene un sentido en nuestra vida. Se da a conocer sobre los veinte días, hablas sobre la vida de las personas. Se presentan los días del calendario. (Academia de Lenguas Mayas de Guatemala ALMG & Comunidad Lingüística Kaqchikel CLK, 2002)

Traducido de idioma Kaqchikel a español.

Ri loq'oläj cholq'ij, ja re'' ri jun ajilab'al q'ij ri kinuk'un kan ri qati't qamama', richin nnab'ex achike k'a ruk'amon pe jujun q'ij. K'o jun winäq q'ij chupam ri ch'olq'ij ri jalajöj kuchuq'a', chuqa' k'o nub'ij achike rajilab'al ruk'amon pe. (RUK'AMOL TAQ B'EY K'ULB'IL YOL TWITZ PAXIL & KAQCHIKEL CHOLCHI' 2002)

El sagrado calendario de cuenta larga o calendario anual, habla sobre un número de días y su relación con los abuelos y abuelas para poder comprender el diario vivir. Con veinte días dentro del calendario anual y sus diferentes energías y sus nombres que se tienen en la vida cotidiana. (Academia de Lenguas Mayas de Guatemala ALMG & Comunidad Lingüística Kaqchikel CLK, 2002)

Traducido de idioma Kaqchikel a español.

Oliveras (200c) explica el estudio de las Etnomatemática, a través de tres áreas temáticas:

- Antropología cultural-matemática; en la cual se establecen los elementos para definir teóricamente y explicar la terminología y el enfoque antropológico y epistemológico de las Etnomatemática, que comprende análisis descriptivos de elementos culturales matemáticos.
- Cognición matemática contextualizada, en la cual se aportan elementos de la psicología cognitiva relacionada con la matemática con la vida cotidiana y el aprendizaje matemático dentro y fuera de la escuela.
- Aspectos curriculares y otros dentro del área educativa, en la cual se realizan trabajos que plantean una posición crítica de las condiciones socioculturales y políticas relacionada con la problemática del currículum y la enculturación o la enseñanza.

Sobre la producción de las matemáticas como producto social, tiene que ver con la utilización y creación de matemática.

Alan Bishop (2000) afirma “la etnomatemática se refiere tanto al estudio de las relaciones matemáticas y la cultura como a las practicas concretas que se llevan a cabo dentro de las comunidades donde se halla ubicada la escuela” (p.40) y este consenso contribuye a promover un cambio en las ideas sobre la naturaleza de las matemáticas, lo cual distingue tres

corriente en el campo de investigación de la investigación etnomatemática. Las primera de estas corrientes centradas en el estudio de las forma de conocimiento matemático desarrollado en sociedades tradicionales; la segunda, está orientada en documentar e interpretar otras historias de las matemáticas en otras zonas del mundo, como vía de complemento a la tradición eurocentrista de las matemáticas occidentales.

La tercera corriente, está relacionada con las actividades que llevan a cabo el alunando fuera del contexto escolar y por lo general señala los conflictos entre las matemáticas aprendidas dentro y fuera de las escuela de cara a la consecuencia de los aprendizaje.

### 3. METODOLOGÍA

Para poder llevar a cabo esta propuesta es necesario citar y hacer mención diferentes métodos y técnicas que son muy importantes dentro del proceso:

#### 3.1. Cualitativo

Esta investigación se enmarca dentro de los trabajos de tipo cualitativo, porque los métodos cualitativos no reducen la explicación del comportamiento social y humano a la visión positivista, que considera los hechos sociales como —cosasll que ejercen una influencia externa y causal sobre la persona, sino que valora también y sobre todo, la importancia de la realidad como es vivida y percibida por ella: sus ideas, sentimientos y motivaciones (Martínez, 2007).

De manera, que la investigación cualitativa según Martínez (2007) trata de identificar la naturaleza profunda de las realidades, su estructura dinámica, aquella que da razón plena de sus comportamientos y manifestaciones. De aquí, que esta investigación no se opone a lo cuantitativo sino que lo aplica e integra para hallar explicaciones de las frecuencias y los porcentajes obtenidos para la interpretación adecuada de los datos.

#### 3.2. Etnográfico-participativo.

Dado que esta investigación toma elementos de la investigación etnográfica y de la investigación participativa, hemos convenido llamarle etnográfico-participativo. Por lo que conviene aclarar en qué consiste el —método etnográficooll y el —método participativoll y cuál ha sido la razón para nominarlo etnográfico-participativo en nuestro trabajo. De los métodos cualitativos, el enfoque etnográfico sea quizá uno de los más antiguos, aunque sus procedimientos metodológicos e interpretativos fueron desarrollados y difundidos por los antropólogos en el siglo XX. Etimológicamente, el término etnografía significa la descripción (grafé) del estilo de vida de un grupo de personas habituadas a vivir juntas (ethnos) y según Martínez:

El enfoque etnográfico se apoya en la convicción de que las tradiciones, roles, valores y normas del ambiente en que se vive se van internalizando poco a poco y generan regularidades que pueden explicar la conducta individual y de grupo en forma adecuada. En efecto, los miembros de un grupo étnico, cultural o situacional comparten una estructura lógica o de razonamiento que, por lo general, no es explícita, pero que se manifiesta en diferentes aspectos de su vida (Martínez, 2007, p. 30)

Porque la etnografía es un método y una herramienta útil para estudiar y comprender una cultura, de tal manera que podamos caracterizar la manera de vida de una comunidad, es

decir, conocer sus ideas, creencias, valores y presupuestos, sus comportamientos y las cosas que hacen de forma consciente e inconsciente, o como dice Moreira:

En la etnografía el investigador participa, lo más que puede, de la vida normal del grupo investigado, de la cultura investigada. La investigación es conducida en el escenario natural de los eventos, en el contexto en el cual ocurren los acontecimientos, a través de observación participativa. Para llegar a una comprensión descriptiva contextualizada de la cultura, el investigador tiene que meterse en dicha cultura, aprender el “lenguaje nativo”, como dijo el célebre antropólogo Malinowski, interactuar con los miembros de esa cultura, desarrollar una comprensión empática de la vida de las personas tal como ellas la perciben, así como una perspectiva holística del grupo (Moreira, 2002, p. 7).

Sin duda, la investigación etnográfica conlleva diversas implicaciones, como el dominio del idioma y la exigencia de un tiempo prolongado requerido para —involucrarse con la comunidad, y de esa cuenta ofrecer una interpretación descriptiva. Sin embargo, nuestro método no podría ser solamente —etnográfica clásica o conocida también como —etnografía holística”, puesto que no sólo pretendemos —describir el pensamiento matemático de la cultura Maya- especialmente del área del señorío Kaqchikel-, sino, conocer y comprender el desarrollo de ese pensamiento que de forma implícita o explícita está evidenciado en las prácticas, los conocimientos y saberes de la comunidad, que puede ofrecernos pautas para hablar de una epistemología de la matemática maya basada en prácticas.

No es suficiente para nuestro propósito, considerar que el método etnográfico utilice como instrumento de investigación la observación participativa, porque además de ser un instrumento de investigación es también un método utilizados en las investigaciones cualitativas, entonces, el uso de la expresión —participativa en este trabajo nos remite a la noción utilizada por De Shutter, en donde él establece que la participación social puede ser entendida como —el proceso de tomar parte tanto en las organizaciones sociales como en la creación y recreación de la cultura propia. Esta última es entendida como el sistema de objetivos, normas y valores comunales, regionales o nacionales (1983, p.27). De tal manera, que esta investigación así como lo enfatiza este autor:

La investigación participativa no busca, en primer lugar, producir descripciones sobre la marginalidad, la dependencia y las características de los dominados, sino, conjuntamente con los marginados, generar los conocimientos necesarios para definir las acciones adecuadas que estén en la línea de las transformaciones para lograr un desarrollo integrado (De Shuter, 1983, p. 104).

Se puede mencionar y evidenciar características de la investigación participativa, porque nuestra intención no es describir la epistemología maya, su naturaleza y criterios de organización, sino en colaboración con la comunidad hemos podido generar y establecer algunas características de esta forma de comprender, interpretar y desarrollar los conocimientos en la comunidad Maya, en específico del área Kaqchikel, para que se convierta en un antecedente de la construcción social del conocimiento en esta región.

Se torna de carácter participativo, ya que el estudiante con el acompañamiento del docente, puede decirse el investigador, busca involucrarse dentro la comunidad para entablar una relación bidireccional, mediante la cual se pueda profundizar de manera congruente en

algunos elementos culturales que forman parte de la vida cotidiana y a su vez los conocimientos y saberes de la misma comunidad. El papel del investigador es contribuir a la formulación de teorías que expliquen la realidad social desde su perspectiva histórica, y traducir estas teorías hacia la realidad concreta de los grupos con los que se trabaja. Por otra, participa en la investigación de la realidad concreta de los grupos y comunidades para aportar a la interpretación objetiva de la misma y a la formulación de acciones para transformarla (De Shutter, 1987, p.17-18).

### 3.3. Análisis de textos.

Para poder tener un sustento teórico necesario poder apoyarse en algunos textos que son relevantes dentro del contexto de la cultura maya, especialmente en la cuestión de calendarios y aplicaciones dentro de la vida cotidiana. Que pueda apoyar y sustentar las entrevistas y la información recabada en ellas. Para lo cual se puede citar las siguientes bibliografías:

- Asociación Médicos Descalzos (2012) ¿Yab'il xane K'oqil? (¿Enfermedades o Consecuencias?). Guatemala C.A. Cholsamaj.
- Academia de Lenguas Mayas Guatemala A.L.M.G. & Comunidad Lingüística Kaqchikel C.L.K. (2009) Astronomía Maya en la Región Kaqchikel. Guatemala C.A. imprenta Academia de Lenguas Mayas Guatemala A.L.M.G.
- Academia de Lenguas Mayas Guatemala A.L.M.G. & Comunidad Lingüística Kaqchikel C.L.K. (2002) Maya' Nimab'äl K'u'x pa Kaqchikel Tinamit (Escancia Ancestral del pueblo maya Kaqchikel, traducido al idioma español). Guatemala C.A. imprenta Academia de Lenguas Mayas Guatemala A.L.M.G.
- Academia de Lenguas Mayas Guatemala A.L.M.G. & Comunidad Lingüística Kaqchikel C.L.K. (2002) Guía Metodológica para el desarrollo del Idioma Maya Kaqchikel. Guatemala C.A. imprenta Academia de Lenguas Mayas Guatemala A.L.M.G.
- K'iche' Colchi', k'ulb'il Yol Twitz Paxil. Comunidad Lingüística K'iche', Academia de Lenguas Mayas de Guatemala, (1997), K'iche' ajilab'al, Sistema de Numeración Maya k'iche'. Iximulew, Guatemala C.A. Academia de Lenguas Mayas de Guatemala UNICEF/PLFM.
- PROEIMCA., DIGEBI., CNEM., y URL. (2009). Raíz y espíritu del conocimiento maya. Guatemala. Imprenta Nacional de Guatemala.

Los cuales será un pilar fundamental para poder tejer de manera efectiva nuevos textos o trabajos que den a conocer la aplicación en la vida cotidiana de los conocimientos ancestrales de la cultura maya, en especial en los calendarios Ch'olq'ij y Ab'.

### 3.4 Acrónimos.

La Aplicación de la Matemática Maya en los Calendarios Mayas ( Cholq'ij Y Ab'), (LAMMCM); The Application of Maya Mathematics in the Mayan Calendars (Cholq'ij and Ab '), (TAMMMC).

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Recabar información en las comunidades del área maya-Kaqchikel, sobre la matemática maya y sus diversas aplicaciones en la vida cotidiana.
- Clasificar cada uno de los conocimientos adquiridos en el proceso de investigación sobre la matemática maya, aplicada en los calendarios Ch'olq'ij y AB', durante la vida cotidiana.
- Relacionar de manera minuciosa los textos con los resultados o información obtenida durante el proceso de investigación.
- Incorporar de manera gradual los conocimientos ancestrales en el área de matemática, que se han ido dejando en el olvido debido a la falta de interés de los estudiantes.
- Realizar diferentes actividades como: conferencias, foros, boletines o revistas donde se plasme los diferentes conocimientos que poseen las personas del entorno socio-cultural para resolver problemas de la vida diaria o que son practicados de manera cotidiana.

#### 5. REFERENCIAS

- Asociación Médicos Descalzos (2012) ¿Yab'il xane K'oqil? (¿Enfermedades o Consecuencias?). Guatemala C.A. Cholsamaj.
- Academia de Lenguas Mayas Guatemala A.L.M.G. & Comunidad Lingüística Kaqchikel C.L.K. (2009) Astronomía Maya en la Región Kaqchikel. Guatemala C.A. imprenta Academia de Lenguas Mayas Guatemala A.L.M.G.
- Academia de Lenguas Mayas Guatemala A.L.M.G. & Comunidad Lingüística Kaqchikel C.L.K. (2002) Maya' Nimab'äl K'u'x pa Kaqchikel Tinamit (Escancia Ancestral del pueblo maya Kaqchikel, traducido al idioma español). Guatemala C.A. imprenta Academia de Lenguas Mayas Guatemala A.L.M.G.
- Academia de Lenguas Mayas Guatemala A.L.M.G. & Comunidad Lingüística Kaqchikel C.L.K. (2002) Guía Metodológica para el desarrollo del Idioma Maya Kaqchikel. Guatemala C.A. imprenta Academia de Lenguas Mayas Guatemala A.L.M.G.
- K'iche' Colchi', k'ulb'il Yol Twitz Paxil. Comunidad Lingüística K'iche', Academia de Lenguas Mayas de Guatemala, (1997), K'iche' ajilab'al, Sistema de Numeración Maya k'iche'. Iximulew, Guatemala C.A. Academia de Lenguas Mayas de Guatemala UNICEF/PLFM.
- PROEIMCA., DIGEBI., CNEM., y URL. (2009). Raíz y espíritu del conocimiento maya. Guatemala. Imprenta Nacional de Guatemala.

- Bishop, A. (2000). Enseñanza de las Matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos?. En N. Gorgorió; J. Deulofeu, A. Bishop (coords). Matemáticas y Educación. Retos y Cambios desde una perspectiva internacional, 35-56. España: Universitat de Barcelona y Editorial Grao de IRIF, S.L.
- Martínez, M. (2007). La Investigación Cualitativa Etnográfica en Educación. Manual Teórico-Práctico. España: Editorial Trillas.
- Montiel E., G. (2005). Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonométrica. (Tesis de doctorado no publicada) Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Departamento de Matemática Educativa, Distrito Federal, México.
- Moreira, M. (2002). Investigación en Educación en Ciencias: Métodos Cualitativos. Brasil: Instituto de Física da UFRGS.
- Mugrabi, E. (2002). La Pedagogía del Texto y la Enseñanza-aprendizaje de Lenguas. Colombia: Impresos Ltda. Medellín

## LA MODELACIÓN MATEMÁTICA CÓMO ESTRATEGIA DE INVESTIGACIÓN DE FUTUROS LICENCIADOS

Marlon De Jesús Rondón Meza<sup>1</sup>

### Resumen

La modelación matemática se proyecta como un gran aporte en la formación de los sujetos para enfrentar los retos actuales y nos apoyamos de sus líneas teóricas que la plantean como la mejor forma de investigar dentro y fuera del aula para mejorar los aprendizajes de los estudiantes y reformular la práctica docente con situaciones del mundo real; despertar en los estudiantes el interés por temas y aspectos específicos que desconocen. Inicialmente con las necesidades de producción y publicación el grupo de investigación socializó a los estudiantes de 7° y 8° semestre las situaciones académicas que se tienen en las Instituciones Educativas públicas del Municipio de Valledupar en cuanto a llevar la matemática a los niños con una estrategia pertinente e innovadora, en ese sentido se consolidaron varias propuestas; primeramente se conformó el semillero SEINLICMAT, del cual tenemos tres investigaciones con los principales problemas que se dieron en los resultados de las pruebas saber de los colegios que están alrededor de nuestra alma mater, estadística, geometría y aritmética; las cuales son debilidades muy notorias a nivel general en educación básica. Las propuestas iniciaron y con planes de acción y estrategias creativas los docentes de las instituciones y los estudiantes avanzan significativamente.

**Palabras clave:** Aprendizaje, enseñanza, investigación, modelación.

### Abstract

Mathematical modeling is projected as a great contribution in the training of the subjects to face the current challenges and we rely on their theoretical lines that pose it as the best way to investigate inside and outside the classroom to improve student learning and reformulate the teaching practice with real world situations; awakening in the students the interest in specific topics and aspects that they do not know. With the needs of production and publication in the Department of mathematics and statistics of the UPC the research group socialized the students of 7th and 8th semester the academic situations that are held in the public Educational Institutions of the Municipality of Valledupar regarding bring mathematics to children with a relevant and innovative strategy, in this sense several proposals were consolidated; first SEINLICMAT seedbed was formed, of which we have three investigations with the main problems that occurred in the results of the tests know of the schools that are around our alma mater, statistics, geometry and arithmetic; which are very common weaknesses in basic education. The proposals started and with action plans and creative strategies the teachers of the institutions and the students advance significantly.

**Keywords:** Learning, Modeling, research, teaching.

### 1. INTRODUCCIÓN

Este artículo tiene como propósito proponer la modelación matemática como estrategia de investigación de los futuros licenciados en Matemáticas y Física de la Universidad

---

<sup>1</sup> Doctor en Educación; Universidad Popular Del Cesar; Colombia; marlonrondonm@unicesar.edu.co

Popular del Cesar. Nos apoyamos de las líneas teóricas de Bassanezi (2002) y Biembengut y Hein (2003), quienes plantean la modelación como la mejor forma de investigar en el aula y es un gran aporte para los aprendizajes de los estudiantes y reformular la práctica docente con situaciones del mundo real; además despertar en los estudiantes el interés por temas fundamentales de las bases, aspectos generales y específicos que desconocen, los cuales muestran muchas debilidades en las pruebas que se vienen aplicando durante los últimos años en los diferentes niveles de nuestra región. Durante varios años se nos cuestiona en la comunidad educativa del municipio de Valledupar a la Universidad Popular del Cesar por no hacer acompañamientos o planes de mejoramiento a instituciones educativas cercanas a nuestra sede en relación a los deficientes resultados que muestran en matemáticas, por tal razón decidimos motivar a los futuros licenciados con investigaciones, propuestas y alternativas de solución que tuvieran que ver especialmente con las dificultades que se dan en nuestra área en los colegios, interpretación de gráficas en estadística, desarrollo del pensamiento geométrico, y las fracciones que permitiera que se encontraran con las realidades del aula y que la investigación fuera una de sus estrategias más efectivas de formación.

Las investigaciones están en curso y nuestros avances se ven en lo pedagógico, disciplinar y didáctico para todos los que participamos en esta propuesta, se confirma que la modelación matemática logra transformar la enseñanza y el aprendizaje de las comunidades educativas, en nuestro caso los estudiantes de licenciatura decidieron no graduarse por seminario que era una de sus opciones, los docentes de aula se motivan a mostrar una mejor practica con diferentes recursos y herramientas propuestas o vinculadas de manera autónoma y tenemos el apoyo de directivos en torno a los compromisos que muestran todos los participantes.

## 2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

La modelación matemática constituye una de las estrategias que muchos autores consideran provechoso en la enseñanza de las matemáticas, aun en nuestro país es incipiente su profundización, son pocos los referentes que hasta este momento tenemos. En este sentido, Barbosa (2001) nos describe como un ambiente de aprendizaje en el cual los alumnos indagan y a la vez investigan, por medio de la Matemática, sobre situaciones que surgen en otras áreas de la realidad. Que logren relacionar esas situaciones con la sociedad en donde están inmersos y se ayude de esta manera a formar sujetos críticos que aprendan en sus contextos y se propicien reflexiones desde diversos ámbitos extra matemáticos.

Así mismo constituye una práctica de enseñanza que focaliza el proceso de enseñanza y aprendizaje en la relación entre el mundo real y la matemática, es decir que se parte de un tema y sobre él se desarrollan cuestiones o preguntas que se quieren comprender, resolver o inferir. Esas preguntas propiamente deben responderse mediante el uso del conjunto de herramientas matemáticas y de la investigación sobre el tema analizado. Se busca que tanto profesores como estudiantes estructuren la manera de pensar y de actuar, el hecho de hacer una clase o recibirla debe tener una connotación más importante y critica de la que ahora se tiene, motivando y conectando a los niños con nel mundo real y los aprendizajes que se dan en él, aprovechar para que los conceptos matemáticos queden más fortalecidos para el maestro, y permitir una reflexión permanente que permita mostrar las matemáticas en la vida diaria. Villa (2010)



Blum (1993), muestra que los docentes deben considerar la modelación matemática en su quehacer por lo menos por cinco razones:

- Promueve la consolidación y comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos.
- Desarrolla habilidades para manejar problemas del mundo real.
- Permite presentar una visión de las matemáticas desde una perspectiva social y cultural.
- Posibilita el abordaje reflexivo sobre los contenidos matemáticos que se enseñan en la escuela.
- Motiva la curiosidad intelectual al aterrizar los conceptos y procedimientos matemáticos dándoles sentido.

Cada uno de estos elementos mencionados anteriormente tienen una estrecha relación con los objetivos que busca el Ministerio de Educación en Colombia con sus lineamientos curriculares que vienen desde el 2006 con los estándares básicos de competencia y ahora en 2018 con las dos versiones de los derechos básicos de aprendizaje, las mallas de aprendizaje y matrices de referencia.

Bassanezi (2002), es uno de los representantes internacionales más sonados en la investigación, orientación e implementación de la modelación matemática en educación básica, afirma que es tan importante que potencializa la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a través del abordaje de situaciones del contexto, de la vida cotidiana de docentes y estudiantes, y en otras disciplinas del saber. La propone como una estrategia ganadora y de motivación permanente alejando ese concepto de que las matemáticas son difíciles o de alto grado de abstracción; algo que nos llama mucho la atención y que aplicamos en nuestra propuesta es que dice que para entender la estrategia no se necesita obligatoriamente tener aprendido los conceptos matemáticos y que con actividades transversales se busca la autonomía de los participantes en el proceso de modelación.

Biembengut y Hein (2003), en sus investigaciones sobre modelación afirman que es uno de los principales ejes de la actividad matemática en la actualidad para poder avanzar en muchas de las debilidades que se tienen tanto en enseñanza como en aprendizaje, que presenta desafíos intelectuales y que conlleva a leer comprensivamente, que es uno de nuestros problemas actuales, la comprensión lectora en cada una de las disciplinas nos afecta. De igual manera dice que la modelación permite al estudiante reflexionar, debatir en grupos, establecer planes de trabajo y si es necesario modificarlos en la ruta de aprestamiento para llegar a resultados esperados acordes con la realidad y socializar los avances y objetivos cumplidos. Sugieren la modelación matemática a temprana edad para evadir muchas de las debilidades que tienen los jóvenes de hoy día y establecer el aprendizaje de las matemáticas por convicción y autonomía propia basados en la percepción, comprensión y la significación de las ciencias en general, en especial de las matemáticas.

### 3. METODOLOGÍA

Para esta investigación usamos la metodología propuesta por Vithal (2000), Skovssmose y Burak (2004), los cuales manifiestan la importancia de incorporar aspectos sociales y políticos en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias, en nuestro caso las

matemáticas, la idea central de este método es que se debe ir más allá de la interpretación de conceptos y situaciones de índole matemático, todos ellos en busca del cambio basados en la realidad de los niños y los fenómenos que lo afectan cotidianamente

Iniciamos socializando a los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas y Física la problemática y se vincularon 8 estudiantes a la línea de investigación en modelación matemática, ellos aceptaron voluntariamente participar en el semillero y trabajar sus tesis en situaciones problémicas de los colegios de alrededor de la universidad los cuales siempre solicitan a nuestro departamento acompañamiento y formación disciplinar a sus docentes. Primeramente con el Establecimiento Educativo UPAR, en su sede de básica primaria José Antonio Galán, en el trabajo de campo se abordaron los 3 problemas con mayor porcentaje deficiente en los resultados de las pruebas aplicadas los últimos años, y por las solicitudes de los propios docentes del colegio, en aritmética la enseñanza y aprendizaje de los conjuntos, en estadística la interpretación de gráficos y tablas de información, en geometría las generalidades sobre ángulos y su relación con el contexto, buscando precisamente estrategias que fueran creativas e innovadoras que generarían las competencias necesarias en los niños.

Posterior a esto fuimos a la institución y realizamos entrevistas a directivos, docentes y estudiantes en torno a las causas de lo que sucede en matemáticas en la institución, esto nos dio muchas luces para elaborar un instrumento y poder constatar los aprendizajes que hasta ese momento se tenían en matemáticas, estadística y geometría en los temas antes mencionados, consolidamos y organizamos esa información muy cuidadosamente y lo más confiable posible para después hacerlos asequibles en diversas situaciones y contextos a la luz de los sustentos teóricos a los que nos acogimos. Luego muy respetuosamente realizamos algunas propuestas que originaron estrategias de crecimiento y de gran impacto en la comunidad educativa, todas ellas apoyados de la modelación matemática y de los referentes de calidad que actualmente tiene el ministerio de educación nacional (estándares básicos de competencia, mallas de aprendizaje, derechos básicos de aprendizaje).

Eso nos permitió establecer varias categorías respecto a cada investigación en curso, de las cuales mostramos algunas que se presentan en la siguiente tabla y que caracterizan las opiniones que dieron directivos, docentes y estudiantes respecto a su problemática y lo que nosotros quisimos proponer:

Tabla 5. Insumo de Caracterización. Rondón (2018)

Análisis	Respuestas	Opciones
Directivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Darle sentido a la asignatura</li> <li>• Poca implementación de recursos</li> <li>• Planeación</li> <li>• Implementación de referentes de calidad</li> </ul>	Modelación Matemática
Docentes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Acompañamiento padres de familia</li> <li>• Interés y compromisos de estudiantes</li> <li>• Condiciones</li> </ul>	

	<p>ambientales</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cobertura</li> </ul>	
Estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluación</li> <li>• Enseñanza basada en la experiencia del docente</li> <li>• Poca relación con el contexto</li> </ul>	

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Hasta ahora vamos en el proceso de creación e implementación de estrategias en modelación matemática que sean creativas, dinámicas y de impacto tanto en docentes como en los estudiantes, a continuación nuestros avances:

- Los estudiantes de licenciatura en matemáticas y física decidieron no hacer seminarios para graduación y vincularse a nuestro grupo u otro que pretenda ayudar en nuestro sector a mejorar los aprendizajes de los niños y graduarse con proyectos o tesis.
- El grupo de estudiantes que está haciendo las investigaciones muestra una gran motivación por mejorar no solo su perfil como futuro docente sino también por los aprendizajes de los niños de básica primaria.
- En vista de las debilidades que mostramos muchos de los docentes de matemáticas en el campo investigativo y que solo las conseguimos cuando cursamos postgrados se proyectan futuros egresados con una visión que apunte también a la investigación.
- Los directivos y docentes manifiestan mucho entusiasmo con la propuesta de mejorar no solo sus prácticas de aula sino también, el aprendizaje de los niños con actividades que vinculen netamente el contexto.
- Los estudiantes manifiestan mucha alegría al recibir clases de una manera distinta, alejando en un gran porcentaje la cantidad de algoritmos que se usan cotidianamente.
- Las pruebas aplicadas están dando mejores resultados, primero por la manera en que el docente la está planteando y porque los niños están respondiendo más y mejor

Las investigaciones aun no terminan, pero con el porcentaje que llevan tienen una gran connotación pedagógica en toda la comunidad educativa y a futuro los resultados de los niños en las pruebas se verán reflejados por esta razón la considero pertinente para la formación del futuro licenciado. En el aprendizaje de los niños nos permitió hacer integraciones de las matemáticas con otras áreas del conocimiento que le permiten reflexionar fácilmente, esto despertó un gran interés por las matemáticas y su aplicación en los diferentes contextos, capacidad para trabajar en equipo que es uno de nuestros objetivos principales, uso de tecnologías.

Para la enseñanza los docentes del establecimiento educativo muestran un rol de investigadores ya que el hecho de vincular las matemáticas con el contexto u otra ciencia le obliga a consultar e indagar estrategias innovadoras, optimizar el tiempo, puesto que en algunas temáticas se dedicaban largas jornadas que no aportaban nada y otras en donde se necesitaba profundizar, liderar trabajo cooperativo para que los niños interactuaran y evadir esa convicción de que las matemáticas son difíciles, implementar en mayor medida la planeación de clases, articular los lineamientos curriculares a su práctica de aula y visionar resultados positivos

## 5. REFERENCIAS

- Barbosa, J (2001). Modelación matemática: Qué es? Cómo? Porqué?, Salvador, Veritati v.4,p.73-80.
- Bassanezi, R. (2002), Modelación matemática en la enseñanza y aprendizaje, São Paulo, Contexto.
- Biembengut, M. S. y N. Hein (1999), “Modelación matemática: Estrategia para enseñar y aprender matemáticas”, México, Educación Matemática, vol. 11, núm. 1, pp. 119-134. (2003) Editora da FURB.
- Blum, W (1993), aplicaciones y problemas de Modelación en matemáticas. Educational studies in mathematics, Amsterdam, v.22, n.1, p.37-68.
- Burak, D. (2004) Modelado Matemático y el aula. En: ENCuentro PARANAENSE DE MODELADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 2004, Londrina. Anais ... Londrina: Universidad de Estadual de Londrina.
- MEN. (2006). Matemáticas. Lineamientos curriculares. Santa Fé de Bogotá, D.C., Colombia.
- MEN. (2018). Matemáticas. Lineamientos curriculares. Santa Fé de Bogotá, D.C., Colombia.
- Villa, J. (2010). ¿Realidad en las matemáticas escolares?: Reflexiones acerca de la “realidad” en modelación en educación matemática. Revista Virtual Universidad Católica del Norte(29), 1-17.
- Vithal, R. (2000). Re-investigando la educación matemática desde una perspectiva crítica. En: SEGUNDA CONFERENCIA INTERNACIONAL DE EDUCACIÓN Y SOCIEDAD EN MATEMÁTICAS, 2000, Lisboa: Centro de Investigación en Educación de la Facultad de Ciencias Naturales de la Universidad de Lisboa.

## ¿PARA SER DOCENTE DE MATEMÁTICAS EN COLOMBIA SOLO SE REQUIERE LA SUFICIENCIA EN EL SABER DISCIPLINAR?

Manuel Porras García<sup>1</sup>  
Camila Barrios Cogollo<sup>2</sup>  
Sonia Valbuena Duarte<sup>3</sup>

### Resumen

Ser licenciado en Colombia está reglamentado bajo unos parámetros de calidad regulados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) a través de decretos y resoluciones, siendo la última de estas, la Resolución 18583 del 15 de Septiembre del 2017, en la cual se establecen los criterios que apuntan a una alta calidad en estos programas académicos, esas exigencias que son plausibles y entendibles sean aplicadas para quien se forma como docente dado la relevancia y la incidencia que esto tiene en el mejoramiento de la calidad de la formación en el saber disciplinar, la formación en las didácticas específicas dentro del área de formación, además del contacto con la experiencia en la práctica educativa y pedagógica del área; sin embargo en el Decreto 1278 del 2002; aún vigente y aplicable en Colombia; se permite a profesionales no licenciados ser docentes; lo cual abre el cuestionamiento del impacto esperado en la calidad de la educación como lo contempla las exigencias de la Resolución en mención para la formación del licenciado, cuyo perfil ocupacional es la docencia. En este trabajo se presentan los resultados de una investigación realizada donde se hace contacto con los perfiles ocupacionales y de formación entre licenciados y otras profesiones que pueden ejercer como docente de Matemáticas en la básica y media.

### Abstract

In order to have a teaching license in Colombia, professionals are regulated under certain quality parameters by the Ministry of National Education (Ministerio de Educación Nacional - MEN), in accordance with decrees and resolutions, herein represented by the current Resolution 18583 (09/15/2017), whereby criteria are established, pointing to a high standard in these academic programs. Those requirements, which are reasonable and understandable, must be applied if someone wants to become a teacher, given the relevance and influence that they have on the improvement of the quality of training in disciplinary knowledge, as well as a qualification in specific strategies within the training area; these are in addition to the experience obtained in the educational and pedagogical practice of the field. However, Decree No. 1278 was issued in the year 2002, which is still current and applicable in Colombia, and it allows unlicensed professionals to become teachers. Hence, there is an open question about whether a high quality in education can ever be achieved by those professionals (without any qualification or certification), whose occupational profile is teaching, if the aforementioned requirements of the Resolution are taken into consideration. This study presents the results of research which was carried out with occupational profiles and training between certified teachers and other professionals who can teach mathematics in both elementary and high school education.

<sup>1</sup> Estudiante de Licenciatura en Matemáticas; Colombia; mporras@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>2</sup> Licenciado en Matemáticas; Colegio Divino Niño; Colombia; cfbarrios@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>3</sup> Magister en matemática, magister en educación; Universidad del Atlántico; Colombia; soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

## 1. INTRODUCCIÓN

La educación ha constituido uno de los ejes del desarrollo político económico y social en la historia del país (Villalobos, 2002; PATRINOS, 2006), por eso es vital en un país en vía de desarrollo que se centren los esfuerzos en tener una educación de calidad (OSORIO, MALDONADO, & RODRIGUEZ, 2012; MARTÍNEZ, 2013). Si la calidad de la educación que recibe un estudiante depende en gran medida de la formación y preparación que tenga su docente, y si de alguna manera esto impacta su proceso de enseñanza en el saber disciplinar que le une a su estudiante (KOSNIK, 2014), entonces cabe cuestionarse apoyándonos en investigaciones como la de Guzmán (2011), Medrado y Vaillant (2009) hasta qué punto el no estar formado para ser docente repercute en la calidad de la educación que recibe el estudiante y por tanto en la calidad de todo el proceso de enseñanza y aprendizaje presente en el ambiente educativo.

Sin embargo en la reglamentación colombiana vigente, tenemos el Decreto 1278 "Estatuto de Profesionalización Docente" donde se define el concurso para ingreso al servicio educativo estatal, y establece las etapas para su desarrollo, este Decreto permite que todo profesional no licenciado pueda participar del concurso de mérito a docente, legislación que fue motivo de discrepancias; según el periódico El Tiempo en su edición del 28 de abril 2005; entre el Magisterio Colombiano y el Gobierno Nacional en el año 2005, puesto que la intencionalidad del Estado colombiano con esta iniciativa fue la reducción de la tasa de desempleo en el país, la cual estaba con altos índices; un 17,8% en marzo de 2002, según la Unidad de Análisis de Mercados Financieros en su Boletín de Coyuntura. Con la implementación del Decreto en el concurso de mérito del año 2006 que pondera solamente el saber disciplinar desestimando las dimensiones didácticas y pedagógicas propias y necesarias en la formación del profesional de la educación, lo que es apenas natural el que otros profesionales distintos a licenciados participaran del concurso de mérito docente.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Dentro de los referentes teóricos que está usando esta investigación es la calidad de la educación (OSORIO, MALDONADO, & RODRIGUEZ, 2012; MARTÍNEZ, 2013) (KOSNIK, 2014), Resoluciones emitidas por el MEN tales como La Resolución No. 09317 del 6 de Mayo del 2016 permite que un estadístico, matemático, ingeniero pueda ser un docente en matemáticas, El Decreto No.2035 del 2005 en el cual se reglamenta los créditos académicos para los programas de formación de pregrado a los profesionales no licenciados, como mínimo 10 créditos académicos. Un crédito corresponde a 48 horas de trabajo académico, lo cual muestra enormes diferencias con un programa de licenciatura y por último mostrar como Colombia preocupada por la calidad de la educación en el País y en búsqueda de la mejoría en la misma, establece a través de la Resolución No. 18583 del 15 de Septiembre del 2017 menciona 15 componentes obligatorios para la formación de un licenciado donde cabe resaltar didáctica, pedagogía y 40 créditos de prácticas pedagógicas.

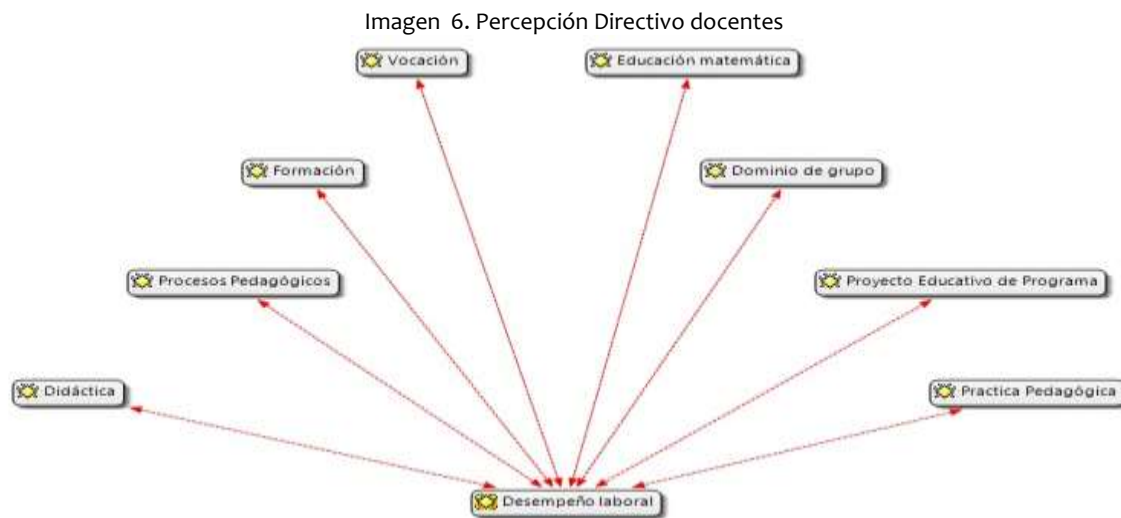
## 3. METODOLOGÍA

Esta investigación tiene un paradigma cualitativo, que tiene por objeto describir el impacto en la calidad de la educación un docente de matemática en ejercicio, cuando es no licenciado. De esta manera, se analizan el Proyecto Educativo de Programa (PEP), los perfiles

ocupacionales y de desempeño de los licenciados y los profesionales distintos a licenciados, lo que se reconoce las diferencias sustanciales en cuanto a estos programas.

La muestra fue de manera aleatoria entre distintos Instituciones Educativas Públicas.

Se realizó una entrevista a los directivos docente, en la primera parte respondían una serie de preguntas ligadas a la posición de ellos acerca de si estaban o no de acuerdo con que los profesionales no licenciados dieran clases, y además, debido a su experiencia, calificaban de 1 al 4, siendo el 1 deficiente y 4 bueno, de acuerdo a los componentes establecidos en la Resolución No 09317 (“Manual de Funciones, Requisitos y Competencias para los cargos de directivos docentes y docentes del sistema especial de carrera docente”), tanto a los licenciados como a los profesionales no licenciados. La entrevista se envió por correo electrónico y, en algunos casos, por medio de audios.



#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta que actualmente en Colombia existe una tasa de desempleo considerable surge una entrada a los profesionales no licenciados en el año 2002 por medio del Decreto 1278 en el entorno educativo ya que como razón principal de esa entrada es disminuir considerablemente a la tasa de desempleo, haciendo una ligera observación del efecto que pueden ocasionar esos profesionales al ámbito educativo estudiantil por su falta de preparación en esos temas.

Los resultados obtenidos y por sus análisis se puede afirmar que existe un impacto en la calidad de la educación que reciben los estudiantes de básica y media cuando su docente de matemáticas no está formado para ser docente debido a que su Proyecto Educativo de Programa (PEP) de esos profesionales en la mayoría ni siquiera tocan temas alusivos a la Educación.

Por medio de entrevistas dirigidas a coordinadores y rectores de distintas educaciones educativas se logró evidenciar que los profesionales no licenciados tienen poca preparación en procesos pedagógicos, didácticos y falta de vocación abriendo varios interrogantes acerca de su labor como docente.

Cabría entonces analizar por qué los estudiantes están “mal” en matemáticas, ¿Quiénes son sus docentes?, ¿Saber matemática significa o asegura ser un “buen” profesor de matemáticas?

## 5. REFERENCIAS

- Vanegas, C., Correa, E., & Fuentealba, R. A. (2015). La práctica del profesor de ciencias. *Perspectiva Educativa*, 54, 17-34. doi:10.4151/07189729
- Wideen, M., Mayer-Smith, J., & Moon, B. (1 de Junio de 1998). Un análisis crítico de la investigación sobre el aprendizaje de la enseñanza: defendiendo una perspectiva ecológica en la investigación. *American Educational Research Association*, 68(2), 130-178. doi:10.3102/00346543068002130
- Pochulu, M. D., & Rodríguez, M. A. (2015). Educación Matemática. En P. Marcel D, & R. Mabel A, *Aportes a la formación docente* (págs. 9-14). Provincia de Córdoba: Editorial Universitaria de Villa María. Issn 978-987-630-116-9
- Kosnik, C. (5 de Mayo de 2014). La calidad en la educación depende directamente de la calidad de los profesores, los profesores y los currículum. (C. Kosnik, Editor) Recuperado el 10 de Marzo de 2018, de Ministerio de Educación Nacional: <https://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-340967.html>



## SUCESIÓN NATURAL DE IRRACIONALES, UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL ESTUDIO DE LOS NO RACIONALES A TRAVÉS DEL DOBLADO DE PAPEL

Ismael Cohen<sup>1</sup>  
Steven Villarreal-Arrieta<sup>2</sup>

### Resumen

En el presente trabajo se expone una investigación en curso sobre prácticas pedagógicas y la construcción de una estrategia didáctica en la enseñanza del sistema de los números irracionales, concepto fundamental para el desarrollo del Cálculo y el Análisis Matemático. Nuestra estrategia está diseñada en aras de constituirse en una herramienta que solvete los obstáculos epistemológicos históricamente asociados al concepto de número irracional, el carácter infinito y la no conmensurabilidad de este sistema; por tal motivo basamos nuestra propuesta en técnicas del Origami. Presentamos una serie de argumentos matemáticos formales y demostraciones que validan el contenido de la estrategia. Se presenta una lista de razones que justifican nuestra investigación, basadas en el contenido conceptual originario del sistema irracional y en las actuales políticas en educación del gobierno colombiano.

**Palabras clave:** *Didáctica del Cálculo, Números Irracionales, Origami.*

### Abstract

The present paper exposes an ongoing research about good pedagogical practices and the construction of a didactic strategy in the teaching of the irrational numerical system which is a fundamental concept in the developing of the calculus and the mathematical analysis. The strategy is designed in order to become into a solution tool of the epistemological obstacles that have been historically associated with the irrational number concept: the infinitude and the noncommensurability of them. In this regard, the proposal is based on techniques of the origami. A list of formal mathematical arguments is presented validating the content of the strategy. We justify our researching in some current policies of the colombian government.

**Keywords:** *Didactics of Calculus, Irrational Numbers, Origami.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Un sin número de investigaciones referentes a la educación matemática describen las múltiples dificultades que se presentan tanto en estudiantes como en docentes al afrontar el concepto de número y más que nada al momento de dar solución a las operaciones básicas que envuelven tal objeto matemático. Por resaltar algunos tenemos a (Luque, 1995), (Valdivé, 2004), (Crespo, 2009), (Barajas, 2016). En (Cohen, 1995), se muestra lo sorprendente que son las deficiencias de los estudiantes de programas con especialidad en matemáticas y de profesores de matemáticas en la comprensión del número irracional. Es así como se evidencia un problema al didacta en torno a la enseñanza de dicho objeto.

---

<sup>1</sup> Doctor en Ciencias Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; icohenpuerta@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>2</sup> Estudiante; Universidad del Atlántico; Colombia; sovillarreal@est.uniatlantico.edu.co

En (Fuentes, 2016) se desarrolla una experiencia con la caracterización del pensamiento matemático en estudiantes de nivel medio a través de investigación en el aula para el aprendizaje de los números irracionales. Dicha investigación se basa en prácticas grupales y de interacción social. En (Fischbein, 1995) se profundiza en los aspectos psicológicos e históricos que conllevan a la mala asimilación de este concepto por parte de docentes y estudiantes.

En nuestro estudio se desea presentar la noción de un método de construcción de una cantidad infinita de irracionales sobre la recta real por medio de la papiroflexia, técnica que favorece el aprendizaje auto-dirigido y se constituye en un método artístico y motivador para el estudiantado.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006), dictamina que como consecuencia del proceso de enseñanza-aprendizaje, el estudiante de educación media debe ser capaz de identificar un número irracional como un número con representación decimal infinita no periódica y la ubicación de algunos de estos números en la recta numérica con regla y compás (MEN-2006). Dicho objetivo se ve obstaculizado por la misma naturaleza conceptual de este sistema numérico. La cardinalidad infinita no contable Aleph 2 (equivalente a la cardinalidad de los números reales) y la no conmensurabilidad caracterizan dicho sistema. Tales peculiaridades sobrepasaron el saber matemático durante larguísimos periodos de tiempo (Moise, 1972).

Por otro lado, tratar de determinar los significados y la funcionalidad del sistema irracional desde un punto de vista histórico-epistemológico, nos obliga a retomar las dos más reconocidas técnicas para la construcción formal de este sistema, las cortaduras de Dedekind y la construcción real en base a los axiomas de Peano. Con base a nuestra experiencia, ambas teorías requieren un nivel de razonamiento superior en el ámbito de la teoría general de conjuntos.

De forma particular, en la primera Dedekind introduce el concepto de cortadura y a través de este su teoría de construcción de los números reales en su libro “Continuidad y números irracionales”. En este conocido libro Dedekind propuso establecer una sólida fundación para el cálculo infinitesimal, por medio de una definición consistente del continuo, formulada en términos estrictamente no geométricos. Ya en 1858, en la primera fase de su carrera docente en Zurich, Dedekind había notado que el cálculo infinitesimal carecía de una fundación adecuada. En particular, Dedekind notó que se podía basar el cálculo en el teorema que establece, que toda sucesión acotada, monótona creciente tiene límite, pero que, sin embargo, este teorema no había sido en su opinión demostrado satisfactoriamente, y, por el contrario, se aceptaba por analogía, en base a una intuición geométrica (Corry, 2018). La segunda de estas teorías se constituye en el paso inicial a los cursos tradicionales de Análisis Matemático (Lima, 2008), rama que profundiza el saber matemático y hace parte de los últimos semestres de programas de pregrado relacionados con ciencias matemáticas (Pensum1, 2018) (Pensum2, 2018).

La no conmensurabilidad de este sistema y el carácter de densidad topológica de sus elementos infinitos, constituyen un obstáculo epistemológico hacia el aprendizaje significativo de nuestro tema de estudio (Fischbein, 1995). Dicha situación desfavorece los procesos de

enseñanza de los estudiantes de educación media, ya que generalmente, estos no satisfacen los estándares cognitivos mínimos necesarios para adentrarse en tal teoría matemática. Los mismos marcos cognitivos de los docentes, no permiten un manejo adecuado del concepto.

Lo anterior constituye el marco teórico de nuestra estrategia de enseñanza. Nuestra propuesta se basa en el Origami, puesto que este es de gran ayuda a la educación. Dentro de los beneficios más relevantes de esta técnica se exalta el hecho de que brinda al profesor una herramienta que le permite desarrollar contenidos conceptuales y procedimentales, permite desarrollar la destreza manual y la exactitud en el trabajo, brinda un acercamiento interdisciplinar entre las artes y las matemáticas. Además, el Origami es un método valioso en el desarrollo de actividades y destrezas básicas (Hull, 2006), (De la Torre, 2008).

### 3. METODOLOGÍA

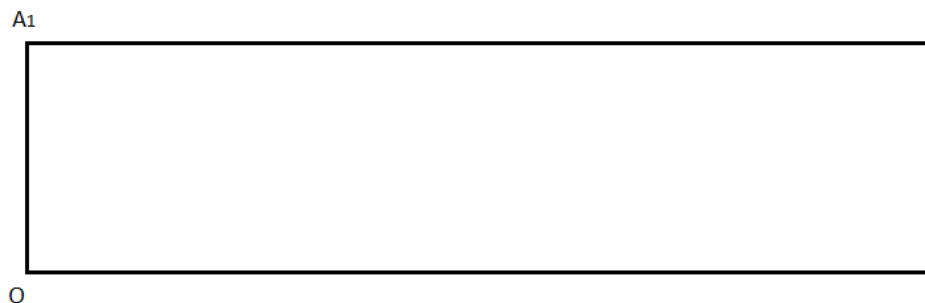
Definimos la Sucesión Natural de Irracionales a través de la fórmula recursiva:

$$X_n = \sqrt{n} \quad \text{Ec. (1)}$$

Donde  $n$  es escogido arbitrariamente en los números naturales. Dentro de las propiedades más importantes, podemos resaltar que esta sucesión contiene una cantidad infinita de números irracionales, pues si  $n$  no es cuadrado perfecto luego su raíz es un irracional. Nuestra propuesta pedagógica construye los puntos de esta sucesión sobre la recta real. A continuación, se hace una descripción de la estrategia.

1. Solicitamos a los alumnos del aula formar grupos de 5 integrantes y socializar entre ellos el significado de número irracional. Además se les pide que traten de localizar de forma precisa algunos de estos números en la recta.
2. Con los recursos comunes del aula de clases, se brinda una orientación pedagógica alrededor del concepto de número irracional y la construcción de algunos de estos. Para ello, se exponen detalles de la construcción pitagórica de la raíz cuadrada de dos.
3. Se le facilita a cada estudiante una banda de papel de dimensiones 10cm por 50cm aproximadamente.
4. Se interpreta la longitud vertical como la unidad por el postulado de la colocación de la recta, y se identifican los puntos  $A_1$  y  $O$ , como se muestra en la figura.

Figura. 1.



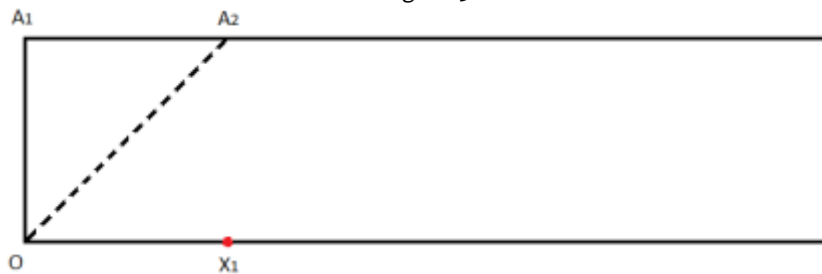
5. Se pliega el papel haciendo coincidir el segmento  $OA_1$  con su congruente sobre el eje horizontal. Se identifica el punto  $A_2$ . La diagonal generada es de longitud raíz de 2 por el teorema de Pitágoras.

Figura. 2.



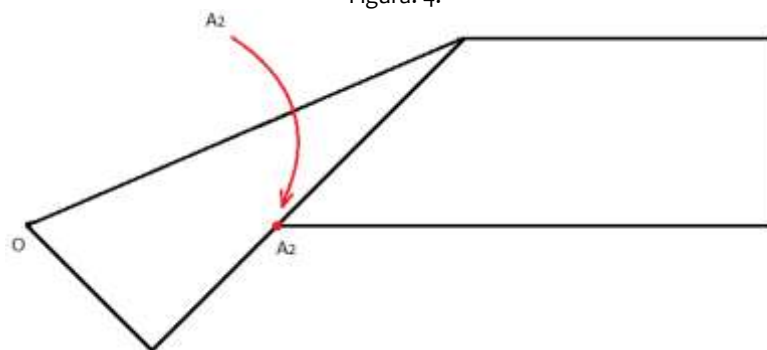
- Se desdobra el papel y se identifica el punto  $A_2$  sobre la diagonal y al  $X_1$  como la huella dejada por  $A_1$  sobre el eje horizontal.

Figura. 3.



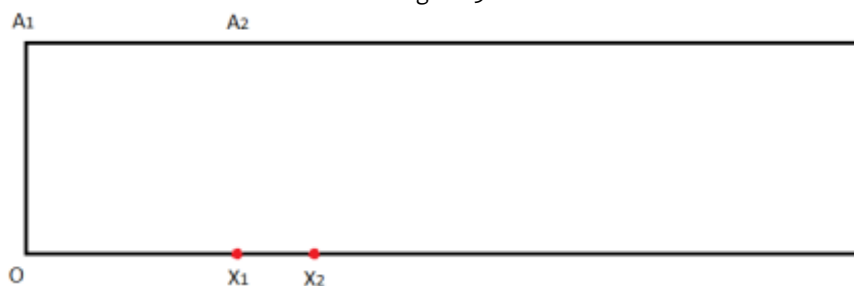
- Plegamos haciendo coincidir el segmento  $OA_2$  con su congruente sobre el eje horizontal.

Figura. 4.



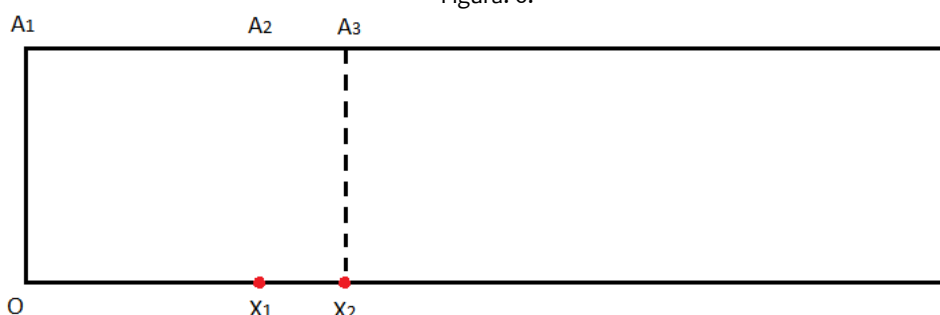
- Desdoblamos el papel e identificamos el punto  $X_2$  como la huella dejada por  $A_2$  en el eje.

Figura. 5.



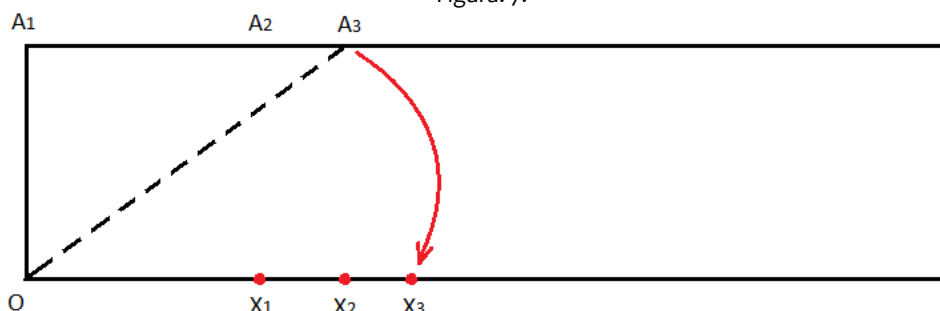
9. Identificamos ahora  $A_3$  doblando el papel sobre la perpendicular al eje horizontal hecha sobre el punto  $X_2$ . Por Teorema de Pitágoras, el segmento  $OA_3$  es de longitud raíz de 3.

Figura. 6.



10. Repetimos inductivamente el procedimiento desde el paso 7 hasta construir la cantidad deseada de términos  $X_n$ .

Figura. 7.



De esta manera, el método construye iterativamente los términos de la sucesión natural de irracionales, permitiendo al estudiante ubicar una cantidad arbitraria de puntos irracionales sobre la franja positiva de la recta real. La cantidad de números construida dependerá de la disposición del docente y del grupo.

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El presente trabajo expone la construcción formal de una estrategia didáctica, la puesta en práctica de tal proceso se concibe dentro de un proyecto de investigación en educación a nivel de pregrado. Por tal motivo los resultados prácticos de este proyecto se detallarán en una posterior publicación.

#### 5. REFERENCIAS

Barajas, C., Parada, S., Molina, J. (2016). Dificultades en los procedimientos aritméticos emergentes de la resolución de problemas de fenómenos variacionales. Revista Colombiana de matemáticas educativa, Vol 1. 104.

Corry, Leo. (2018). La teoría de las proporciones de Eudoxio interpretada por Dedekind. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/265870943\\_La\\_teoría\\_de\\_las\\_proporciones\\_de\\_Eudoxio\\_interpretada\\_por\\_Dedekind](https://www.researchgate.net/publication/265870943_La_teoría_de_las_proporciones_de_Eudoxio_interpretada_por_Dedekind)

- Crespo, C. (2009). Acerca de la comprensión y significado de los números irracionales en el aula de matemáticas. *Revista Premisa*, 11, 41, 21-30. 2009.
- De la Torre, H. & Prada, A. (2008). El origami como un recurso didáctico para la enseñanza de la geometría. *Memorias noveno encuentro colombiano de matemática educativa*.
- Fischbein, E., Jehiam, R., y Cohen, D. (1995). The concept of irrational numbers in high-school students and prospective teachers. *Educational studies in mathematics* 29 (1), (29 - 44).
- Fuentes, E. y Saiz, Martha. 2016. Research in the classroom: learning of irrational numbers. *Quaest.disput*, 9 (19), 46-63.
- Hull, T. (2006). *Project origami, activities for exploring mathematics*. A. K. Peters Ltd. Wellesley, Massachusetts.
- Lima, E. (2008). *Curso de análisis 1*. Instituto nacional de matemática pura e aplicada.
- Luque, M. F. (1995). *Experiencias en la resolución de problemas en el aula de secundaria*. Granada, España.
- Ministerio de educación nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanía*. Recuperado de: [http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Moise, E. y Downs, F. (1972). *Serie matemática moderna, geometría*. Fondo educativo interamericano S.A.
- Pensum1, (2018). *Plan de estudios del Programa de Matemáticas*. Universidad del Atlántico. Recuperado de: <https://www.uniatlantico.edu.co/uatlantico/docencia/ciencias-basicas/programas/matematicas>
- Pensum2, (2018). *Plan de estudios 2011 del Programa de Licenciatura en Matemáticas*, Universidad del Atlántico. Recuperado de: <http://licenciaturamatema.wixsite.com/licmat/pensum>
- Sanchez, J. y Valdivé, C. (2011). *Irrational number: A historical view teaching*, Juan Carlos Sanchez y Camen Valdivé, TEACS Número 08.
- Valdivé, C. (2004). El dominio de las operaciones de adición y sustracción con fracciones. *Acta latinoamericana de matemática educativa*. Vol 17.

## APORTES AL APRENDIZAJE DE LA SUMA DE FRACCIONES HOMOGÉNEAS Y HETEROGÉNEAS A TRAVEZ DE GEOGEBRA EN GRADO TERCERO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA.

Michael Eduardo Montoya Velez<sup>1</sup>  
Diana Ximena Ortiz<sup>2</sup>

### Resumen

Este trabajo se articula desde diferentes referentes teóricos, la suma de fracciones homogéneas y heterogéneas y sus representaciones correspondiente, he modificado una propuesta pedagógica en Geogebra, la cual permitirá por medio de las actividades propuestas en ella, que los estudiantes de grado tercero de educación básica primaria logren identifiquen el tratamiento que reciben las fracciones homogéneas y heterogéneas cuando se suman, todo esto basándome en Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) de Guy Brousseau.

**Palabras clave:** *Fracciones homogéneas, fracciones heterogéneas, TSD.*

### Abstract

This work is articulated from different theoretical references, the sum of homogeneous and heterogeneous fractions and their corresponding representations, I have modified a pedagogical proposal in Geogebra, which will allow through the activities proposed in it, that students of third grade of basic education The primary objective is to identify the treatment that homogeneous and heterogeneous fractions receive when added together, all based on Guy Brousseau's Theory of Didactic Situations (TSD).

**Keywords:** *Fracciones homogéneas, fracciones heterogéneas, TSD.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Las herramientas computacionales les han permitido a los docentes de matemática el poder mejorar las clases, puesto que contamos con una infinidad de recursos tecnológicos que nos permiten agilizar procesos de aprendizaje a la hora de enseñar un tema matemático determinado, sin embargo el tomarse la tarea de buscar un applet o cualquier otro recurso que dé cuenta del concepto matemático que se quiere abordar, no es nada fácil ya que no siempre se va encontrar un recurso que cuente con las características que esperamos, y sin tener en cuenta que debemos ser muy objetivos a la hora de tomar decisiones con lo que se va a trabajar, puesto que hay que tener en cuenta algo muy importante y es el grado de escolaridad en el cual se desea trabajar. Yo he decidido trabajar con GEOGEBRA (Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles), en este caso he decidido trabajar la noción matemática de fracción que, de acuerdo con los derechos básicos de aprendizaje en el grado de escolaridad tercero de primaria, el estudiante debe describir, comparar y cuantificar situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones y usar diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental)

---

<sup>1</sup> Estudiante; Universidad del Valle; Michael.Montoya@Correounivalle.Edu.Co

<sup>2</sup> Docente Universidad del Valle; Diana.Ximena.Ortiz@Correounivalle.Edu.Co

y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. Una de las principales características que destacan este artefacto es que es un recurso para la docencia basada en las tics, útil para toda la educación básica y secundaria, e inclusive universitaria.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

Los recursos pedagógicos tienen como objetivo que los estudiantes puedan identificar como se pueden presentar las fracciones (propia e impropia), y que puedan interpretar las mismas a través de su representación gráfica (rectangular y circular). Lo que se quiere proponer es que los estudiantes a través de los applet y actividades indicadas puedan explorar, construir e identificar cual es el tratamiento que reciben a la hora de sumar fracciones homogéneas y heterogéneas.

## 3. METODOLOGÍA

La propuesta pedagógica cuenta con 8 Applet de las cuales 4 son actividades, las cuales se van desarrollando, teniendo en cuenta las TDS.

el applet 1 : Fracciones propias, tiene una interfaz agradable para el estudiante, donde se presenta una fracción ( $1/2$ ) y su representación gráfica (rectangular), además cuenta con un deslizador que al moverlo se abre otro deslizador que le permite explorar otras fracciones junto con su representación gráfica aparte le muestra al estudiante cómo se va dividiendo el rectángulo en relación al movimiento de los deslizadores y por ende observar cómo va cambiando la fracción y por lo cual se espera que deduzca por ejemplo que el numerador siempre es menor que el denominador.

El applet 2: Fracciones impropias, la interfaz que se presenta ya es muy diferente a la anterior, pues en el presente applet se muestra una fracción y su representación gráfica (circular) y cuenta con un deslizador que al moverlo desprende otro deslizador y tienen como función permitirle a estudiante observar cómo cambian la fracción y su respectiva representación gráfica, a diferencia con el applet 1 las representaciones graficas de las fracciones son distintas , rectangulares y circulares, respectivamente, este aspecto le permite al estudiante poder identificar distintas maneras de representar o interpretar una fracción gráficamente. Se pretende que el estudiante pueda identificar que las fracciones dadas son impropias y cuál es su relación con las gráficas que se dan al interactuar con los deslizadores.

El applet 3: en este applet se da cuenta de la suma de fracciones junto con su representación gráfica donde se cuenta con cuatro deslizadores, donde son dos deslizadores por cada fracción cuya funcionalidad es mostrar cambios en las fracciones dadas y su respectiva representación gráfica, y otro aspecto importante a mencionar es que las fracciones que componen la suma en su mayoría son heterogéneas pero cabe mencionar que todas las fracciones que se dan son propias aparte del resultado que es una fracción impropia, aquí lo que se pretende es que el estudiante pueda observar la relación de las fracciones que al sumarlas dan como resultado una fracción impropia.

El applet 4: El applet cuenta con tres deslizadores que le permiten al estudiante manipular los numeradores y denominadores de las fracciones que allí se dan con su respectiva representación gráfica, el objetivo es mostrar la suma de dos fracciones homogéneas y que el



estudiante pueda diferenciarlo con el applet anterior, que pueda identificar que el tratamiento de la operación suma es distinto.

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Dado que esta propuesta se basa en la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau y aclarando que no ha sido aplicada se espera, en primer lugar, que el estudiante sea capaz de identificar las fracciones propias e impropias, en segundo lugar también que se logre apropiarse del manejo que se le da a la suma de fracciones homogéneas y heterogéneas y así mismo se quiere que el estudiante logre identificar su respectiva representación gráfica, finalmente se espera que el estudiante por medio de la institucionalización fortalezca todo lo que observo en cada uno de los applet.

#### 5. REFERENCIAS

Guy Brousseau (2007) Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas, trad. de Dilma Fregona, Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Ministerio de Educación Nacional, (2006). Estándares Básicos de competencias en matemáticas. Santafé de Bogotá, Colombia: MEN

## DESARROLLO E IMPLEMENTACION DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE RESOLUCIÓN DE FÓRMULAS Y ECUACIONES EN ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO

Iván Andrés Padilla Escorcía<sup>1</sup>  
Jesús Alberto García Medina<sup>2</sup>  
Cristian Javier Cárdenas Herrera<sup>3</sup>

### Resumen

La presente investigación tiene como objetivo establecer estrategias didácticas para la comprensión de las formulas y despeje de ecuaciones en estudiantes de décimo grado. Es así, como para el desarrollo de esta investigación se hace uso de instrumentos de recolección de información como la entrevista a docente y estudiantes, una prueba diagnóstica y la observación.

**Palabras clave:** Ecuaciones, Estrategias didácticas, Materiales didácticos, Despeje de ecuaciones, propiedad invertiva.

### Abstract

The present investigation aims to establish didactic strategies for the understanding of the formulas and clearing of equations in tenth grade students. This is how, for the development of this research, information gathering instruments are used, such as the interview with teachers and students, a diagnostic test and observation.

**Keywords:** Equations, didactic strategies, didactic materials, clearing of equations, inverted property.

### INTRODUCCIÓN

Una de los principales y más notorias dificultades que presentan los estudiantes de noveno, décimo y undécimo grado de secundaria en el aprendizaje de las matemáticas es el comprender el lenguaje algebraico y como hacer uso del mismo en la solución de situaciones cotidianas, esto pues, el álgebra es un lenguaje, pero cada vez parece ser más difícil para los estudiantes de educación media general la transformación del lenguaje natural al algebraico y viceversa (Quintero, Rafaelsson, Moreno, & Acevedo, 2014).

Ahora bien, una de las principales razones que evidencia lo mencionado anteriormente, es la falta de estrategias didácticas y metodológicas en el aula de clase también hace que los estudiantes no despierten el interés en el tema a desarrollar, siendo conocido a su vez el temor que infunden las matemáticas para muchos estudiantes y sus familias, el bajísimo rendimiento que a nivel nacional tiene la asignatura en el pensum académico, y la fuerza con la que la tecnología se proyecta en la educación (Turriaga, 2014), así este trabajo centra su atención en a través de la aplicación de estrategias didácticas promover la motivación y estímulo en los estudiantes para fortalecer la temática correspondiente al despeje de ecuaciones, temática fundamental en los grados de secundaria y utilizado muy frecuentemente en la vida universitaria.

---

<sup>1</sup> Colegio Americano De Barranquilla; Ivanandrespadillaescorcía@Hotmail.Com

<sup>2</sup> Colegio Metropolitano De Soledad 2000; Alberto\_4532@Hotmail.Com

<sup>3</sup> Colegio Nuevo Gimnasio Del Country; Cjch.9508@Gmail.Com

En ese orden de ideas, el poco interés por parte del estudiante en la temática antes mencionada, es por no haber utilizado en la enseñanza del tema de despeje ecuaciones estrategias creativas que sean significativas y enriquecedoras en su aplicación y eso sumado a que una de las principales dificultades que presentan los estudiantes es la no identificación del método más fácil o pertinente que les permita darle solución a un sistema de ecuaciones (Rojas Gómez & Ariza Daza, 2013).

Por tal razón esta investigación centra su atención en las dificultades que presentan los estudiantes de décimo grado del colegio metropolitano de soledad 2000 al despejar una ecuación y los factores que inciden en esta compleja situación en la secundaria, ya que los estudiantes no muestran seguridad al momento de despejar variables, esto pues cuando van utilizar fórmulas para alguna situación aplicativa de las matemáticas presentan dificultad ya que no identifican las operaciones que están realizando y tampoco las variables con respecto a la incógnita a despejar, además no manejan con claridad el concepto y definición de la propiedad uniforme que es de suma importancia en las igualdades y de suma importancia en los despejes.

Esto conlleva a que, si los estudiantes no manejan despejes de ecuaciones en el área de matemáticas, se verán afectados en otras áreas que requieren de este proceso matemático, asignaturas como: física, química, contabilidad, entre otras.

Por tal motivo es importante que el docente utilice estrategias y materiales didácticos para enseñar los temas que se pretendan desarrollar, así mediante la problemática planteada Aristizábal, Colorado, & Gutiérrez, (2016) enuncian que el juego como estrategia didáctica y como actividad lúdica en el desarrollo integral del niño es pertinente en el aprendizaje de las matemáticas, pues puede actuar como mediador entre un problema concreto y la matemática abstracta dependiendo de la intencionalidad y el tipo de actividad, por lo tanto fortalecer los conocimientos de los estudiantes desarrollando de cierta forma las habilidades y competencias a través de juegos contribuyen a que el aprendizaje sea de carácter significativo.

Así Las estrategias didácticas desde la perspectiva de los juegos, le permitirán al estudiante a identificación, a comprender y a relacionar cada una de las operaciones básicas y las relaciones invertidas entre ellas, al momento de despejar alguna ecuación, ya que los estudiantes de décimo grado de dicha institución se les dificulta los procedimientos para despejar, generando de cierta forma una resistencia en la formación de conocimientos mínimos para darle solución a problemas que necesiten o involucren estos procesos, esta condición direcciona a la necesidad de motivar al estudiante a través de estrategias didácticas y materiales didácticos, sin apartar el interés específico de las matemáticas y sus aplicaciones.

## **DISEÑO METODOLÓGICO**

### **Paradigma**

Este proyecto de investigación se enfoca en el paradigma mixto, el cual según Creswell J., (2008) Establece que en una investigación mixta se integra metodologías de tipo cualitativo y cuantitativo con el objetivo de realizar un análisis más profundo acerca de la problemática a investigar, que este caso son las dificultades que presentan los estudiantes de décimo grado del colegio metropolitano de soledad 2000 al momento de despejar una ecuación.

### **Metodología y diseño de investigación**

El Diseño de investigación se enfoca en el diseño de triangulación concurrente, donde Creswell & Plano (2007) establecen que *"El propósito de este diseño es combinar las fortalezas de ambas metodologías para obtener datos complementarios acerca de un mismo problema de investigación. El investigador desea comparar y contrastar los datos originados por estas distintas metodologías. Se realiza el estudio en una sola etapa con lo cual simultáneamente se recolecta, procesa y analiza la información obtenida."*(p.3)

#### **Población y muestra**

La Población seleccionada para esta investigación son los estudiantes de 5 cursos de décimo grado de una institución educativa, la elección de la muestra en esta investigación se dio bajo las condiciones del muestreo discrecional (Levin, 2004), que son los 2 cursos de décimo grado que obtuvieron el más bajo rendimiento en la prueba diagnóstica, es decir es un muestro por conveniencia.

#### **Técnicas e instrumentos**

Dentro de las técnicas e instrumentos aplicados en la presente investigación son:

Entrevista a docentes y estudiantes acerca del impacto de la propuesta realizada, además, se hará una prueba diagnóstica para identificar las necesidades que presentan los estudiantes en temáticas específicas, también se hará uso de la observación en la cual se analizara el desenvolvimiento de los estudiantes en la temática a investigar en varias clases de matemáticas.

### **RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN**

Con los resultados obtenidos de la prueba diagnóstica se pudo establecer que 39,09% de la población de 220 estudiantes de 10 grado de la institución, 61 estudiantes presentaron dificultades en el reconocimiento de conceptos como son : inverso multiplicativo y aditivos al momento de despejar las incógnitas de las formulas propuestas ,confundiendo de cierta manera la relación de una operación matemáticas con otra , los 21 estudiantes restantes de la muestra solo presentaron dificultades con respecto a conceptos y definiciones sobre las operaciones inversas, pero en los despejes no tuvieron ningún problema.

Los estudiantes al realizar las actividades didácticas pudieron mejorar la dificultades establecidas de una manera más dinámica y eficiente , puesto a que desarrollaron el tema de despejes de ecuaciones de la mejor forma, de una forma no tradicionalista ,de una forma más práctica y sencilla , utilizando herramientas didácticas para su aprendizaje; los estudiante obtuvieron resultados positivos en la prueba de finalización de síntesis , en donde se evidencio la comprensión del tema , mediado por la didáctica implementada .

En agregado, los estudiantes manifestaban que las actividades propuestas no las veían como parte de la clase, sino como una dinámica o juego, por consiguiente, es importante tener en cuenta esa descripción porque reafirma que los juegos motivan a los estudiantes, y hacen que ellos aprendan de mejor manera.

### **CONCLUSIONES**

Teniendo en cuenta el análisis realizado durante los momentos de las actividades desarrolladas se pudo determinar que:

- Antes de la aplicación de las actividades didácticas, los estudiantes presentan dificultad al momento de identificar el concepto de inverso aditivo y multiplicativo de las operaciones básicas, para sí aplicarlo al despeje de ecuaciones. Los docentes no utilizan estrategias y materiales didácticos para desarrollar temas que utilicen el despeje de fórmulas y ecuaciones.
- Durante el desarrollo y finalización de las actividades didácticas el estudiante comprende, identifica y diferencia el concepto de inverso multiplicativo e inverso aditivo para luego aplicarlo al despeje de una ecuación. Los estudiantes identifican cuales son las operaciones básicas que está realizando cada una de las variable o constante, para luego despejar la incógnita deseada de la fórmula o ecuación. Los estudiantes manejan un mejor lenguaje matemático en el tema de despeje ecuaciones, estableciendo la diferencia entre un concepto y otro.

El uso de estrategias y materiales didácticos hace de las clases de matemáticas más dinámicas y significativas para el estudiante, y en especial en esta tipo de temas. La implementación de materiales didácticos en los estudiantes de dicha investigación, dejaron un impacto significativo en ellos al momento de aprender el tema propuesto, ya que siguen haciendo uso de estos en las clases que requieran del despeje de fórmulas.

## REFERENCIAS

- Aristizábal, J. H., Colorado, H., & Gutiérrez, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básica. *Sophia*, Págs (117 - 127).
- Creswell, & Plano. (2007). *Diseños mixtos de investigación*.
- Creswell, J. (2008). *Mixed Methods Research: State of the Art*. University of Michigan.
- Levin, R. (2004). *Estadística para administración y economía*. México : Séptima edición. Person Educación.
- Quintero, M., Rafaelsson, J., Moreno, G., & Acevedo, A. (2014). Transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico en educación media general. *Educere. Revista Venezolana de Educación*, Págs (119-132).
- Rojas Gómez, J. A., & Aríza Daza, A. A. (2013). Propuesta didáctica para la enseñanza de los métodos para resolver un sistema de ecuaciones lineales. *Educación Científica y Tecnológica*, Págs (555-558).
- Turriaga, M. L. (2014). CONEXIONES ALGEBRAICAS: Metodología de enseñanza-aprendizaje del álgebra para pasar de lo concreto a lo abstracto con el apoyo de tecnología emergente. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación Y Educación*. ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 546.

## UNA PROPUESTA PARA LA CONFIGURACIÓN DE UN RECURSO DIGITAL MEDIADO POR GEOGEBRA; EL CASO DE “LAS RETROACCIONES EN EL APRENDIZAJE DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL”

Diana Ximena Ortiz Collazos<sup>1</sup>  
Karen Estefani Ospina Suarez<sup>2</sup>  
Saidy Gabriela Vasquez Lobo<sup>3</sup>

### Resumen

Esta conferencia recoge alguno de los avances del trabajo de grado que se viene adelantando como prerrequisito para optar por el título de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la Universidad de Valle, donde se propone un diseño, implementación, análisis y evaluación de un recurso digital mediante una serie de actividades en Geogebra, que conducen a la apropiación, por parte del estudiante, del concepto de sistema de numeración decimal. De esta manera propiciar al estudiante una situación de aprendizaje didáctica y darle la oportunidad de construir sus propios conocimientos del concepto referente al sistema de numeración decimal, mediante el análisis, la exploración, y una gestión didáctica. Además, que el estudiante pueda mediante la experimentación con las matemáticas, visualizar conceptos abstractos mediante una constante conexión conceptual con el nuevo concepto asimilado y los conocimientos previos.

**Palabras clave:** *Contar, Geogebra, Sistema de numeración decimal, Recurso digital.*

### Abstract

This conference gathers someone of the advances from the work of degree that one comes improving as prerequisite to choose for the title of Master in Basic Education emphatically in Mathematics of the University of Valley, where one proposes a design, implementation, analysis and evaluation of a digital resource by means of a series of activities in Geogebra, which they lead to the appropriation, on the part of the student, of the system concept of decimal numeration. Hereby to propitiate to the student a didactic situation of learning and to give him the opportunity to construct his own knowledge of the concept relating to the system of decimal numeration, by means of the analysis, the exploration, and a didactic management. In addition, that the student could by means of the experimentation with the mathematics, to visualize abstract concepts by means of a constant conceptual connection with the new assimilated concept and the previous knowledge.

**Keywords:** *To count, Geogebra, System of decimal numeration, digital Resource.*

---

<sup>1</sup> Docente Universidad del valle; Institución Educativa Jorge Robledo (Vijes-Valle); Magister en Educación de la Universidad del Valle; [Diana.ximena.ortiz@correounivalle.edu.co](mailto:Diana.ximena.ortiz@correounivalle.edu.co)

<sup>2</sup> Universidad del Valle; Estudiante. Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle; [ospina.karen@correounivalle.edu.co](mailto:ospina.karen@correounivalle.edu.co)

<sup>3</sup> Universidad del Valle; Estudiante de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Universidad del Valle; [saidy.vasquez@correounivalle.edu.co](mailto:saidy.vasquez@correounivalle.edu.co)

## 1. INTRODUCCIÓN

Al Sistema de Numeración Decimal en los primeros años de escolaridad, se le ha otorgado una gran importancia en razón de que en la enseñanza de las matemáticas juega un papel primordial, sin embargo, el aprendizaje del sistema de numeración constituye un problema. Los errores que cometen los niños al resolver algoritmos o las explicaciones que brindan acerca de los procedimientos empleados en operaciones aritméticas, incluso cuando obtienen el resultado correcto, evidencian la dificultad de los estudiantes para comprender que dichas reglas están íntimamente relacionadas con los principios del sistema de numeración.

Dicha problemática va a estar sustentada por investigaciones realizadas por Lerner, D. (1992) (Citado en Parra, C. e Irma, S. 1994, p. 3). También Kamii, C. y Kamii, M., 1980/1988; Sellares, R y Bassedas, M., 1983; Bednarz B. y Janvier, B., 1982 (citados en Parra, C. e Irma, S. 1994, p. 3). Quienes por medio de la experimentación y puestas en acto han dado cuenta de problemas regulares en el aprendizaje del sistema de numeración decimal.

Ahora bien, se pretende en este trabajo desarrollar un método para introducir la noción del sistema de numeración decimal en segundo grado de la educación primaria, para ello se llevará a cabo una serie de actividades didácticas en Applet haciendo uso del software dinámico Geogebra. Estas actividades deben permitirle al estudiante un primer acercamiento al concepto reconociendo que el sistema de numeración que él utiliza está formado por diez símbolos llamados dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Con estos dígitos se representan todos los números de nuestro sistema decimal, además que mediante la práctica, el estudiante, observe que a veces se utilizan dos, tres o cuatro cifras que al combinarse simbolizan un número, y que estos números son los que él utiliza usualmente para contar y ordenar.

Esto será posible ya que Geogebra proporciona las herramientas necesarias para que el estudiante se familiarice con este concepto mediante la exploración, el reconocimiento, y el desarrollo de sus propias conjeturas y suposiciones logrando así construir el conocimiento mediado por un Blog interactivo para lograr un aprendizaje más dinámico en la educación matemática.

De esta manera surgió el interrogante: ¿cómo influye la configuración de un recurso digital mediado por GeoGebra, en el aprendizaje del Sistema de Numeración Decimal, en segundo grado de la educación básica primaria en la Institución Educativa Técnico Industrial Pedro Antonio Molina?

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### DIMENSIÓN MATEMÁTICA

Según Andonegui “El sistema numérico decimal es el resultado de un largo proceso histórico-cultural, en el que diversas civilizaciones fueron aportando diferentes elementos: la idea posicional, la base decimal, el cero y los otros símbolos numéricos” (2004. p.16). La aparición del sistema de numeración decimal ha sido el resultado de la evolución de diversos desarrollos matemáticos en la historia de la civilización.

## Desarrollo histórico del concepto de número

El concepto de “número” se desarrolló poco a poco a lo largo de la evolución de la humanidad, ligado a su vida diaria. A lo largo de la historia de la humanidad se ha necesitado expresar cantidades, esto es contar objetos y seres vivos. Por ejemplo, contar cuántas personas había en una cueva, también expresar a qué distancia estaba el río o tomar alguna medida, es decir representar medidas reales con símbolos, etc.

## DIMENSIÓN CURRICULAR

### Lineamientos curriculares

A partir de los lineamientos curriculares se consideran aspectos importantes como los procesos generales de la actividad matemática, los conocimientos básicos, los contextos en el aprendizaje de las matemáticas, los cuales deben ser definidos y articulados a nuestra propuesta de intervención en el aula, dado que permiten el desarrollo de habilidades y conocimientos en matemática.

### Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas

Para el diseño del recurso digital, se debe tener en cuenta la coherencia que se plantea en los estándares básicos de competencias en matemáticas, es decir, aquellos conocimientos adquiridos en años anteriores los cuales el estudiante necesitará poner en juego para el desarrollo de las actividades propuestas, de esta forma, se ha realizado una revisión en los estándares correspondientes al pensamiento numérico de primero a tercero, tales como: Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal. Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.

### Los Derechos Básicos de Aprendizaje

Han sido elaborados guardando concordancia con los estándares básicos y los lineamientos curriculares, además son considerados como una herramienta que se ha dirigido a la comunidad educativa para identificar los saberes básicos que los estudiantes deben adquirir en cada grado, por lo que se hizo una revisión en algunos ítems relacionados con la noción y serán tenidos en cuenta para seguir la ruta de aprendizaje que se ha propuesto el MEN.

## DIMENSIÓN DIDÁCTICA

### Enseñanza del Sistema de Numeración Decimal

Se desconoce que los niños tienen oportunidad de elaborar conocimientos acerca de los números desde mucho antes de ingresar en primer grado, en algunas de las situaciones cotidianas en las que aparecen numerales como en el dinero, los precios, los teléfonos, las fechas, en los relojes, las páginas de los libros y revistas, las medidas del calzado, el control remoto de la televisión, etcétera.

Por lo cual, se necesario indagar sobre cómo se aproximan los niños al conocimiento del sistema de numeración, considerando que es posible que ya tengan conocimientos acerca de los números.

Averiguarlo es un paso necesario para diseñar situaciones didácticas que den la oportunidad a los estudiantes de poner en juego sus propias conceptualizaciones y



confrontarlas con las de los otros, que les permitan elaborar diversos procedimientos y explicitar argumentos para justificarlos, que los lleven a descubrir lagunas y contradicciones en sus conocimientos, que brinden elementos para detectar los propios errores, que en suma los obliguen a cuestionar y reformular sus ideas para aproximarse progresivamente a la comprensión de la notación convencional.

Y aunque en este momento es una realidad que, según Lerner, D. y Sadovsky, P.

[los estudiantes] todavía no han descubierto la regla del sistema (la agrupación recursiva en base 10), esto no les impide en absoluto elaborar hipótesis referidas a las consecuencias de esa regla –la vinculación entre la cantidad de cifras o su posición y el valor del número– y utilizarlas como criterios válidos de comparación de números. (1994, p. 8)

### **Recurso pedagógico**

En la inclusión de tecnologías computacionales para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas por parte del docente, es necesario establecer los vínculos entre el recurso digital y el conocimiento matemático, también reconocer el carácter comunicacional de la enseñanza de las matemáticas, que permite la movilización de conocimiento y pensamiento matemático, siendo un elemento fundamental en la gestión didáctica que los profesores desempeñan en su labor de enseñanza mediada por un recurso digital.

## **DIMENSIÓN COGNITIVA**

### **Génesis instrumental**

Para considerar el proceso de génesis instrumental de los estudiantes frente al recurso digital, se considera como base teórica el Enfoque Instrumental de Rabardel (1995), el cual se basa en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), y en la ergonomía cognitiva que se refiere a los procesos mentales tales como percepción, memoria, raciocinio y respuesta motora y cómo estas afectan las interacciones entre seres humanos y otros elementos de un sistema. Por ejemplo, interacción hombre-computadora.

### **Orquestación instrumental (OI)**

La teoría de la OI, permite la organización particular de la clase, en este caso una situación matemática que tiene como finalidad movilizar la noción de Sistema de Numeración Decimal, donde se integren sistemas de instrumentos que se organizan de acuerdo a la actividad que realiza el sujeto. Desde la perspectiva de Trouche la OI contempla aspectos fundamentales que permiten caracterizar la actividad del sujeto en interacción con los instrumentos, tales aspectos son:

- Conjunto de individuos: caracterización de la población que participa en el desarrollo de la actividad.
- Conjunto de objetivos: relacionados con los propósitos de la clase.
- Configuración didáctica: es un arreglo de artefactos que generan el recurso pedagógico, tales como algunas applets en GeoGebra, documentos entre los cuales se encuentran la ficha del estudiante, la ficha del docente, lápiz, borrador, etc., en otras palabras, una configuración de la ambientación de la enseñanza y los artefactos involucrados en ella.

- Modos de aprovechamiento de la configuración: un modo de explotación de la configuración didáctica será la manera como el profesor decide explotarla para beneficio de sus intenciones didácticas e incluye las decisiones sobre la forma en que una applet acompañada de una tarea es introducida y trabajada, sobre los posibles roles que jugarán los artefactos y sobre los esquemas y técnicas a ser desarrollados y establecidos por los estudiantes.

### 3. METODOLOGÍA

La metodología de investigación seleccionada es la ingeniería didáctica, la cual es caracterizada por Artigue (1995) como “un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza” (p.36). Así dependiendo de la importancia de la realización didáctica involucrada en la investigación se pueden distinguir dos niveles, el de la micro-ingeniería y el de la macro-ingeniería.

En este caso, el nivel escogido es la micro-ingeniería, ya que se toma en consideración a Artigue (1995) cuando afirma: “que las investigaciones de micro-ingeniería son más fáciles de llevar a la práctica” (p.36), debido a que esta permite tener en cuenta las complejidades de los diferentes fenómenos presentados en clase de manera local; lo cual es lo que se pretende realizar y evidenciar en este trabajo.

Para la metodología de investigación basada en la ingeniería didáctica se debe tener en cuenta cuatro fases de experimentación:

- Fase 1: Análisis preliminar.
- Fase 2: Concepción y análisis a priori.
- Fase 3: Experimentación y/o ejecución.
- Fase 4: Análisis a posteriori y evaluación

### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los referentes teóricos están permitiendo consolidar el recurso digital, haciendo uso de Geogebra como un elemento potencial para dar cuenta del recurso, estructurando la visualización y el arrastre, para hacer evidente los elementos abstractos del sistema de numeración decimal.

Se pretende que la abstracción del objeto matemático sea comprendido por el estudiante, a través de las retroacciones generadas por el medio en el momento que el niño realiza una acción sobre él, para que así pueda existir una validación directa entre el estudiante y el medio.

Este trabajo representa un aporte didáctico e instrumental para el aprendizaje del sistema de numeración decimal. En consecuencia, la construcción de un marco teórico propio del campo, el cual parte de las articulaciones teóricas resultantes de los análisis preliminares, permitieron contextualizar el problema de indagación y configurar el dispositivo experimental.

## 5. REFERENCIAS

- Andonegui, Martin. (2004). *El Sistema Numérico Decimal*, numero 2. Caracas: Federación Internacional Fe y Alegría.
- Kanwar, A y Uvalić-Trumbic, S (2015) *Guía Básica de Recursos Educativos Abiertos (REA)*. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, 7, place de Fontenoy, 75352 París 07 SP, Francia, recuperado de <http://unesdoc.unesco.org/images/0023/002329/232986s.pdf>
- Lerner, D. (1992): *La matemática en la escuela aquí y ahora*, Buenos Aires, Aique.
- Lerner, D. y Sadovsky, P. (1994). *El sistema de numeración: un problema didáctico*. En Parra, C. y Saiz, J. (comp.). *Didáctica de las matemáticas*. Buenos Aires, Paidós, 95-184.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, D. C.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá, D. C., recuperado de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Parra, C. e Irma, S. (1994) *Didáctica de matemáticas*. Aportes y reflexiones. Editorial Paidós Educador
- Rabardel, P. (1995). *Les Hommes et les Technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin, Paris.
- Trouche, L. (2004). *Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations*. *International Journal of Computers for M*

## LA APROXIMACIÓN A LAS SOLUCIONES DE ECUACIONES NO LINEALES EN PRIMARIA USANDO GEOGEBRA COMO MEDIO DIDÁCTICO

Angie Paola Samper Taboada<sup>1</sup>  
Emperatriz Mercado Hernandez<sup>2</sup>  
Jesús David Berrío-Valbuena<sup>3</sup>

### Resumen

En esta investigación se propone el diseño de una situación didáctica que le permita a los estudiantes, de la básica primaria, hacer un acercamiento desde una perspectiva topológica a los conceptos de línea simple, línea abierta, línea continua (suponiendo que una ecuación no lineal es una línea simple, abierta y continua), aproximación, extremos, vecino, entre otros. Y a su vez la conjugación de todos estos conceptos para construir de forma intuitiva un método que permite encontrar puntos de intersección entre dos líneas simples, abiertas y continuas, lo que constituiría el método de bisección sin hacer uso de ecuaciones o pruebas iterativas numéricas.

**Palabras clave:** *Líneas simples y abiertas, líneas continuas, topología, aproximaciones a soluciones, ecuaciones no lineales.*

### Abstract

In this research we propose the design of a didactic situation that allows students, from the first courses of the school, to get approach from a topological perspective to the concepts of simple line, open line, continuous line (assuming that a non-linear equation is a simple line, open and continuous), approximation, extremes and neighbor, among others. And in turn the conjugation of all these concepts to construct intuitively a method that allows to find points of intersection between two simple, open and continuous lines, which would constitute the method of bisection without making use of equations or numerical iterative tests.

**Keywords:** *Open and simple lines, continuous lines, topology, approaches to solutions, non-linear equation.*

### 1. INTRODUCCIÓN

En nuestra sociedad, la matemática numérica, adquiere cada vez más importancia. Sin duda, la calidad de los cursos de métodos numéricos, es uno de los parámetros que influye el desarrollo del cálculo. Sin embargo, en ocasiones no se alcanzan a desarrollar las temáticas realmente importantes para el desarrollo del cálculo, es por eso que se hace un énfasis en seleccionar matemáticas importantes o relevantes para los objetivos marcados. Por ejemplo, dentro del campo numérico, el NTCM cita la proporcionalidad y las razones; cita las destrezas de razonar y deducir, la capacidad de predicción a través de las

---

<sup>1</sup> Universidad del Atlántico; Licenciatura en Matemáticas; Colombia

<sup>2</sup> Universidad del Atlántico; Licenciatura en Matemáticas; Colombia

<sup>3</sup> Universidad del Atlántico; Magister en Educación Matemática; Colombia

matemáticas o incrementar conocimientos en recursión, iteración, comparación de algoritmos.

Teniendo en cuenta lo anterior, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2003), afirman que: el alumno debe seleccionar métodos y herramientas apropiadas para computar con números enteros de entre computación mental, estimación, calculadoras y papel y lápiz de acuerdo con el contexto y la naturaleza del cálculo y use el método o la herramienta seleccionada.

Siguiendo el anterior orden de ideas, esta investigación pretende hacer un primer diseño de un medio didáctico, dirigido a estudiantes de quinto grado de primaria, para que la interacción con éste les permita tener una aproximación a los métodos numéricos, más específicamente al método de bisección. Las actividades propuestas se desarrollarán en el contexto de la Teoría de las Situaciones Didácticas.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### **Teoría de las situaciones didácticas en Educación Matemática**

La Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) se diferencia entre dos enfoques, el enfoque tradicional que hace referencia a una educación unilateral donde el profesor solo está a cargo de proveer el contenido y el estudiante solo recibe la información, solo intervienen dos elementos profesor y estudiante, en cambio en el enfoque descrito por Brousseau (1997) intervienen tres elementos que son esenciales; estudiante, profesor y el medio didáctico, es el profesor quien proporciona el medio en el cual, el estudiante construye su conocimiento. Así, Situación Didáctica se refiere a la relación existente entre tres sujetos: profesor-estudiante-medio didáctico y la Situación A- Didáctica hace referencia al proceso en el cual el docente plantea problemas que los estudiantes ven en su cotidianidad y pueden resolver con conocimientos construidos anteriormente y que le permitirán a estos generar hipótesis y conjeturas, es decir los estudiantes se verán enfrentados a situaciones problemas que deberán resolver sin intervención directa del profesor. De esto se puede ver que la Situación A-didáctica está contenida en la Situación Didáctica (Chavarría, 2006).

El enfoque que le da Brousseau (1997) (citado por Acosta, 2010) a las Situaciones A-didácticas viene dado desde el aprendizaje por adaptación que se da esencialmente en la interacción entre el medio y el sujeto; este medio cumple una función dependiendo de la fase en la que se encuentre (acción, retroacción y validación): El sujeto parte de una intención, de una meta a alcanzar, por lo cual realiza una acción sobre el medio, el medio reacciona a esta acción, a esto se le llama en la TSD una retroacción, luego el sujeto hace un interpretación de la retracción mostrada por el medio y finalmente el sujeto valida su acción de acuerdo con la interpretación que hace de las retroacciones del medio. Esta validación puede tomar dos valoraciones: Cuando la acción realizada le permite alcanzar su intención la validación es positiva, en cuyo caso refuerza esta acción, es decir la repetirá con mayor frecuencia cuando quiera alcanzar esa intención. Cuando la acción realizada no le permite alcanzar su intención la validación es negativa y produce una modificación de la acción, iniciando un nuevo ciclo acción-retroacción-validación, el medio puede ser material o virtual.

Teniendo en cuenta lo mencionado el rol que juega el docente en la TSD es fundamental, esencialmente en las Situaciones A-didácticas, que como se mencionó, están inmersas en las situaciones didácticas. Acosta (2010) menciona tres características que el docente debe cumplir:

Antes del encuentro con los estudiantes en el aula de clase debe preparar con cuidado el problema y el medio que conforman la Situación A-didáctica, es decir prever las acciones que pueden realizar los estudiantes, las retroacciones del medio y las posibilidades de validación que tendrán los estudiantes.

Durante el desarrollo de la Situación A-didáctica el profesor debe restringir sus intervenciones para garantizar el aprendizaje por adaptación. Debe evitar darle información directa o indirecta al estudiante que lo lleve a la solución del problema, y sobre todo debe evitar hacer juicios, ya sean buenos o malos, del trabajo realizado por el estudiante. Sin embargo, esto no quiere decir que debe abandonar por completo la situación; en esta fase, sus intervenciones deben restringirse a retornarle el problema al estudiante, en otras palabras debe evitar que el estudiante se resigne a encontrarle solución al problema, asegurándose de que entienda lo que se espera que él logre, que identifique algunas acciones que puede realizar en el medio, y que vea las retroacciones que el medio proporciona.

Una vez culminada la Situación A-didáctica interviene directamente para hacer saber a los estudiantes del conocimiento que han construido, para institucionalizar, formalizar dicho conocimiento construido.

Dentro de la relación que existe entre profesor-estudiante-medio didáctico, existen dos conceptos que juegan un papel relevante: la Transposición Didáctica y el Contrato Didáctico. El Contrato Didáctico refiere a las reglas, las consignas, los parámetros establecidos entre profesor y alumno, de esta forma, comprende el conjunto de comportamientos que el profesor espera del estudiante y viceversa (Chavarría, 2006) y la Transposición Didáctica hace referencia a la transformación del saber sabio al saber enseñado, adecuado al nivel del estudiante, en otras palabras, al proceso de modificar el saber para que sea transmitido de una forma sencilla y adaptarlo a su enseñanza (Chevallard, 1998).

### **Pensamiento Variacional**

Según Vasco (2006) tenemos lo siguiente:

El pensamiento variacional se desarrolla de múltiples maneras: Con el pensamiento numérico, si se fija la atención en la manera como varían los números figurados pitagóricos, como la variación de los números cuadrados; con los intentos de captar patrones numéricos que se repiten, como 3, 6, 9, 12, o 3, 9, 27, 81, o 3, 5, 7, 11. Con el pensamiento espacial, o mejor espacio-temporal, si se acentúan los movimientos, las transformaciones y los cambios, no las figuras estáticas y sus nombres y propiedades y se fija la atención en las variaciones implícitas en ese pensamiento espacio-temporal. Ese es el pensamiento geométrico tomado dinámicamente, no en la forma estática de la geometría euclidiana tradicional. Por ejemplo, atender a la variación del área de un triángulo en posición estándar con el cambio del largo de la base, con el cambio de altura, con el cambio de la posición del vértice a lo largo de una paralela a la base, o con el cambio de la posición de la

base a lo largo de la recta en donde está el segmento inicial, mientras se mantiene el vértice fijo. Eso es muy distinto a decir que el área de un triángulo es la base por la altura sobre dos. Con el pensamiento métrico en cuanto a la diferenciación entre magnitudes, cantidades de las magnitudes, medición inicial a numérica de esas cantidades, ordenación de las mismas y medición numérica.

Para Villa (2010) señala que: “el desarrollo de la variación no debe estar restringido de manera exclusivamente a la modelación matemática”, también para Villa (2006) reconocen dentro del estudio de la variación la representación como elemento base para su comprensión: El estudio de los conceptos, procedimientos y métodos que involucran la variación, están integrados a diferentes sistemas de representación -gráficas, tabulares, expresiones verbales, diagramas, expresiones simbólicas, ejemplos particulares y generales para permitir, a través de ellos, la comprensión de los conceptos matemáticos.

### 3. METODOLOGÍA

El diseño de esta investigación está basado en dos etapas, la Etapa A es la *selección de la muestra objeto de estudio* y la Etapa B, está sustentada por las teorías propuestas por Chevallard (1998) y Brousseau (1997) con sus teorías de Transposición Didáctica y Situaciones Didácticas respectivamente; las cuales se ven reflejadas en la Ingeniería Didáctica vista como metodología de la investigación, que tiene como finalidad la confrontación entre un Análisis a Priori y un Análisis a Posteriori, luego de la intervención didáctica. A continuación, es presentada la metodología a seguir para cada una de las etapas:

#### **Etapa A (*selección de la muestra objeto de estudio*):**

En esta etapa inicial se realizó una actividad a los 34 estudiantes pertenecientes a 5° de primaria de la Normal Superior Del Distrito De Barranquilla, con el propósito de conocer las estrategias empleadas por estos estudiantes al momento de resolver la actividad, teniendo en cuenta estos resultados se escogen 15 estudiantes, con los cuales se dialogó para conocer la estrategia implementada, el cómo y por qué la implementaron, para así por ultimo tomar 5 estudiantes. Una vez definida la muestra y viendo las necesidades de la misma se procede a la Etapa B.

**Etapa B (*Ingeniería Didáctica*):** Para esta etapa se siguieron las diferentes fases de la Ingeniería Didáctica propuesta por Artigue; Douady, Moreno y Gómez (1995):

**Fase 1. Análisis preliminar:** en esta fase se diseñan las diferentes series de actividades (situaciones didácticas) a realizar, categorizándolas teniendo en cuenta los objetivos a alcanzar.

**Fase 2. Análisis a priori de las Intervenciones Didácticas:** en esta fase se realizará un análisis de las posibles respuestas, aptitudes y estrategias que utilizará el estudiante al momento de desarrollar cada una las actividades que se le presenten de la fase anterior.

**Fase 3. Experimentación:** en esta fase se procede a implementar y a desarrollar la propuesta, teniendo en cuenta cada detalle que realice el estudiante al momento de desarrollar las actividades, también lo que sustente o responda ante cada interrogante que se le presente.

**Fase 4. Análisis a posteriori y evaluación:** en esta última fase de la Ingeniería Didáctica se procede a realizar un análisis sobre los datos recogidos de la experimentación (fase anterior), es decir, un análisis sobre lo que el estudiante realizó al momento de resolver las actividades establecidas, para luego así realizar la confrontación o la comparación sobre lo que se esperaba que el estudiante realizara (fase 2) con lo que realizó (fase 3).

#### 4. AVANCES DE LA INVESTIGACIÓN

La información aquí expuesta corresponde los avances de una investigación que se viene desarrollando. En la fase de diseño de las situaciones se han estructurado una serie de actividades que se siguen de algunos planteamientos de Piaget que sugieren que a partir de los seis años los conceptos topológicos comienzan a transformarse en conceptos proyectivos y euclidianos, lo que le permite al niño la construcción de un espacio exterior. Este favorece la elaboración de representaciones mentales que le facilitan la ubicación desde otros puntos de vista. En esta etapa las relaciones topológicas se aplican a todas las formas y las relaciones euclidianas y proyectivas comienzan a emerger; en ese momento ya percibe los objetos no como algo estático sino como objetos con movimiento (Cabrera, González, Mendoza y Arzate, 2017) que es justo lo que permite hacer un acercamiento a los procesos iterativos que se desarrollan al momento de plantear estrategias para encontrar soluciones de ecuaciones no lineales aun cuando no se trabajará con ecuaciones o con soluciones numéricas, pues los conceptos construidos serán estrictamente de la topología temprana.

Estas actividades se dividen en tres partes; la primera corresponde a la identificación de líneas abiertas y continuas como las líneas que tienen dos extremos y que se pueden recorrer sin levantar el lápiz. La segunda actividad consiste en construir de manera intuitiva el teorema de Bolzano. Es decir, que si tenemos una línea abierta y continua de tal manera que los extremos de la misma estén en semiplanos diferentes, esta necesariamente interseca la recta que divide al plano en dos. Y finalmente, una actividad que permita al estudiante la identificación del punto de intersección entre la línea abierta y continua y la recta que divide al plano.

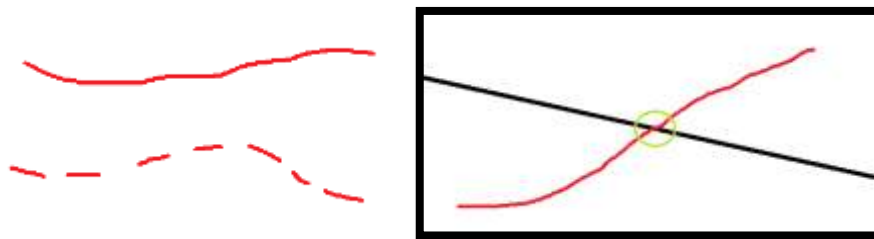


Gráfico 1. Ejemplos de las actividades a realizar 1 y 3. Fuente: elaboración propia

#### 4. REFERENCIAS

Acosta, M. (2010). Enseñando transformaciones geométricas con software de geometría dinámica. Enseñando transformaciones geométricas con software de geometría dinámica (págs. 132-142). Bogotá D.C.: Cengage learning.

Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática. Bogotá: una empresa docente.



- Brousseau, G. (1997). Theory of Didactical Situations in Mathematics. Kluwer Academic Publishers.
- Cabrera, N., González, R., Mendoza, H. y Arzate, R. (2017). La topología y la geometría en la enseñanza educativa, *Alternativas en psicología*, 37, pp. 93-106.
- Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 2.
- Chevallard, Y. (1998). La trasposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aiqué Grupo Editor.
- Vasco, C. (2006). Siete retos de la educación colombiana para el período de 2006 a 2019. Edudeka.

## UNA APROXIMACIÓN AL APRENDIZAJE DE LOS FRACCIONARIOS COMO RELACIÓN PARTE-TODO MEDIANTE UNA PROPUESTA DE AULA EN EL GRADO TERCERO

Raúl Fernando Mendoza Yela<sup>1</sup>  
Juan Sebastián Cortés Monroy<sup>2</sup>  
Cristian Andrés Hurtado<sup>3</sup>

### Resumen

En este estudio se reportan los avances de una investigación en curso en la que se presenta el diseño e implementación de una propuesta de aula dirigida a un grupo de estudiantes de grado tercero de primaria, la cual se basa en los principios de la *Educación Matemática Realista* y el trabajo con material manipulativo como lo es el Tangram y las Regletas de Cuisenaire. En este diseño se busca que mediante el uso de material manipulativo, contextos y situaciones reales, se le brinde al estudiante una serie de actividades en las que al comparar las superficies de las fichas del Tangram o las longitudes de las regletas respectivamente, la noción de número fraccionario desde su interpretación parte-todo se entienda como una relación cuantitativa entre magnitudes. Al ser este trabajo un avance del proyecto de investigación, es pertinente aclarar que aún no se tienen conclusiones y ni recomendaciones.

**Palabras clave:** *Educación Matemáticas Realista, fraccionario como relación parte-todo, relación cuantitativa entre magnitudes, material manipulativo, contextos y situaciones reales.*

### Abstract

This study reports the progress of an ongoing research in which the design and implementation of a classroom proposal aimed at a group of third grade students is presented, which is based on the principles of *Realistic Mathematics Education* and the work with manipulative material such as the Tangram and the Cuisenaire Strips. In this design it is sought that through the use of manipulative material, contexts and real situations, the student is offered a series of activities in which when comparing the surfaces of the Tangram tiles or the lengths of the strips respectively, the notion of fractional number from its interpretation part-everything is understood as a quantitative relation between magnitudes. As this work is an advance of the research project, it is pertinent to clarify that there are still no conclusions and recommendations.

**Key words:** *Education Mathematics Realistic, fractional as part-whole relation, quantitative relation between magnitudes, manipulative material, contexts and real situations.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Alrededor de la noción de número fraccionario desde su interpretación parte-todo, se han realizado trabajos como los de Llinares y Sánchez (1997), Obando (2003), Freudenthal

---

<sup>1</sup> Universidad Del Valle; Colombia; raul.mendoza@correounivalle.edu.co

<sup>2</sup> Universidad Del Valle; Colombia; juan.sebastian.cortes@correounivalle.edu.co

<sup>3</sup> Universidad Del Valle; Colombia; cristian.hurtado@correounivalle.edu.co

(1983), Cortina, Zúñiga y Visnovska (2013), Martínez y Lascano (2001), Rodríguez y Sarmiento (2002), entre otros; quienes presentan diversas problemáticas relacionadas a la enseñanza y aprendizaje de este objeto matemático. Es importante resaltar que en algunos de estos trabajos se toma en consideración el uso de material manipulativo para intentar mitigar dichas problemáticas. En consecuencia, para ceñir la problemática a tratar en esta investigación se tomaron en cuenta elementos de las conclusiones y recomendaciones de los trabajos mencionados.

La problemática de este trabajo se define teniendo en cuenta posturas de autores como Llinares y Sánchez (1997), quienes plantean que comúnmente los profesores apuestan por la introducción de los fraccionarios desde la “relación parte todo” como la primera aproximación a este concepto, haciendo uso exclusivo del registro simbólico y un tratamiento inadecuado de las representaciones gráficas. Ante esto, Obando (2003) considera que una de las formas que se deberían privilegiar en el abordaje de este objeto matemático son los procesos de medición y comparación de magnitudes, idea que se fortalece con los planteamientos del Ministerio de Educación Nacional (en adelante, MEN) (2006), donde se sugiere que a finales de grado tercero el estudiante debe ser capaz de describir situaciones de medición utilizando fracciones comunes, donde el establecer relaciones cuantitativas entre medidas (magnitudes) es algo propio de la relación parte-todo (Obando, 2003).

Por otro lado, Freudenthal (1983) considera que una causa de dificultades en el aprendizaje de esta noción matemática se basa en que las fracciones son poco usadas en situaciones de la vida real del estudiante, es decir, no es tan destacada su presencia en el contexto real de éste. Por tanto, sugiere que en la introducción de los fraccionarios desde la relación parte-todo es necesario partir de contextos y situaciones reales que sean significativas para el estudiante, pues así darán mayor significado a su aprendizaje. A partir de este supuesto se asume la perspectiva del enfoque metodológico desarrollado por Freudenthal (1973, 1991), conocido como *Educación Matemática Realista* (en adelante, EMR).

De acuerdo a lo planteado, en este trabajo se propone generar una propuesta de aula basada en los principios de la EMR, donde a partir de los procesos de medición y comparación de magnitudes en contextos y situaciones reales se favorezca una aproximación o consolidación del aprendizaje de los fraccionarios en grado tercero, centrando la atención en lo concerniente a la interpretación como relación parte-todo.

Al finalizar la investigación, se espera aportar algunas reflexiones conceptuales y metodológicas para la enseñanza y aprendizaje de los fraccionarios como relación parte-todo, a partir del análisis de los resultados obtenidos de la implementación de la propuesta de aula.

El marco de investigación que sustenta el diseño de esta propuesta de aula se presenta mediante un marco de referencia conceptual, el cual está compuesto por dos dimensiones que son la curricular y la didáctica. En cuanto a la metodología, se asume la cualitativa de corte descriptiva.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

En este marco se toma en consideración el estudio de dos referentes que son el curricular y el didáctico, a partir de los cuales se logran identificar elementos conceptuales y

curriculares de los números fraccionarios como objetos matemáticos, y también estrategias metodológicas que permiten interpretar y organizar el estudio de las condiciones, restricciones y posibilidades que están involucradas en el diseño de una propuesta didáctica relativa a la enseñanza de los números fraccionarios en su interpretación como relación parte-todo desde un enfoque *realista* de la matemática.

### 2.1 Referente curricular.

En este referente se presentan aspectos propios de la perspectiva curricular desarrollada por el MEN (1998, 2006), en tanto son constitutivos para la perspectiva curricular que se asume tanto en el planteamiento como en el desarrollo de este trabajo.

### 2.2 Referente didáctico.

En este referente se realiza primeramente una conceptualización matemática de las fracciones (Ohlsson, 1988) y posteriormente, se expone el planteamiento del enfoque metodológico de este trabajo conocido como EMR (Freudenthal, 1973, 1991).

## 3. METODOLOGÍA

Para el desarrollo de la presente investigación se asume la metodología cualitativa de corte descriptiva (Monje, 2011), pues en este trabajo se busca a través de la recopilación de información, datos y reflexiones que dejan los alumnos al interactuar con las actividades (situaciones que involucran el manejo del tangram y las regletas) interpretar los procesos de matematización que logran un grupo de estudiantes de tercer grado de la Educación Básica Primaria Colombiana en torno a los fraccionarios como relación parte todo, a partir de una propuesta de aula basada en la EMR.

Este tipo de metodología permite recopilar datos de manera sistemática, es decir, siguiendo un orden o sistema para ser observados y luego analizados bajo la teoría propuesta en el marco de referencia conceptual, en particular la EMR; y de este modo se pueda plantear una propuesta o afirmación en relación a lo que se está estudiando, en este caso la matematización que logran los estudiantes con las características ya mencionadas en torno a los fraccionarios como relación parte todo, en esto consiste especialmente el papel del investigador en este trabajo.

Al adoptar este tipo de metodología en el presente trabajo, no solo se adoptan sus perspectivas sino también sus formas de proceder. Una breve síntesis que exhibe este proceso se presenta en la Figura 1 (tomado de Bonilla y Rodríguez, 1997, p. 76).

Figura 1. El proceso de la investigación cualitativa (tomado de Bonilla y Rodríguez, 1997, p. 76).



En la Figura 1 se ha representado gráficamente el proceso de la investigación cualitativa, pero más aún, el proceso que se lleva a cabo en este trabajo, el cual se desarrolla a través de tres grandes fases las cuales se describen a continuación.

### 3.1 Fases del desarrollo de este estudio.

La presente investigación se lleva a cabo a través de las siguientes fases: la primera es la definición de situación-problema, la segunda es el trabajo de campo y la tercera es la identificación de patrones culturales. Por otro lado, en cada una de estas fases se logran diferenciar, a su vez, diversas etapas las cuales son: exploración de la situación y el diseño para la primera fase, recolección de datos cualitativos y organización de la información para la segunda fase y por último, el análisis, la interpretación y conceptualización inductiva para la tercera fase.

**3.1.1 Fase de la definición de situación-problema:** En esta primera fase se destacan dos etapas que son la exploración de la situación y el diseño, donde la primera se entiende como el momento en el que se establece el objeto que interesa investigar, el campo en el que éste se moviliza y las fuentes de información que sirven para realizar dicha investigación. Mientras que la segunda se concibe como el momento en que se plantea el diseño de la investigación, es decir, se realiza la estructuración de este estudio y el planteamiento de la propuesta de aula, la cual se basa en los principios de la EMR y en el trabajo con material manipulativo como lo es el Tangram y las Regletas de Cuisenaire. A partir de estas ideas, se presenta esta fase como la delimitación de los aspectos generales, el marco de referencia conceptual de la investigación, la propuesta de aula y la metodología del trabajo.

**3.1.2 Fase del trabajo de campo.** Esta segunda fase coincide con ser el momento en que se implementa la propuesta de aula con un grupo de estudiantes de grado tercero de primaria de una institución educativa (aún no definida). Al igual que la primera fase, ésta también tiene dos etapas, las cuales son la recolección de datos cualitativos y organización de la información.

La primera consiste en la información obtenida del acercamiento que se produce con los estudiantes durante las diferentes sesiones programadas para el abordaje de las situaciones y actividades, donde la recolección de información se lleva a cabo mediante registros fílmicos, fotográficos y toma de apuntes de las producciones de los estudiantes, además de las mismas producciones. Mientras que la segunda hace referencia a los procesos que se emplean para simplificar la recolecta de datos, como por ejemplo la creación de categorías de respuestas (similitudes que se encuentran en las producciones de los estudiantes al enfrentar cada una de las situaciones de la propuesta), la identificación de algunos participantes que cumplen con los criterios que interesan para el análisis del trabajo, la selección o modificación de algunos ítems en las actividades de tal forma que se ajusten o faciliten los análisis pertinentes, entre otros, obteniendo así evidencias que aportan significativamente a los análisis.

**3.1.3 La fase de identificación de patrones culturales.** En esta fase se plantea el análisis de la investigación, la cual a su vez se divide en tres etapas que son el análisis, la interpretación y conceptualización inductiva. La primera plantea un análisis mediante el cual se toman las producciones de los estudiantes y se contrastan con los planteamientos teóricos, es decir, se analizan las respuestas y acciones de los estudiantes ante las diferentes actividades, tomando como referencia lo que aquí se entiende por fraccionario como relación parte-todo y los niveles que caracterizan la matematización en la EMR. La segunda se entiende como el momento en que se proponen las conclusiones como producto del análisis realizado y por último, la tercera consiste en las reflexiones que surgen a partir de las conclusiones y los análisis.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al ser este trabajo un avance del proyecto de investigación, es pertinente aclarar que aún no se tienen conclusiones y recomendaciones. Sin embargo, se espera haber logrado un avance significativo para la fecha de presentación de la comunicación breve y así brindar algunas reflexiones acerca del trabajo con material manipulativo en contextos y situaciones reales, y sus aportes al aprendizaje de la noción de número fraccionario como relación parte-todo.

#### 5. REFERENCIAS

- Bonilla, E., y Rodríguez, P. (1997). Más allá del dilema de los métodos. La investigación en ciencias sociales. 3ª Ed. Santa Fé de Bogotá, Ediciones Uniandes.
- Cortina, J., Zúñiga, C., y Visnovska, J. (2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones. *Educación Matemática*, 25 (2), 7-29.
- Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task. Dordrecht. Reidel Publishing Co.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, The Netherlands: D. Reidel.

- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*, Kluwer, Dordrecht.
- Llinares, S., y Sánchez, M. (1997). *Fracciones: La relación parte-todo*. Madrid: Editorial Síntesis S.A.
- Martínez, C., y Lascano, M. (2001). *Acerca de dificultades para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones*. En EMA vol. 6, núm. 2, 159-179. Recuperado de [http://funes.uniandes.edu.co/1127/1/75\\_Mart%C3%ADnez2001Acerca\\_RevEMA.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1127/1/75_Mart%C3%ADnez2001Acerca_RevEMA.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional República de Colombia. (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas*. Santa Fé de Bogotá, Colombia: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional República de Colombia. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Recuperado de [http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Monje, C. (2011). *Metodología de la Investigación Cuantitativa y Cualitativa Guía Didáctica*. Recuperado de <https://www.uv.mx/rmipe/files/2017/02/Guia-didactica-metodologia-de-la-investigacion.pdf>
- Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista EMA*. (vol.8 N° 2). pp. 157-182. Recuperado de [http://funes.uniandes.edu.co/1521/1/99\\_Obando2003La\\_RevEMA.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1521/1/99_Obando2003La_RevEMA.pdf)
- Ohlsson, S. (1988). *Mathematical meaning and applicational meaning in the semantics of fractions and related concepts*. En J. Hiebert and M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (vol. 2, pp. 53-92). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Rodríguez, C., y Sarmiento, A. (2002). *El tangram y el plegado: dos recursos pedagógicos para aproximarse a la enseñanza de las fracciones propias*. *Revista EMA*, 7(1), pp. 84-100.

## DESARROLLO E IMPLEMENTACION DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE RESOLUCIÓN DE FÓRMULAS Y ECUACIONES EN ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO

Iván Andrés Padilla Escorcía<sup>1</sup>  
Jesús Alberto García Medina<sup>2</sup>  
Cristian Javier Cárdenas Herrera<sup>3</sup>

### RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo establecer estrategias didácticas para la comprensión de las formulas y despeje de ecuaciones en estudiantes de décimo grado. Es así, como para el desarrollo de esta investigación se hace uso de instrumentos de recolección de información como la entrevista a docente y estudiantes, una prueba diagnóstica y la observación.

**Palabras claves:** Ecuaciones, Estrategias didácticas, Materiales didácticos, Despeje de ecuaciones, propiedad invertiva.

### ABSTRACT

The present investigation aims to establish didactic strategies for the understanding of the formulas and clearing of equations in tenth grade students. This is how, for the development of this research, information gathering instruments are used, such as the interview with teachers and students, a diagnostic test and observation.

**Keywords:** Equations, didactic strategies, didactic materials, clearing of equations, inverted property.

### INTRODUCCIÓN

Una de los principales y más notorias dificultades que presentan los estudiantes de noveno, décimo y undécimo grado de secundaria en el aprendizaje de las matemáticas es el comprender el lenguaje algebraico y como hacer uso del mismo en la solución de situaciones cotidianas, esto pues, el álgebra es un lenguaje, pero cada vez parece ser más difícil para los estudiantes de educación media general la transformación del lenguaje natural al algebraico y viceversa (Quintero, Rafaelsson, Moreno, & Acevedo, 2014).

Ahora bien, una de las principales razones que evidencia lo mencionado anteriormente, es la falta de estrategias didácticas y metodológicas en el aula de clase también hace que los estudiantes no despierten el interés en el tema a desarrollar, siendo conocido a su vez el temor que infunden las matemáticas para muchos estudiantes y sus familias, el bajísimo rendimiento que a nivel nacional tiene la asignatura en el pensum académico, y la fuerza con la que la tecnología se proyecta en la educación (Turriaga, 2014), así este trabajo centra su atención en a través de la aplicación de estrategias didácticas promover la motivación y estímulo en los estudiantes para fortalecer la temática correspondiente al despeje de ecuaciones, temática fundamental en los grados de secundaria y utilizado muy frecuentemente en la vida universitaria.

---

<sup>1</sup> Colegio Americano de Barranquilla; ivanandrespadillaescorcía@hotmail.com

<sup>2</sup> Colegio Metropolitano de Soledad 2000; alberto\_4532@hotmail.com

<sup>3</sup> Colegio Nuevo Gimnasio del Country; cjch.9508@gmail.com



En ese orden de ideas, el poco interés por parte del estudiante en la temática antes mencionada, es por no haber utilizado en la enseñanza del tema de despeje ecuaciones estrategias creativas que sean significativas y enriquecedoras en su aplicación y eso sumado a que una de las principales dificultades que presentan los estudiantes es la no identificación del método más fácil o pertinente que les permita darle solución a un sistema de ecuaciones (Rojas Gómez & Ariza Daza, 2013).

Por tal razón esta investigación centra su atención en las dificultades que presentan los estudiantes de décimo grado del colegio metropolitano de soledad 2000 al despejar una ecuación y los factores que inciden en esta compleja situación en la secundaria, ya que los estudiantes no muestran seguridad al momento de despejar variables, esto pues cuando van utilizar fórmulas para alguna situación aplicativa de las matemáticas presentan dificultad ya que no identifican las operaciones que están realizando y tampoco las variables con respecto a la incógnita a despejar, además no manejan con claridad el concepto y definición de la propiedad uniforme que es de suma importancia en las igualdades y de suma importancia en los despejes.

Esto conlleva a que, si los estudiantes no manejan despejes de ecuaciones en el área de matemáticas, se verán afectados en otras áreas que requieren de este proceso matemático, asignaturas como: física, química, contabilidad, entre otras.

Por tal motivo es importante que el docente utilice estrategias y materiales didácticos para enseñar los temas que se pretendan desarrollar, así mediante la problemática planteada Aristizábal, Colorado, & Gutiérrez, (2016) enuncian que el juego como estrategia didáctica y como actividad lúdica en el desarrollo integral del niño es pertinente en el aprendizaje de las matemáticas, pues puede actuar como mediador entre un problema concreto y la matemática abstracta dependiendo de la intencionalidad y el tipo de actividad, por lo tanto fortalecer los conocimientos de los estudiantes desarrollando de cierta forma las habilidades y competencias a través de juegos contribuyen a que el aprendizaje sea de carácter significativo.

Así Las estrategias didácticas desde la perspectiva de los juegos, le permitirán al estudiante a identificación, a comprender y a relacionar cada una de las operaciones básicas y las relaciones invertidas entre ellas, al momento de despejar alguna ecuación, ya que los estudiantes de décimo grado de dicha institución se les dificulta los procedimientos para despejar, generando de cierta forma una resistencia en la formación de conocimientos mínimos para darle solución a problemas que necesiten o involucren estos procesos, esta condición direcciona a la necesidad de motivar al estudiante a través de estrategias didácticas y materiales didácticos, sin apartar el interés específico de las matemáticas y sus aplicaciones.

## **DISEÑO METODOLÓGICO**

### **Paradigma**

Este proyecto de investigación se enfoca en el paradigma mixto, el cual según Creswell J. , (2008) Establece que en una investigación mixta se integra metodologías de tipo cualitativo y cuantitativo con el objetivo de realizar un análisis más profundo acerca de la problemática a investigar, que este caso son las dificultades que presentan los estudiantes de décimo grado del colegio metropolitano de soledad 2000 al momento de despejar una ecuación.

### **Metodología y diseño de investigación**

El Diseño de investigación se enfoca en el diseño de triangulación concurrente, donde Creswell & Plano (2007) establecen que *"El propósito de este diseño es combinar las fortalezas de ambas metodologías para obtener datos complementarios acerca de un mismo problema de investigación. El investigador desea comparar y contrastar los datos originados por estas distintas metodologías. Se realiza el estudio en una sola etapa con lo cual simultáneamente se recolecta, procesa y analiza la información obtenida."*(p.3)

### **Población y muestra**

La Población seleccionada para esta investigación son los estudiantes de 5 cursos de décimo grado de una institución educativa, la elección de la muestra en esta investigación se dio bajo las condiciones del muestreo discrecional (Levin, 2004), que son los 2 cursos de décimo grado que obtuvieron el más bajo rendimiento en la prueba diagnóstica, es decir es un muestro por conveniencia.

### **Técnicas e instrumentos**

Dentro de las técnicas e instrumentos aplicados en la presente investigación son:

Entrevista a docentes y estudiantes acerca del impacto de la propuesta realizada, además, se hará una prueba diagnóstica para identificar las necesidades que presentan los estudiantes en temáticas específicas, también se hará uso de la observación en la cual se analizara el desenvolvimiento de los estudiantes en la temática a investigar en varias clases de matemáticas.

## **RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN**

Con los resultados obtenidos de la prueba diagnóstica se pudo establecer que 39,09% de la población de 220 estudiantes de 10 grado de la institución, 61 estudiantes presentaron dificultades en el reconocimiento de conceptos como son : inverso multiplicativo y aditivos al momento de despejar las incógnitas de las formulas propuestas ,confundiendo de cierta manera la relación de una operación matemáticas con otra , los 21 estudiantes restantes de la muestra solo presentaron dificultades con respecto a conceptos y definiciones sobre las operaciones inversas, pero en los despejes no tuvieron ningún problema.

Los estudiantes al realizar las actividades didácticas pudieron mejorar la dificultades establecidas de una manera más dinámica y eficiente , puesto a que desarrollaron el tema de despejes de ecuaciones de la mejor forma, de una forma no tradicionalista ,de una forma más práctica y sencilla , utilizando herramientas didácticas para su aprendizaje; los estudiante obtuvieron resultados positivos en la prueba de finalización de síntesis , en donde se evidencio la comprensión del tema , mediado por la didáctica implementada .

En agregado, los estudiantes manifestaban que las actividades propuestas no las veían como parte de la clase, sino como una dinámica o juego, por consiguiente, es importante tener en cuenta esa descripción porque reafirma que los juegos motivan a los estudiantes, y hacen que ellos aprendan de mejor manera.

## **CONCLUSIONES**

Teniendo en cuenta el análisis realizado durante los momentos de las actividades desarrolladas se pudo determinar que:

- Antes de la aplicación de las actividades didácticas, los estudiantes presentan dificultad al momento de identificar el concepto de inverso aditivo y multiplicativo de las operaciones básicas, para sí aplicarlo al despeje de ecuaciones. Los docentes no utilizan estrategias y materiales didácticos para desarrollar temas que utilicen el despeje de fórmulas y ecuaciones.
- Durante el desarrollo y finalización de las actividades didácticas el estudiante comprende , identifica y diferencia el concepto de inverso multiplicativo e inverso aditivo para luego aplicarlo al despeje de una ecuación. Los estudiantes identifican cuales son las operaciones básicas que está realizando cada una de las variable o constante, para luego despejar la incógnita deseada de la formula o ecuación. Los

estudiantes manejan un mejor lenguaje matemático en el tema de despeje ecuaciones, estableciendo la diferencia entre un concepto y otro.

El uso de estrategias y materiales didácticos hace de las clases de matemáticas más dinámicas y significativas para el estudiante, y en especial en esta tipo de temas. La implementación de materiales didácticos en los estudiantes de dicha investigación, dejaron un impacto significativo en ellos al momento de aprender el tema propuesto, ya que siguen haciendo uso de estos en las clases que requieran del despeje de fórmulas.

## REFERENCIAS

- Aristizábal, J. H., Colorado, H., & Gutiérrez, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básica. *Sophia*, Págs (117 - 127).
- Creswell , & Plano. (2007). *Diseños mixtos de investigación* .
- Creswell, J. (2008). *MixedMethods Research: State of the Art*. University of Michigan.
- Levin, R. (2004). *Estadística para administración y economía*. México : Séptima edición. Person Educación.
- Quintero, M., Rafaelsson, J., Moreno, G., & Acevedo, A. (2014). Transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico en educación media general . *Educere. Revista Venezolana de Educación*, Págs (119-132) .
- Rojas Gómez, J. A., & Aríza Daza, A. A. (2013). Propuesta didáctica para la enseñanza de los métodos para resolver un sistema de ecuaciones lineales. *Educación Científica y Tecnológica*, Págs (555-558).
- Turriaga, M. L. (2014). CONEXIONES ALGEBRAICAS: Metodología de enseñanza-aprendizaje del álgebra para pasar de lo concreto a lo abstracto con el apoyo de tecnología emergente. . *Congreso Iberoamericano de Cienia, Teconología, Innovación Y Educación*. ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 546 .

## NIVELES DE RAZONAMIENTO DE LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO BASADO EN LA CARACTERIZACIÓN POR DESCRIPTORES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS.

Leslie Sanchez Castro<sup>1</sup>  
Ulises Nieto Goenaga<sup>2</sup>  
Jesus David Berrio Valbuena<sup>3</sup>

### Resumen

La presente investigación se desarrolló durante el primer semestre del año 2018 con tres estudiantes de grado décimo de la escuela Normal Superior Del Distrito de Barranquilla. El objetivo era: Desarrollar estrategias para la enseñanza de las razones trigonométricas basadas en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele que favorecieran el tránsito entre los niveles de razonamiento. Entre el marco conceptual de la investigación se encuentra el modelo de Van Hiele, sus fases y caracterización, además de aspectos didácticos de la trigonometría y su perspectiva desde los lineamientos curriculares, seguido a esto para la investigación, se adaptó una primera actividad de la cual se generó una caracterización para ubicar a los estudiantes entre niveles, esto con la finalidad de hacer la adaptación de una segunda actividad que se basó en las fases de aprendizaje y tuvo en cuenta las estructuras mentales de razonamiento referentes a los procesos de descripción, definición y demostración.

**PALABRAS CLAVES:** Modelo De Van Hiele, Razones Trigonómicas, Caracterización.

### Abstract

The present investigation was developed during the first semester of the year 2018 with three tenth grade students of the Escuela Normal Superior del Distrito de Barranquilla. The objective was to: Develop strategies for teaching of trigonometric ratios based on the learning phases of the Van Hiele model that favor the transit between levels of reasoning. Among the conceptual framework of the research is the Van Hiele model, its phases and characterization, as well as didactic aspects of trigonometry and its perspective from the curricular guidelines, followed by this for research, a first activity was adapted from which a characterization was generated to locate the students between levels, this with the purpose of making the adaptation of a second activity that was based on the learning phases and took into account the mental structures of reasoning referring to the processes of description, definition and demonstration.

**KEYWORDS:** Van Hiele Model, Trigonometric Ratios, Characterization.

### 1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación surge de la necesidad de hacer un estudio acerca de las distintas falencias en competencias matemáticas que tienen los estudiantes en grados superiores, entre estas competencias se destaca la trigonometría la cual se convierte en reto de enseñanza y aprendizaje tanto de estudiantes como profesores.

---

<sup>1</sup> Licenciada en Matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; lyuleimissanchez@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>2</sup> Licenciado en matemáticas; Universidad del Atlántico; Colombia; unietogoenaga@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>3</sup> Magíster en Educación Matemática; Universidad del Atlántico; Colombia; jberrioalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

Ahora bien, existen diferentes aportes investigativos realizados con el fin de estudiar las distintas dificultades que presenta el estudiante en el área de la trigonometría, entre los cuales destacamos a Van Hiele en el año 1957 donde plantea un modelo general de conducta en el comportamiento del estudiante al momento de abordar diferentes problemas en competencias matemáticas, más específicamente en el área de geometría.

Para dar inicio a este proyecto, se parte de un punto de vista geométrico, usando el modelo de Van Hiele encargado de manifestar el desarrollo geométrico de los estudiantes y la forma en como el docente puede llegar a ser un mediador, esto con la finalidad de que los estudiantes mejoren su forma de razonar, y que sean capaces de hacer análisis entendiendo el uso de las estrategias, métodos y herramientas que ayudan al aprendizaje del desarrollo de los distintos procesos matemáticos y trigonométricos.

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Estrategias didácticas para el aprendizaje de la trigonometría

En cuanto al aprendizaje de la trigonometría existen muchas dificultades tal como plantea Goldín (1983) uno de los problemas radica, en que el contenido de la trigonometría se les dificulta a los estudiantes al momento de relacionar los conceptos algebraicos y geométricos con la trigonometría, por ejemplo, al cambiar del estudio de las razones trigonométricos en el triángulo rectángulo al plano cartesiano, se hace cambio de una definición geométrica a una definición analítica, se cambia al momento de analizar los valores de los lados del triángulo rectángulo analizar los valores de las coordenadas del plano y el radio de la circunferencia.

### 2.2 Modelo de Van Hiele

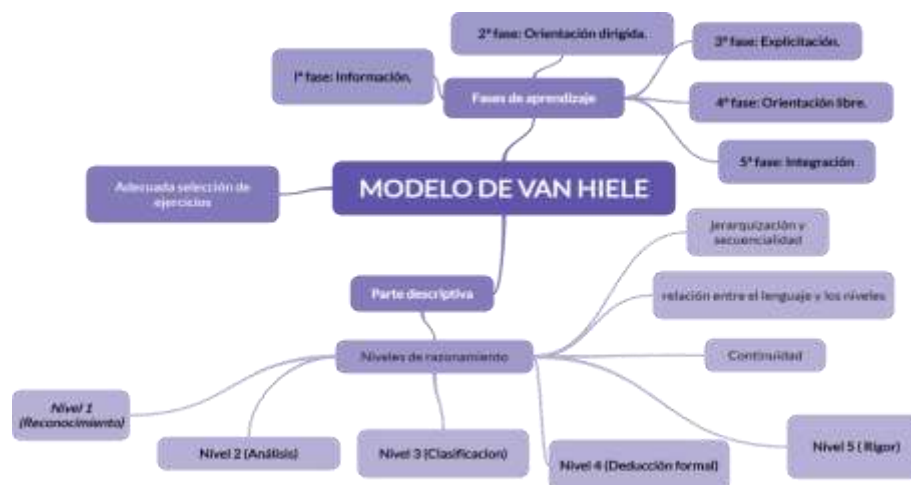


Figura 1 Esquema del Modelo de Van Hiele. Fuente: Elaboración propia

Este modelo se encuentra comprendido por dos componentes uno de ellos descriptivo, formado por los niveles de razonamiento, el cual se encarga de estudiar la manera en como razonan los estudiantes cuando realizan múltiples actividades de un mismo tema y la segunda componente instructiva formada por las fases de aprendizaje las cuales son de ayuda para el profesor ya que permite organizar

actividades para que los estudiantes puedan dar paso de un nivel de razonamiento a otro superior; dicho Modelo explica la evolución del razonamiento geométrico y la forma que tiene el docente de ayudar al estudiante, todo esto con la finalidad de entender el uso de estrategias y métodos que favorezcan el aprendizaje de la trigonometría, (Algarín; 2013).

### 3. METODOLOGÍA

La metodología para el caso de una Investigación-Acción según el modelo de Lewin (1946); como es citado por Gómez (2010), creando un modelo de cambio social de tres etapas: descongelación, movimiento, re-congelación, en las que el proceso consiste en la insatisfacción con el estado actual de cosas, la identificación de un área problemática, la identificación de un problema específico a ser resuelto mediante la acción, la formulación de varias hipótesis, la selección de una hipótesis, la ejecución de la acción para comprobar la hipótesis, la evaluación de los efectos de la acción y las generalizaciones. Desarrollando así, un modelo en espiral en ciclos sucesivos, que varía de acuerdo a la complejidad de la problemática. Sus principales fases son:

#### **Fase 1. Problematicación**

En esta fase se formula claramente el problema, (el aprendizaje de las razones trigonométricas) profundizándose en su significado, en sus características, en cómo se produce y en las diferentes perspectivas que del problema puedan existir. A fin de proceder a su análisis e interpretación, se requiere ordenar, agrupar, disponer y relacionar los datos de acuerdo con los objetivos de la investigación, con la finalidad de corroborar la situación de los estudiantes de décimo grado en cuanto al aprendizaje de las razones trigonométricas.

#### **Fase 2. Prueba de caracterización**

En esta fase, ya identificado el problema y habiendo logrado una formulación del mismo, se recopila la información, de forma que se pueda reunir evidencias que esclarezcan las estructuras mentales de razonamiento tal y como se han desarrollado, indicando el nivel en que se encuentran los estudiantes con respecto al desarrollo de las razones trigonométricas.

#### **Fase 3. Adaptación de las actividades**

La producción de las actividades que serán aplicadas en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele como propuesta de cambio y mejoramiento que promueva el aprendizaje de las razones trigonométricas.

#### **Fase 4. Aplicación de las actividades**

Para esta fase se efectúan las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, basadas en las actividades, las cuales deben ser sometidas permanentemente a condiciones de análisis, evaluación y reflexión, para el pronto fortalecimiento de las razones trigonométricas.

#### **Fase 5. Evaluación y análisis del cambio entre niveles**

Se realiza un análisis de los posibles cambios y mejoras de los estudiantes en torno a las actividades que se plantearon en las fases de aprendizaje, para finalmente verificar si hubo un avance de un nivel a otro.

### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

#### **4.1 Generalidades de la actividad razones trigonométricas para triángulos rectángulos**

Respecto a la actividad razones trigonométricas para triángulos rectángulos se presentara a continuación información acerca de los aspectos positivos, negativos y a mejorar que se concluyen al momento de realizar la actividad.

En cuanto a los aspectos positivos los estudiantes conocen los elementos de los triángulos rectángulos, utilizan definiciones, propiedades y teoremas al momento de resolver problemas donde intervienen las razones trigonométricas, algunos demuestran en forma empírica algunos teoremas de trigonometría, además de la reciprocidad de las razones trigonométricas, esto refleja su habilidad al momento de interpretar y analizar situaciones mostradas en geometría dinámica con el software Geogebra.

Ahora bien, respecto a los aspectos negativos o no favorables se observó que existe confusión entre las definiciones y propiedades matemáticas, no utilizan argumentos matemáticos ni geométricos al momento de resolver problemas trigonométricos, además no interpretaron de forma adecuada algunas preguntas formuladas en la actividad lo que generó errores al momento de dar una respuesta, y por último no hacen una relación entre conceptos algebraicos y trigonométricos.

En cuanto a los aspectos a mejorar por parte de los estudiantes tiene que estos deben comprender y leer detenidamente las preguntas que se le formulan, aprender definiciones y propiedades matemáticas para la resolver problemas donde intervienen las razones trigonométricas, hacer un mayor análisis de las gráficas observadas en Geogebra para poder hacer una relación con la trigonometría y así poder entregar una mejor respuesta a las preguntas formuladas, por último los estudiantes se deben fundamentar aún más en las demostraciones que están al alcance del grado décimo.

#### **4.2 Generalidades de la actividad razones trigonométricas para ángulos en posición normal.**

Respecto a la actividad razones trigonométricas para ángulos en posición normal se mostrara a continuación información acerca de los aspectos positivos, negativos y a mejorar que se concluyen al momento de realizarla.

En cuanto a los aspectos positivos se resalta que los estudiantes representan las razones trigonométricas para ángulos en posición normal, además reconocen que las razones trigonométricas de un ángulo no tienen relación con el radio de la circunferencia, también realizan cálculos de las razones trigonométricas de cualquier ángulo positivo y negativo, comprenden las relaciones entre un ángulo  $A$  y su opuesto  $-A$  en el plano cartesiano, describen la variación de los signos de las razones trigonométricas en cada cuadrante, hacen uso de las definiciones de las razones trigonométricas del ángulo con respecto a las coordenadas del plano cartesiano y por último los estudiantes logran hacer demostraciones de forma empírica mediante la observación y experimentación con el software Geogebra apoyados en las razones trigonométricas.

Ahora bien, existen aspectos a negativos en cuanto a la actividad ya que se pudo evidenciar que los estudiantes no hacen uso de un lenguaje formal adecuado al momento de realizar alguna conjetura, no utilizan suficientes ejemplos explicativos para dar un argumento válido a sus afirmaciones ya que algunas veces solo les basta con un ejemplo para reafirmar, además no observan detenidamente el archivo de la actividad en la pantalla lo que genera que entreguen respuestas erradas. Por último, carecen de argumentos teóricos para justificar las demostraciones basadas en el software Geogebra.

Para Finalizar, entre los aspectos a mejorar los estudiantes deben leer con mayor detención y visualizar mejor las actividades en geometría dinámica, aprender definiciones y propiedades que les permitan mejorar las demostraciones utilizando un lenguaje matemático, además de hacer un mejor análisis de las gráficas en Geogebra y de este modo responder de una manera más adecuada, por último los estudiantes deberían hacer uso de mayores ejemplos explicativos para comprobar la validez de sus respuestas respecto a las preguntas generadas.

#### 4.3 Recomendaciones

En el proceso de enseñanza y aprendizaje es importante que el docente de matemáticas conozca las dificultades que presentan los estudiantes, esto para saber qué tipo de estrategias se pueden utilizar y de este modo lograr un aprendizaje significativo que le permita al estudiante comprender estructuras conceptuales sobre temas en trigonometría como lo son las razones trigonométricas.

En cuanto a los recursos utilizados para la implementación de las actividades, se empleó geometría dinámica a través del software Geogebra, y se recomienda a los docentes que también deseen utilizarlo, diseñen una actividad preliminar a esta herramienta en donde se deje en claro definiciones y propiedades que luego podrán apreciar con mayor claridad en el software.

Por otro lado, el modelo de Van Hiele es una teoría de enseñanza y aprendizaje, por lo tanto, para su utilización se debe analizar detenidamente la teoría relacionada y dominar con mayor rigor el segundo componente instructivo compuesto por las fases de aprendizaje, ya que la implementación de la actividad con la fase de aprendizaje adecuada es la clave para obtener un óptimo resultado que se refleja al momento de comprobar que los estudiantes tienen estructuras mentales correspondientes o bien avanzaron a un nivel superior del que se encontraban.

Por último, al realizar una investigación que aporte a la educación matemática de este tipo, se desea una mejora continua por parte del investigador, por ello se recomienda que exista un total interés trabajo de investigación, más específicos a la trigonometría.

#### 5. REFERENCIAS

- Algarín, D y Fiallo, J (2013). *Caracterización de los niveles de razonamiento de Van Hiele específicos a los procesos de descripción, definición y demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Colombia.
- Barrios, A., Cabarcas, M. y Camargo; Y (2013). *Potencializar el pensamiento variacional en los estudiantes de décimo grado mediante la representación gráfica de las razones trigonométricas: seno, coseno y tangente*. Universidad del Atlántico, Colombia
- Cala, P. (2016) *Objeto virtual de aprendizaje como mediación tecnológica entre los niveles de Van Hiele y el estudio del elipse en estudiante de décimo grado*. Universidad del Atlántico, Colombia.
- Corberán, R., Gutiérrez, Á., Huerta, M., Jaime, J., Peñas, A. y otros (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. España: Ministerio de Educación y ciencia.



- Crowley, M. (1987) *The Van Hiele model of the development of geometric thought*, en N.C.T.M. (Ed.), *Learning and teaching geometry, K-12 (1987 Yearbook)* (pp. 1-16). N.C.T.M.: Reston, USA.
- De Oro, L. y Medina, J. (2017). *Recursos educativos digitales abiertos para fortalecer el pensamiento variacional en la relación trigonométrica seno en décimo grado*. Universidad del Atlántico, Colombia.
- Fiallo, J. (2010). *Estudio del proceso de Demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica*. (Tesis de Doctorado) Universidad de Valencia, España.
- Flórez. (2008) *Historia y didáctica de la Trigonometría*. Sevilla España, Editorial Ittakus.
- Goldín, G. (1983). *Performance Difficulties Reported by first year Public school Science and Mathematics Teachers in Illinois*. Reporte de investigación sin publicar, Northern Illinois Univ., De Kalb.
- Gómez, G. (2010). *Investigación – Acción: una metodología del Docente para el Docente*. Universidad Autónoma Metropolitana. México.
- Gómez-Chacón, I. (2010). *Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática con tecnología. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*. Vol. 28. No. 2. pp. 227-244. Recuperado de <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewArticle/199615/0>
- Gonzales, D. (2014). *Propuesta didáctica para la comprensión de las funciones trigonométricas mediante el trabajo en grupo en el bachillerato*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Gutiérrez, A. (2000) *Aportaciones de la Investigación Psicológica al Aprendizaje de las Matemáticas en Secundaria*. Universidad de Valencia España.
- Gutiérrez, A. (2007). *Procesos matemáticos en la enseñanza/aprendizaje de la geometría*. Conferencia llevada a cabo en el XVI Congreso Nacional de Matemáticas, Medellín, Colombia.
- Guzmán, M. (2014). *Las razones trigonométricas a partir de semejanza de triángulos*. Universidad Nacional, Colombia.
- Huamán, H. y Robles, N. (2012) *Aprendizaje de ángulos en la circunferencia mediante los niveles de razonamiento de Van Hiele, en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la institución educativa*. Universidad Nacional del Centro de Perú.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele*. En S. Llinares y M. Sánchez (Eds.). *Teoría y práctica*

en educación matemática. (pp. 295-384) Sevilla, España.

Marqués, P. (2000). *Impacto de las TIC en educación: funciones y limitaciones*. Departamento de Pedagogía Aplicada. Facultad de Educación. UAB.

Ministerio de Educación Nacional (MEN), (1998). *El trabajo por proyecto como alternativa de desarrollo curricular*. Colombia: M.E.N

Ministerio de Educación Nacional (MEN), (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas ciencias y ciudadanía*. Colombia: M.E.N

Montiel, G. y Torres, D. (2014). *Un entorno Geométrico para la re-significación de las razones trigonométricas en estudiantes de ingeniería*. Instituto Tecnológico de Sonora. México.

# TALLERES

## DISEÑO DE SITUACIONES Y GESTIÓN DE RETROACCIONES DIDÁCTICAS CON EL SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA DGPAD

Luis Ángel Pérez Fernández<sup>1</sup>  
Adriana Galeano Reyes<sup>2</sup>  
Gennifer Lisseth Hernández Pabón<sup>3</sup>

### Resumen

Con este taller presentamos algunos resultados del trabajo llevado a cabo en el grupo EDUMAT UIS, que investiga el potencial del software de geometría dinámica para desarrollar conocimiento matemático, bajo el enfoque de la teoría de las situaciones didácticas (TSD). Particularmente el software DGPad, usado como medio, ofrece la posibilidad de programar retroacciones didácticas y darle una configuración determinada para obtener un modelo de interacción con el fin de producir aprendizaje por adaptación. Presentaremos una ingeniería didáctica desarrollada con DGPad, para que los asistentes desarrollen las tareas propuestas en ella y generar una discusión en torno a las retroacciones didácticas programadas y el papel que éstas juegan en el diseño de situaciones. Finalmente mostraremos cómo programar las retroacciones en el software con algunos ejemplos.

**Palabras clave:** *aprendizaje por adaptación, DGPad, geometría dinámica, retroacciones didácticas, TSD.*

### Abstract

In this workshop we present some issues of the work carried out in EDUMAT UIS group, that research the potential of the dynamic geometry software to develop mathematical knowledge under the Theory of didactical situations (TSD) framework. The dynamic geometric software, i.e., DGPad, allows the development of an interactive model based on didactical feedbacks, which enable learning by adaptation process. A didactical engineering developed using GDPad will be used during the workshop to address a given set of tasks. Based on this experience, the possible didactical feedbacks and components of the interactive mode will be discussed. Finally, different examples will be used to illustrate the capabilities and applicability of the software to program didactical feedbacks.

**Keywords:** *DGPad, dynamic geometry, learning by adaptation, didactical feedbacks, TSD.*

### 1. INTRODUCCIÓN

El avance tecnológico ha desencadenado un creciente interés por el uso de la tecnología para la enseñanza de las matemáticas, como consecuencia se han desarrollado múltiples software entre los que se destacan los de geometría dinámica, provocando la necesidad de identificar y caracterizar los elementos de éstos, que permiten desarrollar conocimiento matemático. Como evidencia de este hecho, se encuentran tres estudios de la

---

<sup>1</sup> Magíster en Educación Matemática; Universidad Industrial de Santander; Colombia; laperezf@saber.uis.edu.co

<sup>2</sup> Estudiante de Licenciatura en Matemáticas; Universidad Industrial de Santander; Colombia;

<sup>3</sup> Estudiante de Licenciatura en Matemáticas; Universidad Industrial de Santander; Colombia

Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI) dedicados a este tema, el primero, el décimo séptimo y el vigésimo segundo.

Para contribuir a esta cuestión, consideramos la TSD, la cual tiene como hipótesis general, que el aprendizaje se desarrolla por la adaptación de un sujeto a un medio (Brousseau, 2007). Por lo tanto podemos estudiar la problemática de los efectos de la tecnología en el aprendizaje, concibiendo el software de geometría dinámica como un medio material con el cual interactúan los alumnos.

Los software de geometría dinámica tradicionales se caracterizan porque los objetos se pueden arrastrar directamente con el ratón, respondiendo a la teoría matemática, a estas respuestas las llamamos retroacciones matemáticas. Por ejemplo, DGPad es un software de geometría dinámica que ha incorporado la posibilidad de programar otro tipo de respuestas que no corresponden a propiedades matemáticas, permitiendo diversificar la interacción del alumno con el software, a éstas las llamamos retroacciones didácticas. Como resultados de investigación hemos identificado cuatro roles de las retroacciones didácticas en el diseño de situaciones, con el objetivo de producir aprendizaje por adaptación: gestión y articulación de las tareas, automatizar actos de devolución, promover el proceso de validación y explicitar o resaltar propiedades que no son fácilmente perceptibles.

Presentamos una ingeniería didáctica desarrollada con DGPad que incluye algunas retroacciones didácticas. Los asistentes tendrán la oportunidad de interactuar con el software para resolver las tareas propuestas y posteriormente programar algunas que sugeriremos como ejemplo.

## 2. TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS

Esta teoría se construye sobre el concepto de aprendizaje por adaptación y postula que un individuo aprende adaptándose a las condiciones de su entorno. Brousseau retomó este planteamiento para adaptarlo a la enseñanza de las matemáticas. Como resultado propone que un sujeto aprende adaptándose a un medio que responde a sus acciones de manera autónoma y siguiendo ciertas reglas. Tal aprendizaje, consecuencia de la interacción del sujeto con el medio, se manifiesta en el refuerzo o abandono de sus acciones.

Asumimos como supuesto que el aprendizaje se logra por medio de una adaptación del sujeto que aprende al medio creado por esta situación, haya o no intervención de un docente en el transcurso del proceso. Los conocimientos se manifiestan esencialmente como instrumentos de control de las situaciones (Brousseau, 2007, p.18).

La interacción del sujeto con el medio podemos describirla de la siguiente manera: 1) El sujeto, motivado por una necesidad o deseo personal, tiene una intención u objetivo; para lograrlo realiza acciones que inciden en el medio. 2) El medio reacciona siguiendo ciertas reglas, es decir no es cuestión de azar sino una consecuencia natural de las acciones del sujeto, proporcionando respuestas llamadas retroacciones. 3) El sujeto hace una interpretación de la respuesta del medio y decide la validez de su acción, en términos de si logró o no el objetivo. Este hecho se conoce como validación.

## 2.1 Situación didáctica y adidáctica.

Las situaciones adidácticas, que son las de nuestro principal interés, son definidas por (Brousseau, 2007, p.31) de la siguiente manera:

Los problemas, elegidos de modo tal que el alumno pueda aceptarlos, deben lograr, por su propio movimiento, que actúe, hable, reflexione y evolucione. Entre el momento en que el alumno acepta el problema como suyo y aquel en que produce su respuesta, el profesor se rehúsa a intervenir en calidad de oferente de los conocimientos que quiere ver aparecer... el alumno no habrá adquirido verdaderamente este conocimiento hasta no ser capaz de utilizarlo en situaciones que encuentre fuera de todo contexto de enseñanza y en ausencia de cualquier indicación intencional. Tal situación es llamada situación adidáctica.

Dicho de otro modo, una situación es adidáctica si propicia el aprendizaje por adaptación. Ahora, una situación didáctica en la TSD se define como una situación de clase, entre un profesor y uno o más alumnos en relación con un saber que se enseña (Brousseau, 2007).

Margolinas (2009) sugiere que una parte de una situación didáctica debe ser vivida como situación adidáctica, y estas a su vez deben darse durante todo el proceso de enseñanza, puesto que se espera que los alumnos resuelvan los problemas como matemáticos y no en términos del contrato didáctico.

## 2.2 Medio didáctico.

El medio es muy importante en el aprendizaje por adaptación puesto que determina tanto las acciones que puede realizar el estudiante como las retroacciones que se pueden ofrecer, por lo tanto el medio es determinante para la interpretación y la validación. Brousseau lo caracteriza de la siguiente manera:

...son los comportamientos de los alumnos los que revelan el funcionamiento del medio, considerado como un sistema. Lo que se necesita modelizar, pues, es el medio. Así, un problema o un ejercicio no pueden considerarse como una simple reformulación de un saber, sino como un dispositivo, como un medio que "responde al sujeto" siguiendo algunas reglas (Brousseau, 2007, p.15).

Entonces el medio es un sistema autónomo, modelizado con el fin de lograr objetivos de aprendizaje. Para que la interacción del alumno con tal medio sea adidáctica, Brousseau considera indispensable que el alumno reconozca en él una existencia tanto objetiva como material: objetiva en tanto ente autónomo independiente de la intención del profesor; y material teniendo en cuenta que el alumno debe interactuar con él mediante acciones.

Por lo tanto, consideramos que el potencial de un medio yace en la posibilidad que tienen los alumnos para realizar acciones en él, las restricciones que este ofrece a ciertas acciones, y sus posibles retroacciones. En efecto, estas últimas deben ser reconocibles e interpretables por el alumno, teniendo en cuenta que “una condición necesaria para que una situación permita un juego adidáctico es que incluya un medio que permita una fase de validación” (Margolinas, 2009, p.43).

### 2.3 DGPad como medio didáctico.

Teniendo en cuenta los elementos de la teoría expuestos anteriormente, consideramos DGPad como un medio material con el cual interactúan los alumnos para desarrollar aprendizaje por adaptación y definimos dos tipos de retroacciones: las *retroacciones matemáticas* y las *retroacciones didácticas*. Las primeras corresponden a respuestas naturales del software que obedecen a la teoría matemática, pero sin ningún tipo de intención didáctica, mientras que las retroacciones didácticas son aquellas que permite programar el software, para modelar y gestionar el medio, sin contradecir de ninguna manera la teoría matemática. Las retroacciones matemáticas se manifiestan en la pantalla como fenómenos visuales, por ejemplo al arrastrar un triángulo otro se mueve de manera que conserva la relación simetría con el anterior, y por lo tanto se mantienen también las propiedades que esta relación implica (característica principal de la geometría dinámica). Por otra parte, las retroacciones didácticas pueden manifestarse por la imposibilidad o restricción de acciones, también por una respuesta programada en función de las acciones del alumno

## 3. METODOLOGÍA INGENIERÍA DIDÁCTICA

Artigue caracteriza la ingeniería didáctica como “un esquema experimental basado en las ‘realizaciones didácticas’ en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza” (1995, p.36) asociada principalmente a una validación por estudio de casos y basada en la confrontación de un análisis a priori y un análisis a posteriori de tales secuencias. Este proceso está delimitado por cuatro fases temporales: análisis preliminar, análisis a priori, experimentación, y por último el análisis a posteriori. Veamos en qué consisten las diferentes etapas de esta metodología.

### 3.1 Análisis preliminar.

Artigue (1995) distingue tres dimensiones desde las cuales se debe realizar el análisis preliminar: epistemológica, cognitiva y didáctica. Asociadas respectivamente a las características del saber en juego, las características cognitivas del público al cual se dirige la enseñanza y a las características del funcionamiento del sistema de enseñanza. Esta etapa ceñida a los objetivos del trabajo, permite determinar las variables que se pondrán en juego en la investigación, así como sus posibilidades y restricciones.

### 3.2 Análisis a priori.

Esta etapa; caracterizada especialmente por la intervención del investigador sobre algunas variables en juego, y por la organización de una secuencia didáctica; busca “precisar las posibilidades que se han seleccionado, los valores de las variables didácticas que se producen como consecuencia de esta selección y el sentido que pueden tomar los comportamientos previstos teniendo en cuenta estos valores” (Artigue, 1995, p.12). Considera además, que el análisis a priori está basado fundamentalmente en un conjunto de hipótesis, y que comprende una parte descriptiva y otra predictiva; centradas en las características de una o más situaciones adidácticas que pretenden diseñarse para llevar a los alumnos. Por lo tanto en esta fase de la metodología se analiza “lo que está en juego en esta situación para un estudiante en función de las posibilidades de acción, de selección, de decisión, de control y de validación de las que él dispone” (Artigue, 1995, p.45).

### 3.3 Experimentación.

La experimentación concierne a la puesta en escena de las situaciones adidácticas diseñadas, y la observación de las producciones de los alumnos durante el desarrollo de las mismas, mediante el estudio de casos.

### 3.4 Análisis a posteriori.

Es esta la fase en la que “el análisis a priori se compara con la realización efectiva y se busca lo que rechaza o confirma las hipótesis sobre las cuales estaba basado” (Artigue, 1995, p.12). Es decir en esta etapa se analizan los datos tomados en la fase de experimentación en términos del análisis a priori. La confrontación entre el análisis a priori y el análisis a posteriori es entonces lo que constituye la validación de la ingeniería didáctica y determina los resultados de investigación (Artigue, 1995).

## 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Un avance importante para la teoría es describir el rol de las retroacciones didácticas en el diseño de situaciones, con el objetivo de producir aprendizaje por adaptación. Precisamente, en los diseños que realizamos, logramos explicitar el rol de las retroacciones didácticas y su impacto en el aprendizaje por adaptación al poner a los alumnos en interacción con el medio diseñado.

La TSD propone que el conocimiento se manifiesta en la acción, en la formulación y en la validación. Además, que el sujeto debe tomar conciencia de que hay una relación de causalidad entre sus acciones y las retroacciones del medio, de modo que pueda anticipar el efecto y alcance de sus acciones antes de efectuarlas. Podemos usar este resultado teórico y las retroacciones didácticas para bloquear las estrategias perceptivas de los alumnos de modo que anticipen, validen y formulen el conocimiento.

Es posible usar las retroacciones didácticas para darle al medio una configuración determinada y obtener un modelo de interacción adidáctico donde se produce aprendizaje por adaptación.

Sugerimos seguir indagando sobre el rol de las retroacciones en el diseño de situaciones adidácticas, de modo que se puedan obtener más resultados que ratifiquen o modifiquen las propuestas de este trabajo.

## 8. REFERENCIAS

- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En P. Gómez (Ed), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 33-59), Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones Didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Margolinas, C. (2009). *La importancia de lo verdadero y lo falso en la clase de matemáticas*. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander Ediciones.



## ENSEÑANZA PARALELA Y COMPARATIVA.

### LA POSTURA DIDÁCTICA DEL PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA

Armando Aroca Araújo<sup>1</sup>

#### Resumen

Este taller está orientado a establecer elementos de discusión sobre la postura didáctica del Programa Etnomatemática en el aula de clases de matemáticas. Se parte de la experiencia que hemos desarrollado durante 4 años desde el Semillero de Investigación Diversidad Matemática a partir de seis Trabajos de Grado de estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas. Nuestro interés radica en problematizar el paso de llevar los resultados de investigaciones etnomatemáticas al aula de clase como objeto de estudio. Partimos que los saberes matemáticos locales hacen parte de la cultura local y que los saberes matemáticos escolares hacen parte de la cultura globalizante y ambos deben enseñarse y aprenderse por igual en un proceso de institucionalización del saber.

**Palabras clave:** *aprendizaje, educación matemática, enseñanza, etnomatemática.*

#### Abstract

This workshop is aimed at establishing elements of discussion on the didactic position of the Ethnomathematics Program in the classroom of mathematics classes. We start from the experience that we have developed during 4 years from the Seedbed of Investigation Mathematical Diversity from 6s Works of Degree of students of the Degree in Mathematics. Our interest lies in problematizing the step of taking the results of ethnomathematical research to the classroom as an object of study. We assume that local mathematical knowledge is part of the local culture and that school mathematical knowledge is part of the globalizing culture and both must be taught and learned equally in a process of institutionalization of knowledge.

**Keywords:** *ethnomathematics, learning, mathematics education, teaching.*

#### 1. INTRODUCCIÓN

Cada día son más las investigaciones que muestran la necesidad de llevar los resultados de investigación en etnomatemática al aula de clase de matemáticas. Se pueden ver algunos casos en Peña (2014), Martínez et al. (2014), Aroca (2015b), entre otros. Esto debido a la tensión que se encuentra en el aula de clases entre los modelos culturales representados por un saber cultural matemático e institucionalizado y los modelos mentales personales tanto del profesor como de los estudiantes que son representantes de las culturas locales.

El problema de investigación que moviliza este taller está directamente relacionado con la pregunta ¿cómo problematizar resultados de investigación etnomatemática en el aula de clases de matemáticas?

---

<sup>1</sup> Docente catedrático; Universidad del Atlántico; Colombia; armandoaroca@mail.uniatlantico.edu.co

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

El proceso de problematización de los resultados de investigación etnomatemática en el aula de clases nos ha llevado a considerar que la postura didáctica del Programa Etnomatemática debe basarse en una enseñanza paralela y comparativa. A continuación se presenta de manera general los procesos, no lineales, sobre ello.

**Un primer momento diferenciador, la realización del trabajo de campo en una comunidad de práctica<sup>1</sup>.** Este es el momento donde se conoce, sistematiza e interpreta una práctica que involucre una etnomatemática, en cuya comunidad está insertada la institución educativa. No empezamos en el salón de clases, sino que la etnomatemática nos indica cuál grado escolar se debe escoger. Esta es la fase de mayor trabajo, tiempo y cuidado. Hacer investigación etnomatemática significa que el trabajo de campo, extraescolar, es una de sus fases metodológicas. En este momento metodológico, se hace necesario el empleo de investigación cualitativa según las exigencias mismas del contexto donde se da la práctica, para ellos tenemos algunos referentes metodológicos como Vasilachis (2006), Flick (2002), Creswell (1998), Denzin & Lincoln (1994).

**2. La escogencia de una Institución Educativa donde los alumnos y profesores reconozcan o estén familiarizados con la etnomatemática escogida, es decir, una Institución Educativa que reconozca la experiencia sociogeográfica de sus dos principales actores.** La etnomatemática escogida para el desarrollo de la clase preferiblemente debe estar dentro del mismo contexto sociocultural de la Institución Educativa, es una condición básica para colocarla en relación paralela y comparativa con el tema del currículo matemático.

**3. La transposición de los datos obtenidos en el trabajo etnográfico y el proceso de enseñanza paralela y comparativa en el salón de clases.** En educación matemática ya se han dado propuestas de actividades en las que se llevaba materiales a los alumnos y se pensaba en cómo podían matematizar mediante estas propuestas. Regularmente estos materiales no tenían ningún vínculo con la realidad de los alumnos y su funcionalidad en ésta no era investigada por el profesor de matemáticas. *La clase de matemáticas desde un enfoque etnomatemático*, mediada por la enseñanza paralela y comparativa, no es un programa que se quiere poner en juego en un salón de clases, como las regletas de cuisenaire o los bloques lógicos o cualquier otro ostensivo didáctico para que alguien aprenda matemáticas. No se basa en la secuencia magistral que al llegar el “problema de aplicación” entonces recurrimos a la etnomatemática. En este enfoque se procura que la comparación entre la matemática escolar y

---

<sup>1</sup> Indagar las subjetividades del alumno, solo en el salón de clases, no es suficiente. Incluso, indagar sobre el mundo de la vida de ellos sólo con las actividades extraescolares que ellos realizan, tampoco es suficiente. Se pudo demostrar en Aroca (2015a), al indagar sobre la frase “las matemáticas tienen sentido para los alumnos si se vincula con su realidad”, que la realidad del profesor y las realidades de los alumnos son distintas. En particular se indagó sobre las prácticas en las cuales se vincula o conoce el alumno y se concluyó que no son las mismas del adulto. Parece simple decir esto, pero el profesor a la hora de relacionar las matemáticas con la realidad, lo hace con su realidad. El vínculo o conocimiento por parte del alumno, de las prácticas que lo rodean se hace a medida que va conociendo su espacio sociogeográfico. Como interesa conocer esta realidad del niño, interpretada como su *experiencia espacial sociogeográfica*, es aclaratorio lo que plantea Garrido (2005, 143), al citar a Tuan (1983), sobre la manera como el niño va construyendo su experiencia en el espacio geográfico: a medida que el niño crece, se va apegando a objetos, en lugar de apegarse a personas importantes, y finalmente a localidades. Para el niño, lugar es un tipo de objeto grande y un tanto inmóvil (...) (p. 33). El horizonte geográfico de un niño se expande a medida que él crece, pero no necesariamente paso a paso en dirección a la escala mayor. Su interés y conocimiento se fijan primero en la pequeña comunidad local, después en la ciudad, saltando el barrio; y de la ciudad su interés puede dirigirse para la nación y para lugares extranjeros, saltando la región. (p. 35).

etnomatemáticas<sup>1</sup> la asuman los alumnos, en lo cual basamos el aprendizaje, y el profesor toma el control didáctico de este proceso. Si el estudiante al final es capaz de comparar la matemática escolar (que pertenece a una cultura globalizante) con las etnomatemáticas (que pertenecen a las culturas locales) consideramos que ha aprendido, ¿qué?, la matemática escolar y la etnomatemática escogida. Cuando hablamos de un aprendizaje paralelo y comparativo pensamos en los dos modelos pedagógicos que hemos identificado al interior de la clase de matemáticas desde un enfoque etnomatemático, un modelo que se puede determinar en *equilibrio* y otro *secuencial*. Las comunidades indígenas por ejemplo son más proclives al segundo, el secuencial, consideran que se debe partir de los saberes de la comunidad y luego conocer otros tipos de saberes. El modelo en equilibrio, considera que se puede hacer de manera paralela y comparativa. En algunas investigaciones que se han hecho al interior del Semillero que muestra la Tabla 1 se han tratado de responder algunas de estas preguntas.

Tabla 1. Algunas investigaciones relacionada con la clase de matemática desde un enfoque etnomatemático. Enseñanza paralela y comparativa.

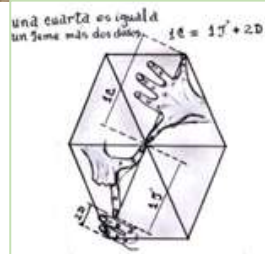
<p><b>Dos sistemas de medidas no convencionales en la pesca artesanal con cometas en Bocas de Ceniza y su potencial para la educación matemática</b></p>	<p><b>Algunas nociones geométricas en los hornos artesanales de carbón y su inserción en el aula de clases</b></p>
--	--

<sup>1</sup> Sin duda la matemática escolar es otra etnomatemática. Solo que por tradición de las expresiones las usamos como diferenciadas.

Aparejo de pesca en función de brazadas, implícitamente en yardas. Trabajo de campo.



Medidas de una cometa mediana que se usa para un viento normal. Medidas en función de cuartas, jemes y dedos.



Actividades en clases. Relación entre etnomatemática y matemática.



Grupo #5

Estudiante	Cuarta	Jeme	Dedo
1	20 cm	10 cm	1 cm
2	15 cm	10 cm	1 cm
3	17 cm	10 cm	1 cm
Promedio	17.3 cm	10 cm	1 cm

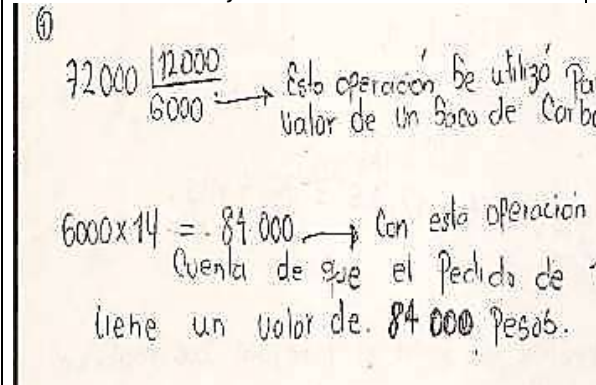
Elaboración artesanal de horno de carbón.



Algunas actividades en clases.



Algunos resultados. Relación entre etnomatemática y matemática.



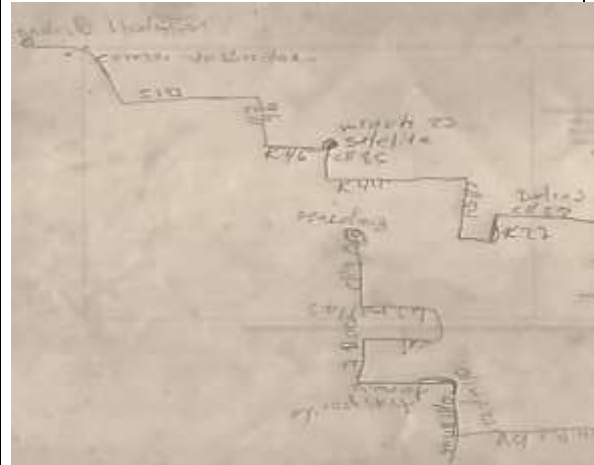
Calculo mental aritmético desde el conocimiento de algoritmos etnomatemáticos de Barranquilla

Representación de las nociones témporo-espaciales de los conductores de buses y su potencial aporte a la educación matemática en séptimo grado

Venta popular. Empleo de algoritmos etnomatemáticos para dar el cambio. Actividades en clases



Representación de una ruta por parte de un conductor de bus de transporte urbano



Representación de un estudiante de su ruta escolar



Relación entre algoritmos etnomatemáticos y escolares.

Algoritmos o procedimientos que circulan en el contexto sociocultural no escolar				
	Suma	Resta	Complemento	Multiplicación
Vendedores informales (VI)	1, 2, 3, 4	5, 6, 7, 8	9	10, 11
Tipo de comunidad académica	Estudiantes de sexto grado	Estudiantes de grado once	Estudiantes de bachillerato acelerado	Estudiantes universitarios (maestros en formación matemática o estudiantes de ciencias matemáticas)
Algoritmos distintos a los empleados por los VI	12, 13	14, 15, 16, 17, 18	19, 20	

### 3. METODOLOGÍA

Este Taller tomó como punto de partida cuatro investigaciones que se realizaron con el mismo número de grupos de estudiantes de la Licenciatura en matemáticas, que se muestran en la Tabla 1. Nuestro objetivo es el desarrollo de una postura didáctica del Programa Etnomatemática. Es decir, de cómo problematizar los resultados de investigación etnomatemática en el aula de clases de matemáticas. En principio se expondrán los

presupuestos teóricos de la postura didáctica, desarrollados al momento, luego se expondrán cuatro casos que se han basado en la enseñanza paralela y comparativa y por último se presentarán elementos para una discusión con los asistentes al Taller.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se hace necesario en seguir enfatizando en aspectos como la resignificación del currículo matemático lo que implica mayores discusiones en:

- Desarrollo del trabajo de campo y formas de recolección de la información
- Contenidos a enseñar
- Medios didácticos a emplear
- El Papel de los objetos resultados de la investigación etnomatemática
- Los cambios en la evaluación
- La toma de consciencia sobre las tensiones entre los modelos culturales y los modelos mentales personales en el aula de clases de matemáticas.

#### 5. REFERENCIAS

- Aroca, A. (2015a). Aritméticas en una región del nororiente colombiano. *Rev. U.D.C.A Act. & Div. Cient.* 1(2): 125-150.
- Aroca, A. (2015b). Diseños Prehispánicos, Movimientos y Transformaciones en el Círculo y Formación Inicial de Profesores. *Bolema*, 29(52), 528-548.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative Inquiry and Research Design. Choosing among Five Traditions*. Thousand Oaks, California: Sage.
- Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (1994). Introduction: entering the field of qualitative research», en N. K. Denzin e Y. S. Lincoln (eds.). *Handbook of Qualitative Research*. Thousand Oaks, California: Sage.
- Flick, U. (2002). Qualitative research – State of the art. *Social Science Information*, 41(1), 5-24.
- Garrido, M. (2005). El espacio por aprender, el mismo que enseñar: las urgencias de la educación geográfica. *Cad. Cedes*, 25(66), 137-163. Disponible en <http://www.cedes.unicamp.br>
- Martínez, O.J., Martínez, A.M.; González, A.A. & Oliveras, M.L. (2014). Una experiencia en etnomatemática sustentada en el diseño y construcción del instrumento musical cuatro. *ACTAS 2014: VII Coloquio Internacional Enseñanza de las Matemáticas. Educación Matemática en contexto*, pp. 537 – 546.
- Morales, M. & Aroca, A. (2016). Patrones geométricos en las artesanías con alambre de Usiacuri y perspectivas de aplicación en educación matemática. *Memorias Segundo Encuentro de Investigación en Educación Matemática, Universidad del Atlántico, Barranquilla*, 20 y 21 de octubre. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/10502/1/Morales2016Patrones.pdf>

- Mosquera, G., Rodríguez, C., Suárez, S. & Aroca, A. (2015). La pesca artesanal con cometas en bocas de cenizas y diseño situaciones didácticas. RECME: Revista Colombiana de Matemática Educativa. 1(1), 64-65.
- Peña, P. (2014). Inclusión de conocimientos matemáticos locales en los de currículos de matemáticas en situaciones de interculturalidad. Revista Científica, 20. Disponible en. <https://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/7698/9488>
- Tuan, Y.F. (1983). *Espaço e lugar: a perspectiva da experiência*. São Paulo: DIFEL.
- Vasilachis, I. (2006). *Estrategias de Investigación Cualitativa*. España: Editorial Gedisa, S.A.

## HERRAMIENTAS DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO (EOS) PARA EL ANÁLISIS Y REDISEÑO DE TAREAS CON POTENCIAL MATEMÁTICO ALTO

Mayra Alejandra Jiménez Consuegra<sup>1</sup>

### Resumen

Este taller tiene el objetivo de proporcionar a profesores en ejercicio y en formación, herramientas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) eficientes para el análisis y diseño de tareas con potencial matemático alto. En particular, se utiliza la noción de configuración epistémica como una herramienta que permite establecer red de relaciones entre los objetos primarios (Situación, concepto, propiedades, procedimientos, argumentos y lenguaje) intervinientes y/o emergentes en la resolución de una situación- problema. Se cree que el análisis y diseño de tareas son competencias que deben ser contempladas en la formación de profesores, de ahí el interés por generar espacios para el fortalecimiento de éstas competencias.

**Palabras clave:** *Análisis, diseño, Herramientas, potencial matemático, tareas.*

### Abstract

The aim of this workshop is to provide professors in practice and in training, tools of the Ontosemiótico Approach of Knowledge and efficient Mathematical Instruction (EOS) for the analysis and design of tasks with high mathematical potential. In particular, the notion of epistemic configuration is used as a tool to establish a network of relationships between the primary objects (Situation, concept, properties, procedures, arguments and language) intervening and / or emerging in the resolution of a problem situation. It is believed that the analysis and design of tasks are competencies that should be considered in teacher training, hence the interest in generating spaces for the strengthening of these competences.

**Keywords:** Analysis, design, mathematical potential, tasks, tools.

### 1. INTRODUCCIÓN

Aunque actualmente se cuenta con diversos materiales que facilitan el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, los libros de textos siguen siendo una de las herramientas más valiosas con las que cuenta el profesor. Lo cual se debe a que éste representa una guía de cómo y cuándo abordar un determinado tema. De manera, que en los libros de texto se produce una organización de la enseñanza que procura estar actualizada, debido a que éstos pueden ser vistos como objeto de estudio, como material de consulta, como registro de las actividades del estudiante, como colección de ejercicios propuestos y problemas a resolver (González y Sierra, 2004). De este modo, se hace necesario que los profesores de matemáticas posean habilidades y competencias tanto para el análisis de las tareas que proponen estos textos y el rediseño de las mismas si así se requiere, como para el diseño de nuevas situaciones con potencial matemático alto.

Por otra parte, el Enfoque Ontosemiótica del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) surge como una teoría de la Didáctica de la Matemática, que provee a los profesores de

---

<sup>1</sup> Universidad Autónoma de Guerrero; México; mayjimenezc@gmail.com



herramientas importantes, ya sea para diseñar o analizar didácticamente una clase, o para iniciarse en la investigación en el campo de la Educación Matemática.

Por lo cual, en este trabajo se presenta la noción de configuración epistémica como una herramienta que permite analizar y caracterizar las tareas presentadas en los libros de textos de matemáticas y, como una herramienta útil para el diseño de tareas que poseen potencial matemático alto. Esto debido a que aquí confluyen los objetos primarios (situaciones, conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos y lenguaje) que se ponen en juego en la resolución de una determinada tarea.

Por tanto, el objetivo que se persigue con este taller es proporcionar a profesores en ejercicio y en formación, herramientas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) eficientes para el análisis y diseño de tareas con potencial matemático alto.

## 2. ELEMENTOS TEÓRICOS DE LA INVESTIGACIÓN

Este estudio se apoya en los constructos teóricos del enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) que es un enfoque de la Didáctica de la Matemática, iniciada por el grupo de investigación denominado “Teoría de la Educación Matemática”, de la Universidad de Granada, dirigido por Juan Díaz Godino, en la década de los 90’s.

Siguiendo a Godino, Batanero y Font (2007), se puede manifestar que los postulados del EOS se relacionan principalmente con la Antropología, la Ontología y la Semiótica, pero también se articulan de manera coherente supuestos socioculturales y psicológicos. La Matemática se concibe como una actividad humana, intencionalmente orientada a la solución de cierto tipo de problemas, realizada en el seno de instituciones o comunidades de prácticas; actividad que está mediatizada y apoyada por los recursos lingüísticos y tecnológicos disponibles. De las prácticas o sistemas de prácticas realizadas para resolver problemas, emergen dos categorías primarias de objetos matemáticos: institucionales (sociales, relativamente objetivas, del profesor) y personales (individuales o mentales, del alumno), por lo que se asume que la Matemática es, además de una actividad, un complejo de objetos culturales (institucionales), axiomática y deductivamente organizados.

Este enfoque confiere fundamental importancia a las nociones de significados institucionales y personales y concibe el significado de un objeto matemático, al que Godino, Batanero y Font (2007) definen como todo aquello que es indicado, señalado o nombrado cuando se construye, comunica o aprende matemática, en términos del sistema de prácticas ligadas a un tipo de problemas; es decir, concibe que el significado de un objeto matemático es el sistema de prácticas operativas y discursivas que una persona, institución o comunidad de prácticas realiza para resolver un cierto tipo de problemas en las que dicho objeto interviene (Godino, Font, Wilhelmi y Arreche, 2009). En este ámbito se considera práctica matemática a toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas. La noción de sistema de prácticas (operativas y discursivas), constituidas por las prácticas significativas para resolver un campo de problemas y compartidas en el seno de una institución, asume una concepción pragmática–antropológica de las matemáticas, tanto desde

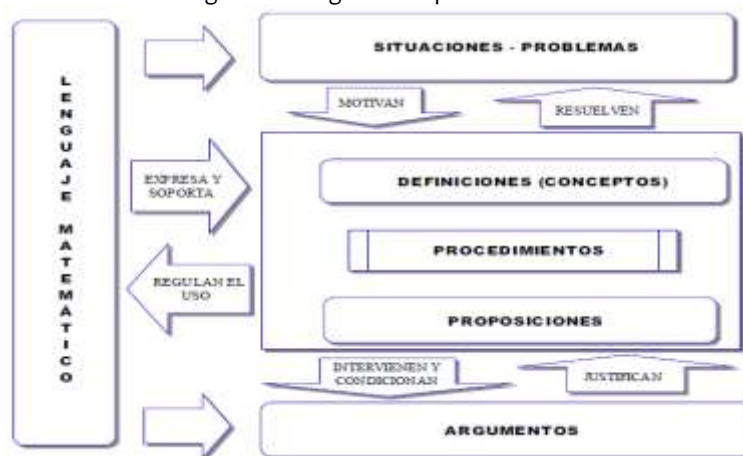
el punto de vista institucional como personal y la actividad de resolución de problemas se adopta como elemento central en la construcción del conocimiento matemático (D'Amore y Godino, 2007).

Para un análisis más fino de la actividad matemática, el EOS incluye seis tipos de objetos matemáticos primarios intervinientes o emergentes de sistemas de prácticas (D'Amore y Godino, 2007): situaciones problema, conceptos, propiedades, procedimientos, argumentaciones y lenguaje. Estos objetos están relacionados entre sí por medio de una función semiótica, caracterizada, según D'Ámore y Godino, como una correspondencia (ya sea relación de dependencia o función) entre un antecedente (expresión, significante o representante) y un consecuente (contenido, significado, representado) que establece un sujeto, persona o institución de acuerdo con cierto criterio. Dicha correspondencia se establece entre dos objetos cuando uno de ellos se pone en lugar del otro o bien uno es usado por otro. Con la noción de función semiótica se evidencia el carácter netamente relacional de la actividad matemática y de los procesos que difunden el conocimiento matemático.

Los objetos matemáticos primarios están relacionados entre sí formando configuraciones, definidas como las redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y las relaciones que se establecen entre los mismos al resolver un problema o un tipo de problemas. Estas configuraciones pueden ser epistémicas (redes de objetos institucionales) o cognitivas (redes de objetos personales) y persiguen la finalidad de analizar las prácticas matemáticas describiendo su complejidad ontosemiótica (Godino, Font, Contreras y Wilhelmi, 2005).

En este taller se implementará la configuración epistémica como herramienta para analizar tareas matemáticas extraídas de libros de textos. De la misma forma, los objetos primarios que se relacionan en una configuración, constituyen los aspectos a considerar para el diseño de situaciones con potencial matemático alto. En la figura 1 se muestra como se relacionan los diferentes componentes u objetos primarios que se ponen en juego en dichos problemas según el EOS.

Figura 1. Configuración epistémica



Por otro lado, se hace referencia a tareas con potencial matemático alto, si las mismas permiten al estudiante la posibilidad de exploración de diferentes caminos de solución y la posibilidad de argumentar sobre la validez de la resolución o de la respuesta. Resaltando que una tarea está compuesta por un contexto, una consigna y el objetivo que se plantea el profesor al seleccionar dicha consigna (Barreiro, Leonian, Marino, Pochulu y Rodríguez, 2017).

### 3. DESARROLLO DEL TALLER

Este taller se pretende desarrollar en una sesión de 90 minutos, distribuida en las siguientes cinco fases:

Fase 1. Contextualización .En esta primera fase se iniciará con una contextualización de los tipos de tareas que circulan en la red, en los libros de textos y guías curriculares, que si bien aparentemente pueden considerarse como “tareas creativas” tienen potencial matemático bajo y no promueven los objetos primarios necesarios para ser calificadas como idóneas epistémicamente. (Duración: 10 minutos)

Fase 2. Presentación de la noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de tareas y algunos ejemplos. En esta fase se presentarán aspectos teóricos y metodológicos asociados al uso de la configuración epistémica para el análisis de tareas matemáticas y el diseño de tareas con potencial matemático alto. Seguidamente, se presentaran ejemplos tomados de Espinoza y Pochulu (2017) en cual se resuelven tareas relacionadas con la divisibilidad, mostrando los objetos primarios (situación, conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos y lenguaje) que emergen de la resolución de las tareas, para con ello evidenciar la relación de dichos objetos en una configuración epistémica. (Duración: 10 minutos)

Fase 3. Actividad de análisis de tareas usando la herramienta proporcionada. Esta fase se pretende que los participantes utilicen la herramienta proporcionada para analizar tareas Matemáticas, extraídas de varios libros de texto de secundaria. La organización de la actividad se efectuará en equipos de tres integrantes. Durante este tiempo los participantes deberán resolver las tareas, identificar los objetos primarios que intervienen en la resolución de las mismas, elaborar en una lámina la configuración epistémica resultante y socializar la misma con todo el grupo. (Duración: 30 minutos)

Fase 4. Actividad para el rediseño de tareas matemáticas. En esta fase se pretende que los participantes diseñen en equipos una tarea teniendo en cuenta los objetos primarios que se relacionan en la configuración epistémica. Para esto, se les proporcionarán algunos datos: contenido Matemático, objetivo y nivel escolar para el que va dirigida la tarea. (Duración: 30 minutos)

Fase 5. Reflexiones finales. En esta fase se abrirá un espacio para dar lugar a reflexiones respecto de la importancia de analizar bajo un lente las tareas que extraemos tanto de la red como de los libros de textos. Asimismo, sobre la importancia de rediseñar y/o diseñara tareas ricas que permitan al estudiante explorar y argumentar.

#### 4. CONSIDERACIONES FINALES

Con este taller se pretende concientizar a profesores en ejercicio y en formación sobre la importancia del análisis de tareas matemáticas a través de la configuración epistémica debido a que estas pueden ser útiles para explicar la complejidad de una tarea. Además, la literatura pone de manifiesto que los currículos de algunos países consideran solo dos tipos de objetos matemáticos conceptos y procedimientos haciendo que el análisis de los textos sea demasiado simplista (Font y Godino, 2006), de ahí la importancia de la utilización de la configuración epistémica dado que ésta amplía la tipología de objetos (situaciones, conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos y lenguaje) haciendo más rico el análisis de la actividad matemática en las tareas seleccionadas.

En ese mismo sentido, se cree que es importante que el profesor de matemáticas posea habilidades para rediseñar las tareas de los textos, que presenten potencial matemático bajo. Además, es relevante que adquiera herramientas teóricas para generar sus propios diseños de tareas ricas, que promuevan la exploración y la argumentación, de modo que se busque el fortalecimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en general.

#### 5. REFERENCIAS

- Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T., Pochulu, M., & Rodríguez, M. (2017). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y el la investigación en educación matemática*. Los Polvorines, Argentina: Ediciones UNGS.
- D'Amore, B. y Godino, J. (2007). El Enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Relime*, 10(2), 191-218.
- Godino, J. D., & Font, V. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 8(1), 67-98.
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J., Font, V., Wilhelmi, M. y Arreche, M. (2009). ¿Alguien sabe que es el número? *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 19, 34-46.
- González, M. T., y Sierra, M. (2004). Metodología de Análisis de Libros de Texto de Matemáticas. Los Puntos Críticos en la Enseñanza Secundaria En España Durante el Siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389- 408.

## IMPLEMENTACIÓN DE DISPOSITIVOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE OBJETOS ALEATORIOS CON ESTUDIANTES SORDOS Y OYENTES

Hernando Franco Alzate<sup>1</sup>  
Eliécer Aldana Bermúdez<sup>2</sup>  
Sandra Lucía Romero Pulido<sup>3</sup>

### Resumen

Este taller complementa el uso de la lengua de señas de los textos FENASCOL (Federación Nacional de Sordos de Colombia) y representaciones semióticas de objetos aleatorios que integran: tablas de frecuencias, gráficas (de barras, líneas, de sectores o pastel y de puntos); porcentajes en diferentes registros, en fracciones decimales, números racionales y números decimales; elaboración de promedios e identificación de otras medidas tendencia central como la mediana y la moda a partir de un conjunto de datos. Las estrategias para realizar las actividades consisten en proponer mediante un contrato didáctico las representaciones lexicográficas que se utilizarán en lengua de señas, movimientos viso gestuales o mímicas y las representaciones semióticas aleatorias que se sugieren en el párrafo anterior para comunicarnos con los participantes del taller.

**Palabras clave:** Aleatoriedad, códigos viso gestuales, estudiantes sordos, inclusión, Lengua de Señas.

### Abstract

This workshop complements the use of the sign language of the FENASCOL texts (National Federation of the Deaf of Colombia) and semiotic representations of random objects that integrate: frequency tables, graphs (of bars, lines, sectors or pie and points); percentages in different registers, in decimal fractions, rational numbers and decimal numbers; elaboration of averages and identification of other central tendency measures such as median and mode from a set of data. The strategies to carry out the activities consist in proposing through a didactic contract the lexicographical representations that will be used in sign language, gestural or mimetic movements and the random semiotic representations that are suggested in the previous paragraph to communicate with the participants of the workshop.

**Keywords:** Deaf students, inclusion, randomness, Sign Language, visual gestural codes.

### 1. METODOLOGÍA

Mediante a la ingeniería didáctica de Artigué (1986) se ejecutarán, las cuatro fases de esta metodología, haciendo énfasis en las etapa de experimentación y validación, debido a que el objetivo central es integrar en el aula de clase dos tipos de códigos: La lengua de Señas de

---

<sup>1</sup> Licenciado en Matemáticas y computación; Universidad del Quindío; Colombia; hdofranco@hotmail.com

<sup>2</sup> Doctor en Educación Matemática; Universidad del Quindío; Colombia; eliecerab@uniquindio.edu.co

<sup>3</sup> Magister en Ciencias de la Educación; Universidad del Quindío; Colombia; sandra33816@hotmail.com

Colombia y códigos estadísticos y, de esta manera, contribuir con procesos de educación matemática inclusiva en este país y en América Latina.

Respecto a esta pedagogía de inclusión, Calderón y León (2016), plantean tres dispositivos didácticos para el desarrollo de competencias comunicativas y discursivas en matemáticas para estudiantes sordos, ellos son:

**El proyecto de aula como estrategia pedagógica y como dispositivo didáctico:** Se lleva a cabo, trayendo al salón de clase, situaciones del contexto social donde vive el estudiante, para ser presentados en la escuela y ofrecer soluciones, a partir de los conocimientos adquiridos en el ambiente educativo, generando un trabajo en equipo, colaborativo, donde se comunican opiniones y soluciones en el grupo, propiciando un aprendizaje significativo. Las investigadoras subrayan, la importancia de este dispositivo didáctico al afirmar:

En su configuración, el proyecto de aula se estructura en fases que particularizan roles, responsabilidades, acciones, métodos, estrategias, todos en función del logro del propósito del proyecto. Pone de manifiesto comprensiones sobre las relaciones didácticas y genera criterios para la regulación de las acciones didácticas en función de la relación profesor-estudiante –saber (p.145).

**El taller como dispositivo didáctico:** Adquiere un importante significado, como dispositivo didáctico integral que puede ser aprovechado en diferentes tiempos, para establecer una relación didáctica entre los actores involucrados en el aprendizaje, maestro-estudiantes- ambiente sociocultural. Las acciones que sobresalen en este dispositivo, son dos: comunicativa y cognitiva. En la primera, se destaca la importancia de cumplir con los tiempos asignados para que interactúen los talleristas con las actividades propuestas. En la acción cognitiva, se diseñan los ejercicios después de determinar los conocimientos previos que poseen los estudiantes y el saber que se pretende obtener.

**El juego como dispositivo didáctico:** Según las autoras, el juego, es inherente a diversos quehaceres de los seres humanos, en los que se producen interacciones entre el mundo interior y exterior; es una actividad dinámica en la que emergen destrezas para realizar una acción, que puede ser, un ejercicio intelectual o físico que sea divertido y agradable. En cuanto, el papel que ejerce en la educación, las investigadoras, citando a (Vergel, Rocha y León, 2006), están de acuerdo en que, el juego es una propuesta didáctica que estimula acciones, que favorecen la ejecución de procesos cognoscitivos y comunicativos. Por consiguiente, la trascendencia de este dispositivo, se encuentra en: el diseño didáctico, organizado, con la intención y disposición de crear un ambiente de enseñanza- aprendizaje para que se genere la relación estudiante- saber- profesor.

## 2. CONCLUSIONES

- La implementación de dispositivos didácticos articulados con tres sistemas de registro: gráfico, simbólico y viso-gestual facilitan la comprensión de objetos aleatorios entre estudiantes sordos, oyentes y el maestro.
- En la construcción de un objeto matemático con personas sordas, se debe realizar un previo análisis desde los puntos de vista epistemológico, histórico y semiótico por lo que es

indispensable que el maestro analice a priori las tareas que va a proponer en sus talleres, para determinar su pertinencia, y el papel que juega la lengua de señas y los códigos aleatorios en los procesos cognitivos.

- La formación del pensamiento estadístico debe involucrar a toda la comunidad educativa, con el diseño e implementación de dispositivos y materiales didácticos que vinculen e incluyan a los estudiantes sordos al aula regular.

### 3.REFERENCIAS

- Batanero, C. (2001). Didáctica de la Estadística. Departamento de didáctica de la matemática. Universidad de Granada España.
- Brousseau G. (1994). “Los diferentes roles del maestro” en Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones, C. Parra; I. Saiz (comp.) Buenos Aires, Paidós Educador.
- Calderón, D., & León. (2005). La ingeniería didáctica como metodología de investigación del discurso en el aula. Universidad del Valle, Cali.
- Calderón, D., & León. (2016). Elementos para una didáctica del lenguaje y las matemáticas en estudiantes sordos de niveles iniciales. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Fregona, D., y Aguilar, M. (2015). Fundamentos y Métodos de la Didáctica Guy Brousseau. Facultad de matemática, astronomía y física. Universidad Nacional de Córdoba. Argentina.
- INSOR. (2011). Orientaciones generales para el diseño de situaciones didácticas en matemáticas a estudiantes Sordos. Proyecto bilingüe bicultural del INSOR. Bogotá, Colombia.

## OPTIMIZACIÓN, ¿SIN CÁLCULO? UNA APLICACIÓN DE LA DESIGUALDAD DE LAS MEDIAS ARITMÉTICA Y GEOMÉTRICA, CON GEOMETRÍA DINÁMICA

Víctor Hugo Ibarra Mercado<sup>1</sup>  
Guillermo Trujano<sup>2</sup>

### Resumen

Hay muchas situaciones en las que se tienen recursos escasos y uno desea optimizar una actividad o situación. Maximizar: ganancias, ingresos, rendimientos. Minimizar: costos, tiempo de entrega, nivel de inventario. Y, en ambos casos, cumplir con algunas condiciones. Se denominan problemas de optimización con restricciones. Presentamos un problema, que permite mostrar una metodología útil en la resolución de algunos problemas de optimización con restricciones. El objetivo es doble, por un lado, aplicar conocimientos básicos y por otro, comentar sobre el uso de recursos computacionales y la potencialidad que tienen en el apoyo en la enseñanza-aprendizaje de matemáticas y ciencias en general.

**Palabras clave:** *Desigualdad medias aritmética y geométrica, Geometría, Optimización.*

### Abstract

There are many situations in which you have scarce resources and you want to optimize an activity or situation. Maximize: profits, income, financial returns. Minimize: costs, delivery time, inventory level. And, in both cases, meet certain conditions. They are called optimization problems with restrictions. We present a problem, which allows to show a useful methodology in the resolution of some optimization problems with restrictions. The objective is twofold, on the one hand, to apply basic knowledge and on the other, to comment on the use of computational resources and the potential they have in the support in the teaching-learning of mathematics and sciences in general.

**Keywords:** *Arithmetic mean–geometric mean inequality, Dynamic geometry, Optimization.*

### 1. INTRODUCCIÓN

En este taller se pretende que a partir del planteamiento de una situación se modele la misma, para posteriormente resolverla. Se comentará sobre la forma tradicional de abordarlo, para posteriormente comentar sobre las características de una amplia gama de problemas en donde surgen problemas de optimización en los que una expresión en términos de suma está acotada por una expresión en términos del producto de las variables incluidas en el modelo, y viceversa, es decir, problemas en los que una expresión en términos de un producto de variables está acotada por una expresión en términos de una suma de las variables que modelan la situación. Lo anterior permite sugerir un enfoque de resolución utilizando una desigualdad muy conocida entre la media aritmética y la media geométrica de números positivos. Con apoyo de geometría dinámica, se presenta y justifica esta desigualdad, en el caso de dos números. Para, posteriormente, presentar la desigualdad en el caso general de  $n$

---

<sup>1</sup> Maestro en Ciencias; Universidad Anáhuac; México; vibarra@anahuac.mx

<sup>2</sup> Profesor educación primaria; ConTlgo Latinoamérica; México; guillermotrujano@yahoo.com



números, y aplicarla en otros problemas, para los cuales si se abordan de la manera tradicional requieren de herramienta matemática que por lo regular está fuera del alcance de alumnos de bachillerato o del primer año universitario. El taller concluye con observaciones y reflexiones por parte de los asistentes, guiadas por los ponentes y haciendo uso de apoyos computacionales.

## 2. PROPÓSITO Y ALCANCE

Resaltar el uso de la tecnología, en particular, de la geometría dinámica, para proponer conjeturas sobre relaciones geométricas y algebraicas. Para su aplicación en problemas de optimización.

## 3. PERFIL DEL PARTICIPANTE

El taller está diseñado para profesores y alumnos de nivel bachillerato, así como profesores y alumnos de los primeros años de una carrera universitaria que requiera de Cálculo. Deben estar familiarizados con conceptos básicos de Geometría Euclidiana (triángulos semejantes, segmentos de recta y ángulos inscritos en una circunferencia) y preferentemente haber utilizado algún software para el uso de Geometría dinámica.

## 4. DESARROLLO

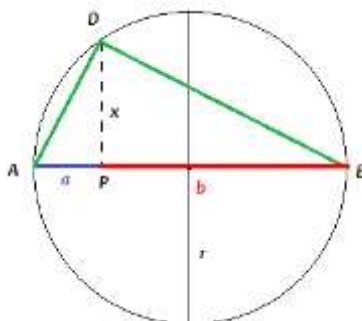
Se inicia con la presentación de una situación clásica de optimización. Mediante una estrategia de trabajo colaborativo, se plantea un modelo para resolver el problema de determinar el área máxima de un rectángulo, sujeto a un perímetro constante. Es un problema básico y muy común en libros de texto [véanse Thomas (2010) y Arya (2005)]. Posteriormente, con base en una participación interactiva del ponente con los asistentes se guiará la demostración de una desigualdad entre la media aritmética y la media geométrica para dos valores positivos. Posteriormente, con apoyo de un recurso computacional (calculadora graficadora, computadora) y haciendo uso de la geometría dinámica se demostrará la desigualdad en cuestión

$$\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \sqrt{a \cdot b} \quad (1)$$

Donde:

$a$  y  $b$ : son números reales positivos.

Fig. 1. Ilustración de la media aritmética y la media geométrica.



Con base en la figura 1, se establece la desigualdad (1), y promoviendo el aprendizaje colaborativo de los asistentes, se utilizará este resultado en la resolución de problema

planteado originalmente. Después de un análisis y la presentación del caso general de la desigualdad [véase Sominsky (1990) y Peresinni (1988)] se aplicará a otros problemas típicos (véase Thomas (2010)), los cuales requieren de, lo que se denomina, cálculo de varias variables, todo esto mediante un trabajo cooperativo.

Al final, se harán observaciones y se obtendrán conclusiones en conjunto con los participantes.

## 9. REFERENCIAS

Arya, J., Lerdner, W. e Ibarra, V. (2005). Matemáticas aplicadas a la Administración y a la Economía. Prentice Hall. México

Peresinni, A., Sullivan, F. y Uhl, J. (1988). The mathematics of nonlinear programming. Springer Verlag. USA.

Sominskii, I.S. (1990). El método de la inducción matemática. Editorial LIMUSA. México.

Thomas, G. (2012). Cálculo: Una variable. Pearson Editorial. México.

Thomas, G. (2010). Cálculo: Varias variables. Pearson Editorial. México.

## ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA EL DESARROLLO DE PROCESOS DE MODELACIÓN CON ECUACIONES DIFERENCIALES DESDE LA PERSPECTIVA STEM

Jesús David Berrio Valbuena<sup>1</sup>  
Zuriel Fitzgerald Peña Ubarne<sup>2</sup>  
María De Los Ángeles Torrenegra Giraldo<sup>3</sup>

### Resumen

Desde la perspectiva de Blum y Borromeo-Ferri, la modelación puede considerarse como un proceso que tiene sus inicios en la conceptualización de una situación o problema de la realidad. Según algunos autores, la práctica en Modelación Matemática se reduce a aspectos netamente teóricos, como la aplicación de una fórmula matemática, dejando de lado los procesos de experimentación, observación, planteamiento de conjeturas, entre otros. Esta investigación, propone el diseño de actividades que permitan el desarrollo de los procesos que en la práctica no se dan. Este estudio se fundamentará en el ciclo de modelación propuesto por Borromeo-Ferri que proporciona una estructura para el desarrollo de los procesos de Modelación Matemática, y un diseño de investigación que apoyado en la Educación STEM, permitirá proponer una estrategia didáctica para el desarrollo de dichos procesos.

**Palabras clave:** *Didáctica, ecuaciones diferenciales, educación STEM, modelación matemática.*

### Abstract

From the perspective of Blum & Borromeo-Ferri, modeling can be considered as a process that has its beginnings in the conceptualization of a situation or reality's problem. According to some authors, Mathematical Modeling's practice boils down to purely theoretical aspects, as the application of mathematical formula, aside from the experimentation's process, observation, conjecture, among others approach. This research proposes the design of activities that allow the development of processes that do not happens in practice. This study shall be based on the modeling cycle propose by Borromeo-Ferri, it provides a structure for the development of the mathematical modeling's process, and design of research by STEM Education, it will allow to propose a teaching strategy for the development of these processes.

**Keywords:** *Didactics, differential equations, mathematical modelings, STEM Education.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Según Villa-Ochoa (2010) la modelación matemática es un proceso que inicia teniendo en cuenta un conjunto de situaciones que se presentan en los diferentes contextos sociales y culturales de los estudiantes y la escuela, donde dicho proceso permite observar, reflexionar, discutir, explicar, revisar, y de esta manera construir conceptos matemáticos en forma significativa (Ministerio de Educación Nacional, 1998), describiendo las interrelaciones entre la realidad y las matemáticas, todo esto mediante la observación y la experimentación, con el fin

---

<sup>1</sup> Magister en Educación Matemática Universidad del Atlántico; Colombia; jberrioalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>2</sup> Estudiante de pregrado; Universidad del Atlántico; Colombia; zpena@mail.uniatlantico.edu.co

<sup>3</sup> Estudiante de pregrado; Universidad del Atlántico; Colombia; mdtorrenegra@mail.uniatlantico.edu.co

de obtener datos que permitan formular hipótesis, elaborar conjeturas, para así determinar la construcción más adecuada que represente el fenómeno estudiado.

En la investigación realizada por Rodríguez (2010), se evidencia que establecer una ecuación diferencial que modele una situación real consiste en justificar si el modelo (dado en el enunciado) es efectivamente el correcto, además el encontrar una solución general a dicha ecuación consiste en hacer uso de un teorema que el profesor ha demostrado anteriormente, reflejando así, que uno de los procesos más importantes de la modelación, como es la construcción propia del modelo, es poco trabajada o solicitada en la clase de matemáticas.

Entre tanto, para Erazo y Escobar (2015) la modelación consiste en aspectos meramente teóricos, es decir, la miran como la aplicación de una fórmula matemática en la cual se reemplazan los datos expuestos en el enunciado para obtener resultados, lo que deja entrever que uno de los procesos más importantes a la hora de modelar un fenómeno como lo es la observación y la experimentación quedan por fuera, lo que constituye una dificultad.

Teniendo en cuenta las dificultades mencionadas anteriormente, este estudio pretende diseñar e implementar actividades que permitan el desarrollo de los procesos de modelación matemática expuestos anteriormente, por medio del planteamiento de Educación STEM. Mostraremos como es la construcción de un modelo de decaimiento exponencial y su solución, aplicando el desarrollo de cada proceso (observación, experimentación, planteamiento de hipótesis y conjeturas, entre otros).

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

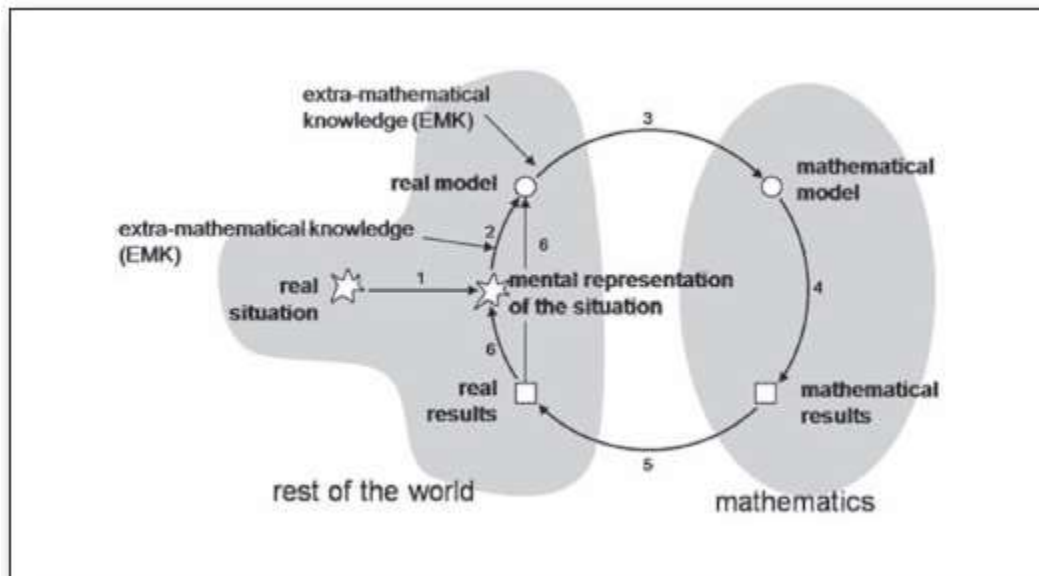
Como se ha descrito anteriormente la Modelación Matemática se entiende como un proceso que involucra el mundo real y las matemáticas de manera que se relacionen mutuamente, constituyendo una herramienta didáctica que permite la construcción del conocimiento matemático. Desde el punto de vista epistemológico, la Modelación Matemática, acopla elementos de naturaleza “no matemáticos” (todo aspecto externo a la matemática) con el conocimiento matemático descrito desde el ámbito cognitivo (Huinchahue, Borromeo-Ferri y Mena-Lorca, 2018).

Para la implementación de la modelación en el aula, algunos autores, han determinado “un ciclo de modelación” el cual subraya la forma en como este proceso debería desarrollarse; para este trabajo nos enfocaremos en el ciclo de modelación propuesto por Borromeo-Ferri (2010), en el cual se explican las siguientes etapas tomadas de Huinchahue, Borromeo-Ferri y Mena-Lorca (2018) (Ver Figura 1):

1. Inicia con una situación real que puede ser representada por una imagen, un texto o ambos. En esta etapa se presentan los procesos de experimentación, abstracción, simplificación e interpretación.
2. Se crea una representación mental de la situación para analizar la información de la situación real.
3. Se produce una transición de teorización del problema para llegar a un modelo real, este proceso es más consciente que el anterior, y dependiendo del problema se involucra el conocimiento extramatemático.

4. Se presenta un proceso de matematización que genera un modelo matemático, basado en el conocimiento extramatemático.
5. Se obtienen resultados matemáticos que se interpretan y conducen a resultados reales que se validan en la representación mental o en el modelo real.

Figura 1. Ciclo de modelación. Borromeo-Ferri, 2010.



En esta investigación se tendrá como objeto de estudio, situaciones reales modeladas mediante ecuaciones diferenciales en profesores en formación de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico, inscritos en el curso de didáctica del cálculo.

### 3. METODOLOGÍA

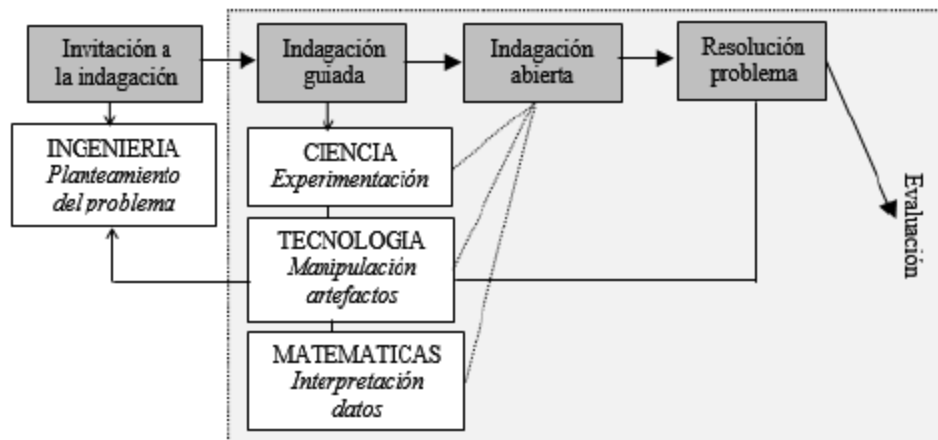
Para desarrollar la metodología de este estudio se establecerá una estrategia didáctica basada en la propuesta de la Educación STEM, concebida como la forma de enseñar conjuntamente Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas, con dos características bien definidas (Satchwell y Loepf 2002):

1. El programa garantiza una asimilación explícita de conceptos de dos o más disciplinas (instrucción integrada).
2. Tiene un enfoque de Ingeniería en cuanto al desarrollo de conocimientos teóricos para su posterior aplicación práctica, enfocados siempre a la resolución de problemas tecnológicos. Este permite el estudio de la aplicación de la modelación matemática mediante el uso de ecuaciones diferenciales.

La actividad que se propone para el trabajo con docentes de matemáticas en formación desde la perspectiva STEM utiliza la metodología de la indagación. Se articula en cinco fases y en cada una de ellas se intenta abordar cada disciplina STEM, las siguientes fases son explicadas desde la perspectiva de Bogdan y Greca (2016) (ver Figura 2):

1. Se plantea un problema de Ingeniería que permite un contexto para enseñar un contenido de Ciencia.
2. Se lleva a cabo una indagación guiada en donde los docentes en formación emplean instrumentos para diseñar y realizar experimentos, también registran datos y los interpretan siguiendo pautas definidas.
3. Consiste en una indagación abierta en donde los docentes en formación discuten los resultados obtenidos en la fase anterior y plantean hipótesis que son necesarias para la resolución del problema inicial.
4. Explorar de manera didáctica los contenidos específicos y relacionar sus experiencias recientes con los conceptos abstractos que permiten resolver el problema inicial.
5. Se propone una posible aplicación tecnológica del descubrimiento, la cual evaluará el trabajo realizado.

Figura 2. Propuesta para trabajar en ed. Primaria la orientación STEM. Bogdan y Greca, 2016.



#### 4. AVANCES DE LA INVESTIGACIÓN

La información aquí expuesta corresponde los avances de una investigación que se viene desarrollando. En la fase de diseño de las intervenciones didácticas se han estructurado una serie de actividades que tienen como finalidad el desarrollo de los procesos de la modelación matemática propuestos por Blum y Borrromeo-Ferri (2009), además que se establece una fuerte relación con estos procesos a problemas con contextos propios de las ciencias naturales.

Se propone una simulación de un proceso de decaimiento exponencial de la siguiente manera: se toman 50 dados y se arrojan para retirar todos los dados cuya cara sea el número seis. Se realiza el mismo procedimiento entre 8 y 10 veces y se registran los datos en una tabla.

Tabla 7. Registro de los datos de la simulación del experimento de decaimiento exponencial

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
P(t)	50	41	37	30	27	20	16	12	10

Lo ideal es que se establezca la relación entre la razón de cambio de la población con respecto al tiempo y la población en cada instante de tiempo. Es decir, que se identifique que  $\frac{dP}{dt} \propto P(t)$ , y esto nos lleva a que  $\frac{dP}{dt} = kP(t)$  que es una ecuación diferencial de variable separable y cuya solución es  $P(t) = ce^{kt}$  donde  $c = P_0$  y  $k$  es un número negativo que representa el decaimiento de una sustancia radioactiva.

Los cuestionarios u hojas de trabajo que acompañan al desarrollo de estas actividades aún están en fase de construcción, así como también el diseño de dos actividades más. Una de ellas, consistente en el calentamiento de una grasa hasta llevarla a un estado líquido para simular el proceso de extracción de la misma de un tanque.

Los resultados esperados (Vargas y Lindado, 2018) suponen que una buena práctica de enseñanza de los procesos para hacer modelación matemática, y cuyos estudios han visto resultados en la que estos aumentan su nivel de aprendizaje consideran al proceso del aprendizaje y la enseñanza de la matemática como un sistema en donde las cinco fases de la teoría interactúan entre sí: la fase curricular, didáctica, cognitiva, epistemológica y docente, es decir,

- La fase curricular: cumpliendo con los estándares del currículo para el aprendizaje de nuevos conocimientos.
- Didáctica: El cómo se le presenta a un estudiante la forma más llamativa para él.
- Cognitiva: el conocimiento que tiene en su momento y reflejarlo con el nuevo conocimiento por obtener (contrastarlo).
- Epistemológico: la historia detrás de estos conocimientos, como hacían antes de y como se hace en estos tiempos.
- Docente: que no deja de estar por fuera, y que este es el autor material para que los estudiantes puedan desarrollar satisfactoriamente un nuevo conocimiento en su proceso de aprendizaje.

## 5. REFERENCIAS

- Blum, W. y Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can it Be Taught and Learn? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Erazo, I. y Escobar, D. (2015). *La modelación matemática: un aporte de las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden en ingeniería* (tesis de pregrado). Universidad Antonio Nariño. Bogotá, Colombia.
- Huincahue, J. Borromeo-Ferri, R. y Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las ciencias* 1(36). 99-115.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares: Matemáticas*. Magisterio, Bogotá, Colombia.
- Rodriguez, R. (2010). Aprendizaje y enseñanza de la modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 13(4), 191-210.

- Satchwell, R., y Loepp, F. L. (2002). “Designing and Implementing an Integrated Mathematics, Science, and Technology Curriculum for the Middle School”. *Journal of Industrial Teacher Education*, 39(3). Recuperado de: <http://scholar.lib.vt.edu/ejournals/JITE/v39n3/satchwell.html>
- Toma, R., y Greca, I. (Junio, 2016). Modelo interdisciplinar de educación STEM para la etapa de Educación Primaria. En (Eds.) *III Simposio Internacional de Enseñanza de las Ciencias SIEC 2016*. Llevado a cabo en la Universidad de Vigo, Vigo, España.
- Villa-Ochoa, J. Bustamante, A. y Berrio, M. (2010). Sentido de la realidad en la modelación matemática. *Red colombiana de modelación en Educación matemática*.
- Vargas, J. y Lindado, Y. (2018). *Acercamiento a los procesos de modelación matemática mediante las prácticas de matemática experimental apoyados en el uso de Geogebra en estudiantes de décimo grado* (Tesis de pregrado). Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.



## MODELACIÓN MATEMÁTICA POR ECUACIONES DIFERENCIALES.

### CASO: LEY DE ENFRIAMIENTO DE NEWTON

Luis Fernando Plaza Gálvez<sup>1</sup>

#### Resumen

Por medio del presente taller, se pretende modelar matemáticamente fenómenos y/o procesos que hagan parte de situaciones de la vida cotidiana, siendo estos un desafío motivador para los estudiantes, en la que experimenten la opción de describir y comprender. La práctica usará herramientas conocidas en el aula tales como el Excel y la diferenciación numérica que por medio de métodos estadísticos y el apoyo del ajuste por mínimos cuadrados (regresión lineal), se podrán originar Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer orden, siendo resueltas por el método de separación de variables, tomando en cuenta el Coeficiente de Determinación ( $R^2$ ). Algunos de dichos procedimientos podrán ser repetidos con otros fenómenos a modelar. En este caso se desea obtener la ecuación diferencial que modela la ley de Enfriamiento de Newton.

**Palabras clave:** Ecuaciones Diferenciales, Modelación Matemática, Ley de Enfriamiento

#### Abstract

By means of this workshop, it is intended to mathematically model phenomena and/or processes that are part of daily life situations, being a motivating challenge for students, in which they experience the option of describing and understanding. The practice will use known tools in the classroom such as Excel and numerical differentiation that can be generated by means of statistical methods and the support of the least squares adjustment (linear regression), Ordinary Differential Equations of first order, being resolved by the method of separation of variables, taking into account the Determination Coefficient ( $R^2$ ). Some of these procedures may be repeated with other phenomena to be modeled. In this case we want to obtain the differential equation that models Newton's law of cooling.

**Keywords:** Mathematical modeling, Obstacle, Differential equations.

#### 1. INTRODUCCIÓN

El mayor propósito presente en este taller, es generar en el estudiante de pregrado y posgrado, de Licenciatura y de Matemáticas, un carácter innovador, permitiendo en ellos el uso real de la matemática aplicada a modelos que deban ser implementados como tarea externa de aula. Está dirigido especialmente a estudiantes de un nivel básico, que tengan entre sus haberes, conceptos previos de Cálculo, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, ajuste de curvas por Mínimos cuadrados con los diferentes tipos de regresión que nos brinda la herramienta de la Estadística Inferencial. El modelamiento matemático permite crear lazos entre la matemática y la física, generando motivación en los procesos de aprendizaje. Por medio de las herramientas antes descritas, se desea obtener la ecuación diferencial que rige la Ley de Enfriamiento de Newton, así como la solución respectiva.

---

<sup>1</sup> Unidad Central del Valle del Cauca; lplaza@uceva.edu.co; lufepla@gmail.com

## 2. MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 Aporte Histórico.

Los modelos matemáticos, que pueden asumirse como método de enseñanza y de investigación (Biembengut y Hein, 2006), inducen en los estudiantes un incremento del concepto matemático, permitiendo interpretar, formular y resolver problemas de la vida cotidiana. Algunos autores como Rodríguez (2010) han trabajado las ecuaciones diferenciales como herramienta de enseñanza en Modelamiento matemático, y Guerrero, Camacho y Mejía (2010) utilizando un enfoque lógico semiótico, modelan problemas resolviendo ecuaciones diferenciales.

### 2.2 Ley de Enfriamiento de Newton

Según se expone en Zill (2009) y Simmons (2017), la ley plantea que la rapidez con la que se enfría un cuerpo es directamente proporcional a la diferencia entre su temperatura ( $T$ ) y la del medio que lo rodea ( $T_m$ ). La cual se puede expresar mediante la ecuación diferencial, Ec. (1), así:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m) \quad \text{Ec. (1)}$$

Para este caso  $k < 0$ . Y si se asume como condición inicial  $T(0) = T_0$ , la solución de la Ec. (1) sería:

$$T = (T_0 - T_m)e^{kt} + T_m \quad \text{Ec. (2)}$$

### 2.3 Diferenciación Numérica

Partiendo de la expansión en Serie de Taylor y el Teorema del Valor Medio, se obtiene la Diferenciación numérica finita centrada a tres pasos, como lo expone Chapra y Canale (2007), de la siguiente manera:

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2h} \quad \text{Ec. (3)}$$

Donde  $h = x_{i+1} - x_i$ , es el tamaño de paso.

### 2.4 Regresión Lineal

Mediante el uso de Mínimos Cuadrados, se puede hacer uso de la Regresión lineal que permite la distribución de los datos, tal como se expone en Walpole, Myers y Myers (1998). Partiendo de un paquete de  $n$  pares ordenados de datos de la forma  $(x_i, y_i)$ , con  $h: [1..n]$ , se puede lograr el mejor ajuste de dichos puntos por medio de una recta de la forma  $\hat{y}_i = ax_i + b$ , donde los valores  $a$  y  $b$ , deben ser tales que  $\sum(y_i - \hat{y}_i)^2$  sea mínimo, y estos pueden ser obtenidos a partir de una hoja de cálculo como el Excel.

## 3. METODOLOGÍA

Para la práctica se toman datos de Temperatura y tiempo en lapsos de a minuto. Los elementos necesarios son un termómetro digital con termocupla, un beaker (con lectura de al menos 100 ml), una estufa pequeña de una boquilla y un cronometro o reloj (para toma de

tiempo transcurrido), ver figura 1. La práctica consiste en llevar 100 ml de agua a un beaker. Luego hacerlo pasar por una fuente de calor (una estufa eléctrica de una boquilla) hasta obtener su punto de ebullición (100°C al nivel del mar, aproximadamente). A partir de ese instante se retira la fuente de calor, iniciando el proceso de enfriamiento y tomándose datos de temperatura cada minuto, hasta tratar de llegar a la temperatura ambiente y donde los datos deben quedar consignados como aparece en la tabla 1. Esta práctica es recomendada por Zill (2009) y fue expuesta en Plaza (2013).

Figura 1. Elementos para Taller Ley de Enfriamiento de Newton



Tabla 1. Toma de datos

$t = \text{tiempo (min)}$	$T = \text{Temperatura (}^\circ\text{C)}$	$T' = dT/dt$
$t_0$	$T_0$	
$t_1$	$T_1$	$(T_2 - T_0)/2$
$t_2$	$T_2$	$(T_3 - T_1)/2$
$t_3$	$T_3$	$(T_4 - T_2)/2$
.....	.....	.....
$t_{n-1}$	$T_{n-1}$	$(T_n - T_{n-2})/2$
$t_n$	$T_n$	

**4. Desarrollo de la práctica**

Para llevar a cabo la modelación, es necesario contar con un espacio tipo laboratorio de Física y además de los elementos antes mencionados (termómetro con termocupla, industrial si fuere posible, beaker y estufa), y un par de guantes de carnaza para el uso y manipulación de la estufa por motivos de seguridad. Ideal que en el laboratorio haya acceso a un video beam, para proyectar el proceso del cálculo de la diferenciación numérica a partir de la toma de datos del enfriamiento, así como la obtención de la ecuación diferencial.

#### 4.1 Preparación antes de ebullición

Se dispone en un beaker como el de la figura 1, 100 ml de agua, luego se lleva a una estufa con el objetivo de buscar su punto de ebullición, el cual debería estar cerca a los 100°C. El proceso puede tomarse alrededor de cinco minutos, tal como aparece en la figura 2.

Figura 2. Proceso de ebullición



#### 4.2 Toma de datos

Posteriormente, y luego del punto de ebullición, se retira con mucho cuidado la fuente de calor, lo más alejada posible, se acciona el cronometro y empieza simultáneamente la toma de datos de tiempo y temperatura cada minuto, como se refleja en la figura 3. Estos datos, son consignados como se ilustra en la tabla 1, para las dos primeras columnas.

Figura 3. Toma de datos en el proceso de Enfriamiento.



#### 4.3 Diferenciación numérica

Después de haber consignado los datos en las dos primeras columnas de la tabla 1, se procede a calcular la diferenciación numérica centrada a tres pasos, haciendo uso de la Ec. 3, teniendo en cuenta que para este caso  $h = 1$ , el cuál es el tamaño de paso para el tiempo, obteniendo finalmente la columna tres, correspondiente a  $T'$ , solo a partir de la fila 2 y hasta un lugar antes de la última fila.

#### 4.4 Cálculo de la Ecuación Diferencial.

Tomando en su respectivo orden las columnas 2 y 3,  $(T - T')$  se procede a realizar el ajuste por mínimos cuadrados, por medio de la regresión lineal con ayuda del Excel, llegando a una expresión de la forma  $T' = aT + b$ , el cual es similar a la Ec. 1, donde

$$k = a \quad \text{y} \quad T_m = -\frac{b}{a}$$

Conociendo los valores  $a$  y  $b$ , se procede a encontrar la función  $T = f(t)$ , como se dedujo en la Ec. 2.

Al deducir la ecuación diferencial, se está obteniendo el Modelo de la ley de Enfriamiento de Newton, así como su respectiva solución.

### 5. RESULTADOS

Al conocer la función  $T = f(t)$ , se procede a graficar en un mismo plano cartesiano, los datos experimentales y los aproximados de Temperatura, para los mismos valores del tiempo, para hacer finalmente una análisis comparativo, por medio del coeficiente de Determinación  $R^2$ , y si este, está muy cercano a 1, se asumirá de alta confiabilidad el modelo obtenido.

### 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las prácticas de laboratorio permiten inducir en el estudiante, contribuciones para que este construya matemáticas, pues se pudo deducir por medio de la modelación matemática el fenómeno de la Ley de Enfriamiento de Newton, así como la respectiva ecuación diferencial por medio de herramientas básicas de matemáticas, tales como el cálculo, ajuste por mínimos cuadrados, y solución de ecuaciones diferenciales por el método de separación de variables. Además, es posible describir otro tipo de experiencias que junto al análisis del tipo gráfico, simbólico, etc. (análisis cualitativo y cuantitativo) pueden generar nuevo conocimiento, o permiten refutar o confirmar otros ya existentes. Además, es importante recomendar que un modelo que emerge en una situación, puede ser aplicada en otro contexto, como es el caso de los modelos de crecimiento de población.

### 7. REFERENCIAS

Biembengut, M. y Hein, N. (2006). Modelaje Matemático como método de Investigación en clases de Matemáticas. Ponencia en Evento: *V Festival internacional de Matemática*. Puntarenas, Costa Rica.

- Chapra S., Canale R. (2007). *Métodos numéricos para Ingenieros*. 5a edición, México D.F.: Mc Graw Hill
- Guerrero, C., Camacho, M. y Mejía, H. (2010). Dificultades de los estudiantes en la interpretación de las soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias que modelan un problema. *Enseñanza de las Ciencias*. 28 (3), 341 - 352.
- Plaza L. (2013). Ley de Enfriamiento de Newton. Laboratorio de Ecuaciones Diferenciales, *Revista Páginas de Ingeniería*, 1 (1). 7 - 12.
- Rodríguez, R. (2010). Aprendizaje y enseñanza de la modelación: el caso de ecuaciones diferenciales. *Relime*, 13 (4-1). 191-210.
- Simmons, G. (2017). *Differential Equations with applications and historical notes*. 3 ed. Boca Raton: CRC Press.
- Walpole R., Myers R., Myers S. (1998). *Probabilidad y Estadística para ingenieros*. 6ª Edición, México D.F.: Editorial Pearson Educación.
- Zill D. (2009). *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado*. 9a edición. México D.F.: Cengage Learning Latin America.